Préparation DS 06 sciences physiques (3)

Chaque candidat est responsable de la vérification de son sujet d'épreuve : pagination et impression de chaque page. Ce contrôle doit être fait en début d'épreuve. En cas de doute, il doit alerter au plus tôt le surveillant qui vérifiera et, éventuellement, remplacera son sujet.

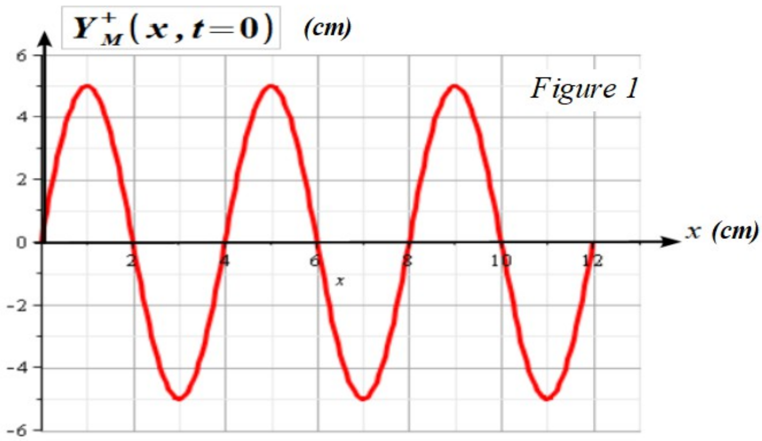
Si au cours de l'épreuve le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Problème 1 : Analyse spatiale d'une onde progressive sinusoïdale

(barème sur 25 points)

Une onde sinusoïdale se propage le long d'une corde à la vitesse c = 2cm.s^{-1} dans le sens des x croissants.

On a photographié la corde à t=0. La vibration $Y_M^+(x, t=0)$ est représentée figure 1 :



1. Quelle est la longueur d'onde , l'amplitude de l'onde, la période temporelle T de l'onde ?

2. A partir du graphe, déduire l'expression mathématique de $Y_M^+(x, t=0)$.

3. Déduire de la question 2 $Y_M^+(x, t)$.

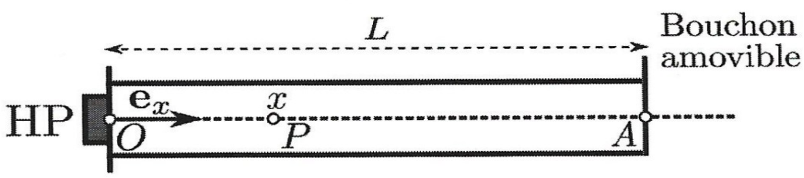
4. En déduire, sous sa forme la plus simplifiée, $Y_M^+(x_0, t)$ pour $x_{01}=5\,cm$ et $x_{02}=10\,cm$. Tracer les deux signaux pour $0 \leq t \leq 4$s .

5. Déterminer par la méthode de votre choix, le déphasage de l'onde en x_{02} par rapport à l'onde en x_{01}.

Problème 2 : Ondes dans un tuyau *(barème sur 25 points)*

Presque toutes les questions de ce problème proposent des réponses. Dans ce cas, indiquer la ou les bonnes réponses, en justifiant tout votre raisonnement.

L'air contenu dans un tuyau cylindrique (figure ci-après) , de longueur $L=2m$, est excité par un haut-parleur (HP) émettant des ondes acoustiques sinusoïdales de fréquence f. La vitesse du son dans le tuyau vaut $c_s=340\ m.s^{-1}$.On observe alors que les ondes dans le tuyau se superposent pour former une onde stationnaire d'amplitude Y_m.



On note $y\ (x,t)$ la fonction décrivant l'onde (de vitesse) acoustique dans le tuyau, x étant l'abscisse d'un point P situé à l'intérieur du tube sur l'axe $(O, \vec{e}_x)$ et t le temps, comme indiqué sur la figure ci-dessus.

I. Un bouchon situé en A ferme l'extrémité droite du tuyau.

En présence du bouchon, l'onde stationnaire vérifie les conditions aux limites , ainsi que la condition initiale suivantes : ***y (0,t) = 0 ; y (L,t) = 0 ; y (x,0) = 0 .***

Q1 – k étant une constante définie par la relation : $k=\frac{\omega}{c_s}$, où ω est la pulsation de l'onde . Déterminer la seule expression possible pour cette onde stationnaire.

A) $y(x,t)=Y_m \sin(2\pi f t-k x)$ B) $y(x,t)=Y_m \cos(2\pi f t)\sin(k x)$

C) $y(x,t)=Y_m \sin(2\pi f t)\sin(k x)$ D) $y(x,t)=Y_m \cos(2\pi f t)\cos(k x)$.

Q2 – En utilisant la 2ème condition aux limites, montrer que la constante k dépend d'un entier n >0.

A) $k=\frac{n\pi}{L}$ B) $k=\frac{n\pi}{2L}$

C) $k=L+n\pi$ D) . $k=\frac{L}{n\pi}$

Q3 A chaque valeur de n est associée une fréquence f_n d'oscillation appelée harmonique de rang n. Déterminer la fréquence f_1 de l'harmonique fondamentale en fonction de c_s et L , puis la calculer.

A) f_1= 6 mHz B) f_1= 12 mHz C) f_1= 42,5 Hz ; D) f_1= 85 Hz.

Q4 – Déterminer l'expression des longueurs d'onde λ_n des ondes stationnaires qui peuvent exister dans le tuyau.

A) $\lambda_n=\frac{L}{n}$; B) $\lambda_n=\frac{2L}{n}$; C) $\lambda_n=nL$; D) $\lambda_n=2nL$.

Q5- Représenter sur un même schéma les ondes stationnaires correspondant aux modes $n=1$ et $n=2$ en précisant les longueurs d'onde.

II Le tuyau est maintenant ouvert en A.

Le bouchon est désormais retiré. On observe alors une nouvelle onde stationnaire dans le tuyau, décrite par la fonction $y_O(x,t)$ de même amplitude Y_m . L'ouverture du tuyau modifie les conditions aux limites, la condition initiale restant la même :

$$y_O(0,t) = 0 \quad ; \quad y_O(L,t) = \pm Y_m \sin(2\pi f t) \quad ; \quad y_O(x,0) = 0.$$

Q6 - k étant toujours définie par la relation : $k=\frac{\omega}{c_s}$, déterminer la seule expression possible de $y_O(x,t)$.

A) $y_O(x,t)=Y_m \sin(2\pi f t+k x)$ B) $y_O(x,t)=Y_m \cos(2\pi f)\sin(k x)$.

C) $y_O(x,t)=Y_m \sin(2\pi f t)\sin(k x)$ D) $y_O(x,t)=Y_m \sin(2\pi f t)\cos(k x)$.

Q7 - En utilisant la 2ème condition aux limites, montrer que la constante k dépend cette fois-ci d'un entier $m \geq 0$.

A) $k=\frac{m\pi}{2L}+3\frac{\pi}{L}$ B) $k=\frac{1}{2}+\frac{m\pi}{L}$

C) $k=\frac{\pi}{2L}(1+4m)$ D) . $k=\frac{\pi}{L}(\frac{1}{2}+m)$

Q8 - Exprimer la fréquence f_0 de l'harmonique fondamentale en fonction de c_s et L, puis la calculer.

f_0 = 6 mHz ; B) f_0=12 mHz ; C) f_0= 42,5 Hz ; D) f_0= 85 Hz.

Q9 - Déterminer l'expression des longueurs d'onde λ_m des ondes stationnaires qui peuvent exister dans le tuyau.

A) $\lambda_m=\frac{L}{2m}$ B) $\lambda_m=\frac{L}{m}$ C) $\lambda_m=\frac{L}{(\frac{m}{2}+\frac{1}{4})}$ D) $\lambda_m=\frac{L}{(m+\frac{1}{2})}$

Q10- Représenter sur un même schéma les ondes stationnaires correspondant aux modes $m=0$ et $m=1$ en précisant les longueurs d'onde.

PROBLEME 3 : Le chant du rorqual commun

(barème sur 50 points)

Le rorqual commun est un cétacé à fanons d'une longueur moyenne de 20m et de masse moyenne d'environ 50 tonnes (figure 1) .

C'est le plus grand animal au monde après le rorqual bleu. Présent dans toutes les mers du globe, il est capable de plonger à des profondeurs importantes, de l'ordre de plusieurs centaines de mètres. Le rorqual commun communique par des sons puissants de basse fréquence. Il s'agit d'impulsions d'environ 1s espacées d'une durée de l'ordre d'une dizaine de secondes. L'analyse spectrale montre que ces émissions sonores sont centrées sur une fréquence de 20Hz avec une largeur de bande de 3 à 4 hertz, ce qui les situe au niveau de la fréquence minimale audible par l'être humain voire en dessous (infrasons).

Figure 1. Rorqual commun.

Ces émissions pourraient être des champs nuptiaux facilitant la rencontre des individus de sexe opposé et favorisant la reproduction.

Ce problème a pour objectif d'étudier la propagation du son dans les océans.

On ne s'intéressera dans ce problème qu'à la direction de propagation des ondes sonores. Les angles considérés ne seront pas orientés.

1. Relier l'indice optique n d'un milieu et la vitesse de propagation v de la lumière dans ce milieu. Rappeler les lois de Descartes de la réfraction et tracer la marche d'un rayon d'incidence i_1 se réfractant d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent.

2. Par analogie avec un dioptre en optique, donner la définition d'un dioptre acoustique. Dans la suite du problème, le dioptre acoustique sera traité de la même façon qu'un dioptre en optique.

Par analogie avec l'optique définir un indice n de réfraction à partir de la vitesse du son c dans le milieu et d'une vitesse de référence c_0.

Soient deux couches d'eau de mer à l'intérieur d'un océan, séparées par un dioptre acoustique horizontal. La vitesse du son est différente dans les deux couches. On note c_1 la vitesse du son dans la couche supérieure et c_2 celle dans la couche inférieure. On traitera ce dioptre comme un dioptre en optique . Une onde sonore arrive sur l'interface avec une incidence i_2 (par rapport à la normale du dioptre) depuis la couche inférieure.

3. En supposant i_1 l'angle de réfraction montrer que :

$$c_2 \sin i_1 = c_1 \sin i_2$$

4. Si $c_2 < c_1$ établir à quelle condition sur (sin i_2) il y a réflexion totale à l'interface. On donnera le résultat en fonction de c_1 et c_2.

Dans les océans, à l'exception des océans polaires, la vitesse du son dans l'eau passe par une valeur minimale pour une profondeur z_m comprise généralement entre 500m et 1000m *(figure 2)*.

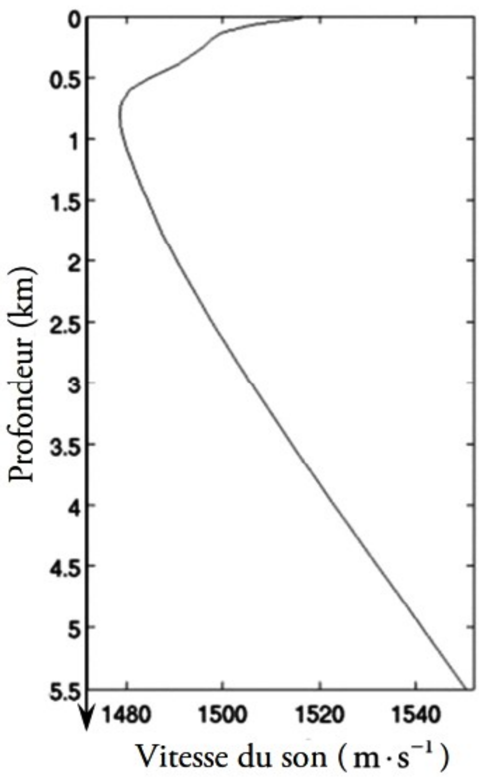


Figure 2. Variation de la vitesse du son avec la profondeur dans un océan.

On modélise cette situation par un modèle très simple à 3 couches : une couche supérieure notée 1 entre la surface et la profondeur z_1 , une couche intermédiaire 2 entre les profondeurs z_1 et z_2 et une couche inférieure 3 en dessous de z_2 (figure 3) . la vitesse du son est respectivement c_1, c_2, et c_3 dans les couches 1, 2 et 3.

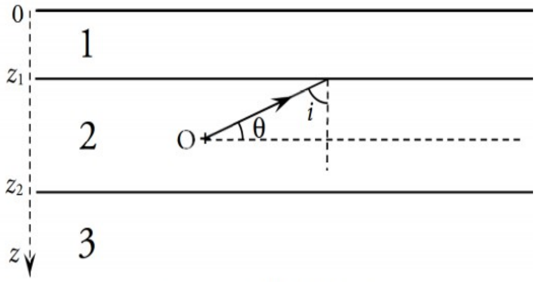


Figure 3. Modèle à trois couches.

On suppose $c_3 = c_1$ et $c_2 < c_1$.

Le deux interfaces entre les couches sont traitées par analogie avec les dioptres optiques.

5. Une source en un point O de la couche intermédiaire émet une onde sonore dans une direction faisant un angle θ (compris entre 0 et π/2) avec l'horizontale (voir figure 3) . Expliquer pourquoi l'onde émise en O reste confiner dans la couche intermédiaire pour certaines valeurs de l'angle θ. Déterminer en fonction de c_1 et c_2 l'intervalle des valeurs de θ pour que ce soit le cas.

Calculer les valeurs limites de cet intervalle en degré. Tracer la marche d'un rayon illustrant ce confinement.

<u>Données :</u> $c_1 = c_3 = 1{,}51.10^3 m.s^{-1}$ et $c_2 = 1{,}48.10^3 m.s^{-1}$.

On considère un modèle un peu moins simpliste comportant 5 couches notée 1, 2, 3, 4 et 5 où la vitesse du son est respectivement c_1, c_2, c_3, c_4 et c_5 avec :

$c_4 = c_2$ et $c_1 = c_5$ ainsi que $c_1 > c_2 > c_3$.

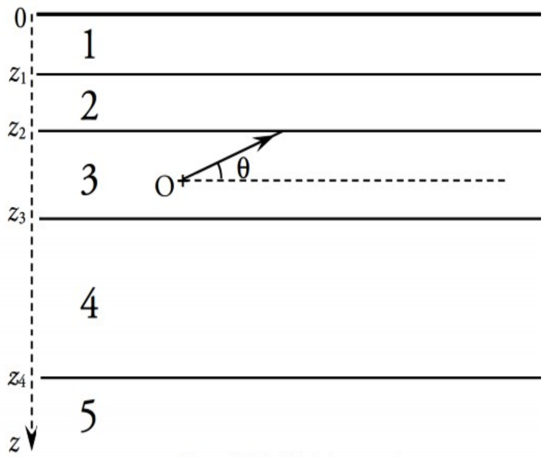


Figure 4. Modèle à cinq couches.

La couche 4 est nettement plus épaisse que la couche 2 (figure 4) .

La source O est dans la couche 3.

6. Établir l'intervalle d'angle θ pour que les rayons émis en O restent confinés dans la couche 3 et celui pour lesquels les rayons émis restent confinés dans les couches 2, 3 et 4.

Calculer numériquement en degré les valeurs limites de ces intervalles.

Tracer l'allure de la marche d'un rayon confiné dans les couches 2, 3 et 4 mais pas uniquement dans la couche 3.

Données : $c_1 = c_5 = 1{,}51.10^3 m.s^{-1}$ et $c_2 = c_4 = 1{,}49.10^3 m.s^{-1}$; $c_3 = 1{,}48.10^3 m.s^{-1}$.

En prenant des couches de plus en plus nombreuses et de plus en plus fines , on se rapproche de la variation continue de la vitesse du son avec la profondeur illustrée sur la figure 2.

7. A partir des résultats des deux questions précédentes , tracer qualitativement et sans aucun calcul , l'allure de la marche d'un rayon confiné , c'est-à-dire n'atteignant jamais ni la surface de l'océan ni le fond, pour une variation continue de la vitesse du son.

Ce domaine où les ondes sonores restent confinées en profondeur s'appelle le chenal sonore profond. Dans les océans polaires, la situation est différente parce que la température de l'eau est la plus froide en surface. En conséquence, la vitesse du son est minimale près de la surface et croît de façon monotone avec la profondeur.

8. On admet que la surface des océans se comporte pour une onde acoustique , par analogie avec l'optique géométrique , de la même façon qu'un miroir plan. Rappeler les lois de Descartes de la réflexion et tracer la marche d'un rayon d'incidence quelconque *i* se réfléchissant sur un miroir.

9. En supposant que la surface de l'eau est libre de glace, expliquer sans calcul, en vous inspirant des questions 7 et 8 , qu'une onde sonore , émise dans un océan polaire près de la surface, peut rester confinée dans un chenal sonore arctique si l'angle θ défini précédemment n'est pas trop grand. Préciser les différences avec la situation précédente et tracer l'allure de la marche d'un rayon confiné.

<u>Fin de l'énoncé</u>

Correction

Problème 1

1. La longueur d'onde est la période spatiale soit $\boxed{\lambda=4\text{cm}}$. L 'amplitude des oscillations est $\boxed{X_m=5\text{cm}}$.

La période temporelle est $\boxed{T=\frac{\lambda}{c}=\frac{4}{2}=2\text{s}}$.

2. $Y_M^+(x,t=0)=5\sin(\frac{2\pi x}{\lambda})$ en cm.

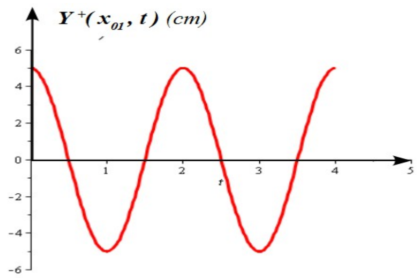
3. D'après le cours $\boxed{Y_M^+(x,t)=g(x-ct)=5\sin(\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{2\pi}{T}t)}$

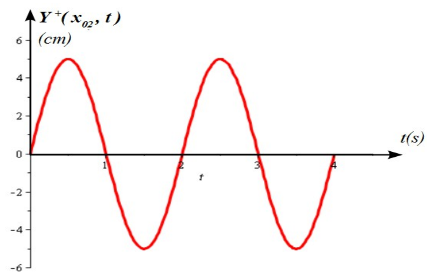
4. Si $x=x_{01}=5\,cm$ alors $Y_M^+(x_{01,}t)=5\sin(\frac{2\pi}{4}\times5-\frac{2\pi}{T}t)=5\sin(2{,}5\pi-\frac{2\pi}{T}t)=5\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{T}t)$ donc

$\boxed{Y_M^+(x_{01,}t)=5\cos(\frac{2\pi t}{T})}$.

• Si $x=x_{02}=10\,cm$ alors $Y_M^+(x_{02,}t)=5\sin(\frac{2\pi}{4}\times10-\frac{2\pi}{T}t)=5\sin(5\pi-\frac{2\pi}{T}t)=5\sin(\pi-\frac{2\pi}{T}t)$ donc

$\boxed{Y_M^+(x_{02,}t)=5\sin(\frac{2\pi t}{T})}$.





L'onde en x_{01} s'écrit : $Y_M^+(x_{01,}t)=5\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{T}t)=-5\sin(\frac{2\pi}{T}t-\frac{\pi}{2})=-5\sin(\frac{2\pi}{T}t+\phi_1)$ où $\phi_1=\frac{-\pi}{2}$

L'onde en x_{02} s'écrit : $Y_M^+(x_{02,}t)=5\sin(\pi-\frac{2\pi}{T}t)=-5\sin(\frac{2\pi}{T}t-\pi)=-5\sin(\frac{2\pi}{T}t+\phi_2)$ où $\phi_2=-\pi$

$\boxed{\phi_2-\phi_1=-\pi+\frac{\pi}{2}=\frac{-\pi}{2}}$. **Le signal en x_{02} est en retard de $\frac{\pi}{2}$ par rapport au signal en x_{01}.**

Problème 2 *(d'après ENAC 2020)*

Q1- L'écriture mathématique d'une onde stationnaire est du type : $y(x,t)=u(x)\times v(t)$. Il doit donc y avoir découplage des variables d'espace et de temps. Cela écarte la proposition A.

1ère CAL *y(0,t)=0* : ; Impossible avec la proposition D.

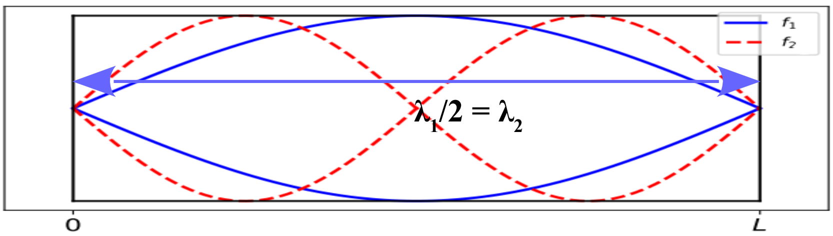
CI *y(x,0)* = *0* : Impossible avec la proposition B ; Ainsi :La **Réponse C est la bonne**

Q2- ***y (L,t)=0 impose*** $\sin(kL)=0$ ***soit*** $kL=n\pi$ ***soit*** $k=\frac{n\pi}{L}$ **La réponse A est la bonne.**

Q3- $k_1=\frac{\pi}{L}=\frac{\omega_1}{c_s}=\frac{2\pi f_1}{c_s}$ ainsi $\boxed{f_1=\frac{c_s}{2L}}$. AN : $\boxed{f_1=\frac{340}{2\times 2}=85\ Hz}$. **La réponse D est la bonne.**

Q4- $k=\frac{n\pi}{L}=\frac{\omega_n}{c_s}=\frac{2\pi f_n}{c_s}=\frac{2\pi}{\lambda_n}$ d'où $\boxed{\lambda_n=\frac{2L}{n}}$. **La réponse B est la bonne.**

Q5- $\lambda_1=2L$; $\lambda_2=L$



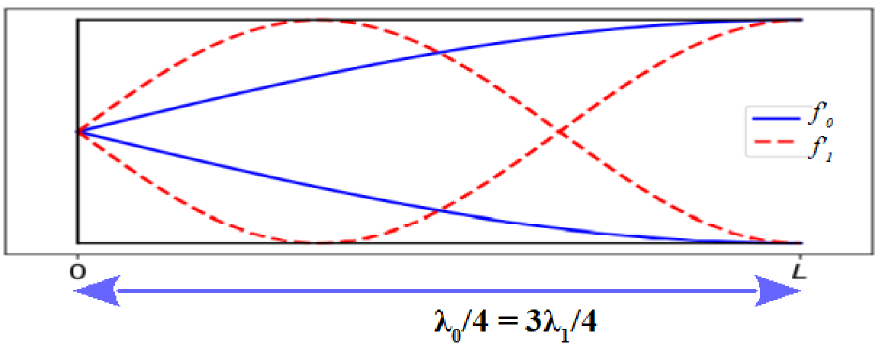
Q6- Pour les mêmes raisons qu'à la Q1, **la réponse C est la bonne.**

Q7- ***y₀ (L,t)=±Yₘ sin (2 π f t)*** **impose** $\sin(kL)=\pm 1$ **soit** $kL=\frac{\pi}{2}+m\pi$ **soit** $k=\frac{\pi}{L}(\frac{1}{2}+m)$ **.La réponse D est la bonne.**

Q8- $k_0=\frac{\pi}{2L}=\frac{2\pi f_0}{c_s}$ d'où $\boxed{f_0=\frac{c_s}{4L}}$. AN : $\boxed{f_0=\frac{340}{4\times 2}=42{,}5\ Hz}$. **La réponse C est la bonne.**

Q9- $k=\frac{\pi}{L}(\frac{1}{2}+m)=\frac{2\pi}{\lambda_m}$ soit $\lambda_m=\frac{2L}{(m+\frac{1}{2})}$ soit $\lambda_m=\frac{L}{(\frac{m}{2}+\frac{1}{4})}$. **La réponse C est la bonne.**

Q10- $\lambda_0=4\text{L}$ et $\lambda_1=\frac{4\text{L}}{3}$



Problème 3 *(d'après banque agro 2020)*

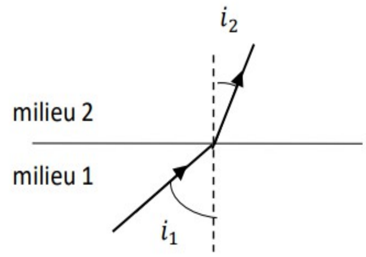
1. $\boxed{n=\frac{v_0}{v}}$ où v est la célérité de la lumière dans le milieu étudié et v_0 sa célérité dans le vide.

Lois de Descartes pour la réfraction d'un milieu d'indice n_1 vers un milieu d'indice n_2 :

-Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence

-Les angles i_1 et i_2 d'incidence et de réfraction vérifient : $\boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}$.

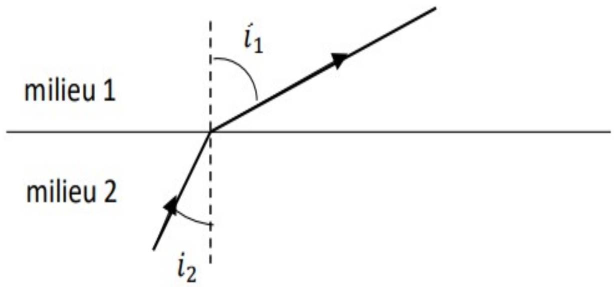
Si le milieu 1 est moins réfringent que le milieu 2, le rayon se rapproche de la normale au dioptre 1-2.



2. Un dioptre acoustique est la surface de séparation de deux milieux caractérisés par des valeurs différentes de la vitesse de propagation du son. Par analogie avec l'optique, on peut définir un indice n de réfraction acoustique par le rapport : $\boxed{n=\frac{c_0}{c}}$ où c est la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu étudié et c_0 une vitesse de référence.

3. Par analogie avec l'optique, la traversée du dioptre par l'onde acoustique se fait avec phénomène de réfraction, en obéissant à la loi de Descartes : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ soit $\frac{c_0}{c_1}\sin i_1 = \frac{c_0}{c_2}\sin i_2$ soit $\boxed{c_2 \sin i_1 = c_1 \sin i_2}$.

4. Par hypothèse $c_2 < c_1$ donc sin i_1 > sin i_2 donc la direction de propagation de l'onde acoustique s'éloigne de la normale au dioptre à la traversée du milieu 2 vers le milieu 1.



L'angle de réfraction limite i_2^{lim} est tel que $i_1=\frac{\pi}{2}$ soit $c_2 \sin\frac{\pi}{2} = c_1 \sin i_2^{\text{lim}}$ soit $\boxed{\sin i_2^{\text{lim}} = \frac{c_2}{c_1}}$

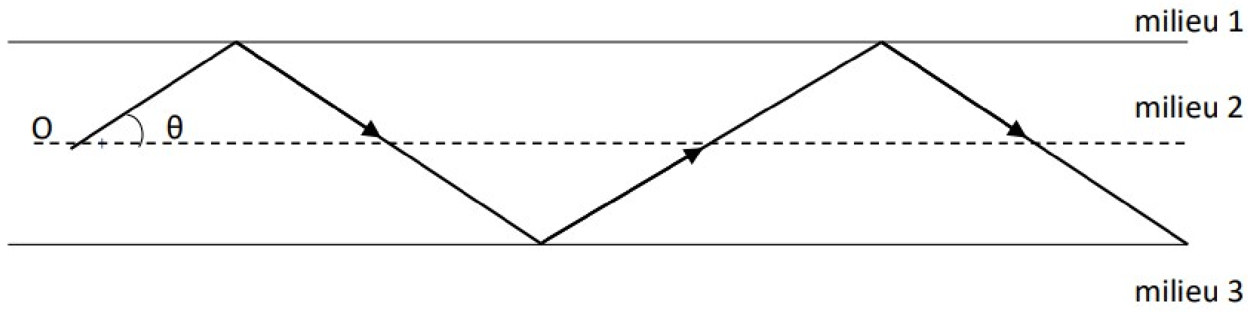
Il y aura réflexion totale si $\boxed{\sin i_2 > \frac{c_2}{c_1}}$.

5. En notant i_1 l'angle de réfraction, la loi de Descartes donne $c_1 \sin i = c_2 \sin i_1$. $c_1 > c_2$ donc $i_1 > i$ le rayon s'écarte de la normale .

Il y aura réflexion totale si $\boxed{\sin i > \frac{c_2}{c_1}}$. or $i=\frac{\pi}{2}-\theta$ d'où $\boxed{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) > \frac{c_2}{c_1}}$ soit $\boxed{\cos(\theta) > \frac{c_2}{c_1}}$

En posant $\cos\theta_{max} = \frac{c_2}{c_1}$. On en conclut qu'il y aura réflexion pour $\boxed{0<\theta<\theta_{max}}$ (la fonction cos est décroissante entre 0 et $\frac{\pi}{2}$). Comme $c_3 = c_1$, il se produit le même phénomène quand le rayon réfléchi arrive sur l'interface du milieu 2 et du milieu 3.

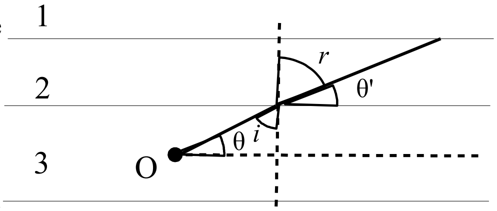
De réflexion totale en réflexion totale, ces ondes se trouvent confinées dans la couche intermédiaire 2, AN : $\boxed{\theta_{max} = \arccos\left(\frac{c_2}{c_1}\right) = \arccos\left(\frac{1{,}48}{1{,}51}\right) = 11{,}4\,°}$



6. D'après l'étude précédente le rayon reste confiné dans la couche 3 si $\boxed{\cos(\theta) > \frac{c_3}{c_2}}$.

$\boxed{\arccos\left(\frac{c_3}{c_2}\right) = \arccos\left(\frac{1{,}48}{1{,}51}\right) = 6{,}64\,°}$. Le rayon reste confiné dans la couche 3 si $\boxed{0 < \theta < 6{,}64\,°}$

Si $\cos(\theta) < \frac{c_3}{c_2}$ c'est à dire $\mathbf{90\,° > \theta > 6{,}64\,°}$ le rayon sera réfracté , tel que $c_2 \sin_i = c_2 \cos(\theta) = c_3 \sin r = c_3 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta'\right) = c_3 \cos\theta'$.

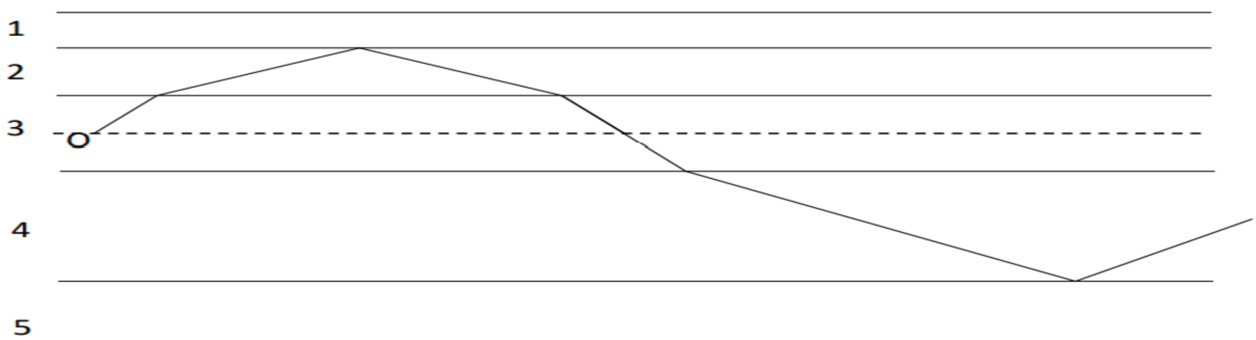


La condition pour qu'il y ait réflexion entre la couche 2 et la couche 1 est $\boxed{\cos(\theta') > \frac{c_2}{c_1}}$ or $\cos(\theta') = \frac{c_2}{c_3}\cos\theta$ d'où $\frac{c_2}{c_3}\cos\theta > \frac{c_2}{c_1}$ soit $\boxed{\cos\theta > \frac{c_3}{c_1}}$.

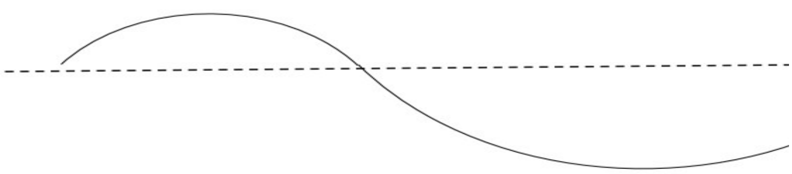
$\boxed{\arccos\left(\frac{c_3}{c_1}\right) = \arccos\left(\frac{1{,}48}{1{,}51}\right) = 11{,}4\,°}$. Le phénomène est identique entre les couches 3 et 4 et entre les couches 4 et 5.

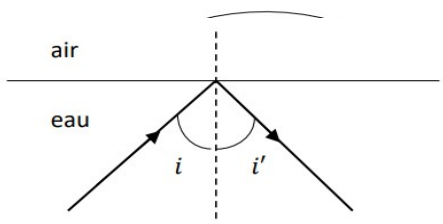
Le rayon reste confiné dans les couches 2,3,4 si $\boxed{6{,}64\,° < \theta < 11{,}4\,°}$.

L'allure des rayons est la suivante :



7. Lorsque les couches successives deviennent infiniment fines avec une variation continue de la vitesse du son, il n'y a plus de rupture de pente dans le cheminement d'un rayon confiné, et son allure devient :





8.

Lois de Descartes pour la réflexion :

-Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence

-Les angles i et i' d'incidence et de réflexion vérifient $\boxed{i'=i}$

9. Une onde sonore émise près de la surface subira :

• une réflexion totale au niveau du dioptre eau-air comme envisagée question 8

• une réflexion totale sur les couches profondes (avec augmentation continue de la vitesse du son) comme envisagé question 7. L'allure de la marche d'un rayon confiné est alors la suivante :