Devoir surveillé de sciences physiques n°10

(1h)

Problème 1 : Rail de Laplace *(barème sur 24 points)*

Les réponses qui ne donneront pas la justification demandée ne seront pas prises en compte

Préliminaires :

1. Parmi les définitions suivantes, quelles sont celles dont le contenu est incomplet ? Justifier en apportant le complément nécessaire.

A) La force de Lorentz est la force qui s'exerce sur une charge électrique q , de vitesse $\vec{v}$ dans le référentiel d'étude.

B) La force de Laplace est la force qui s'exerce sur un conducteur parcouru par un courant d'intensité i.

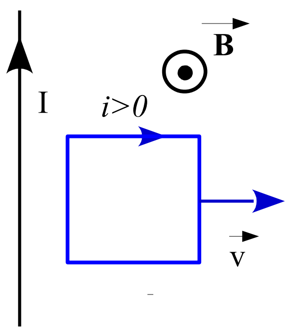
C) Un champ magnétique uniforme est un champ magnétique qui ne varie pas dans l'espace.

D) Le flux du champ magnétique uniforme à travers une surface S orthogonale au champ s'appuyant sur un contour orienté est égal au signe près au produit de la norme du champ magnétique par l'aire de la surface considérée.

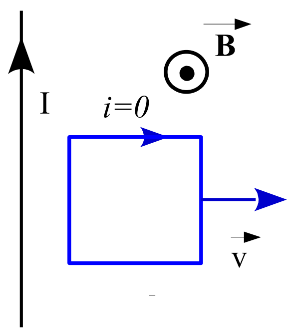
2. Un fil rectiligne infini est parcouru par un courant d'intensité I. Un cadre métallique filiforme s'éloigne du fil avec une vitesse $\vec{v}$ constante perpendiculaire au fil.

Le fil crée d'un champ magnétique $\vec{B}$. On note *i* l'intensité induite dans le cadre . Quel est le schéma ci-dessous correct ? Justifier :

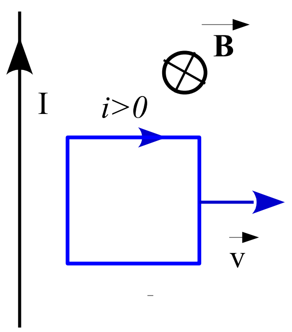
A)



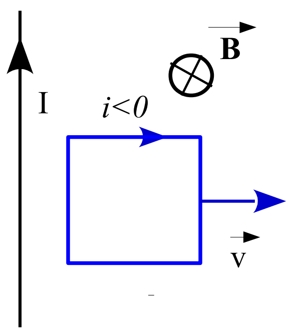
B)



C)



D)



Rail de Laplace

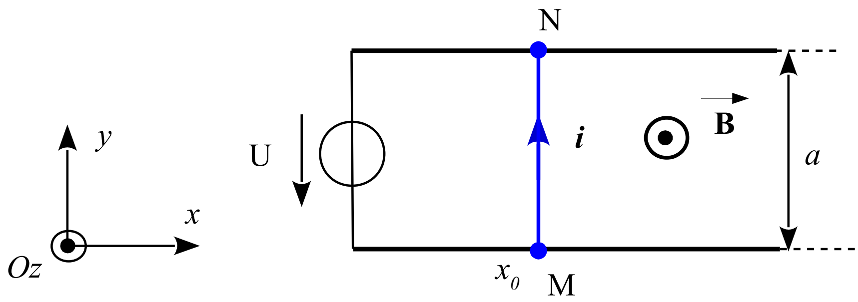
On considère des rails de Laplace (représentées ci-dessus), conducteurs de résistance négligeable , distants de a, disposés selon un plan horizontal.

Une barre rigide MN conductrice , de résistance $R = 10\ k\Omega$ et de masse linéique ρ est assujettie à rester perpendiculaire aux deux rails. Elle peut se déplacer sans frottement selon un mouvement de translation rectiligne, le long des rails.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}=B\vec{u}_z$ extérieur uniforme et vertical.

A l'instant initial, on branche un générateur de tension idéal qui impose une tension U constante. On notera i l'intensité (éventuellement variable) qui circule dans le circuit.

On désigne par (x, y, z) les coordonnées cartésiennes et $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ la base associée. L'origine du repère est en O quelconque. On note x_0, l'abscisse initiale de la barre.



3. En vous appuyant sur le schéma ci-dessus, déterminer la force de La place s'exerçant sur la barre MN :

A) $\vec{F}_L = i\,a\,B\,\vec{u}_x$ **B)** $\vec{F}_L = -i\,a\,B\,\vec{u}_x$ **C)** $\vec{F}_L = i\,a\,B\,\vec{u}_y$ **D)** $\vec{F}_L = -i\,a\,B\,\vec{u}_y$

4. Quelle est l'équation du mouvement de la barre ? Justifier.

A) $\ddot{x} = -i\dfrac{B}{\rho}$ **B)** $\ddot{x} = -i\rho B$ **C)** $\ddot{x} = -i\,a\,B$ **D)** $\ddot{x} = i\dfrac{B}{\rho}$

5. Le déplacement de la barre provoquée par la force de Laplace génère un phénomène d'induction dans le circuit. Quelle est la force électromotrice e correspondante ? Justifier.

A) $e = -a\,B\,\dot{x}$ **B)** $e = a\,B\,\dot{x}$ **C)** $e = -i\,a\,B\,\dot{x}$ **D)** $e = +i\,a\,B\,\dot{x}$

6. Quelle relation entre $\dot{x}$, i et U peut-on déduire de la question précédente ? Justifier.

A) $a\,B\,\dot{x} + R\,i = -U$ **B)** $a\,B\,\dot{x} - R\,i = U$ **C)** $a\,B\,\dot{x} + R\,i = U$ **D)** $-a\,B\,\dot{x} + R\,i = U$

7. Déduire de ce qui précède l'équation différentielle décrivant l'évolution de i dans le circuit , puis celle décrivant l'évolution de la vitesse $v=\dot{x}$ de la barre.

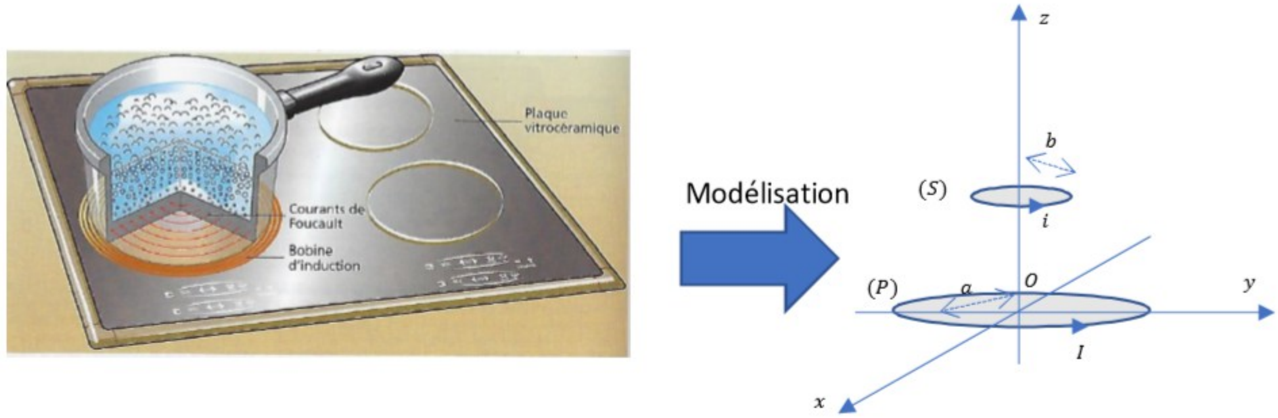
A) $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{\tau} = 0$ et $\dfrac{dv}{dt} + v = \dfrac{BU}{\rho R}$ avec $\tau = \dfrac{\rho R}{a B^2}$ **B)** $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{\tau} = 0$ et $\dfrac{dv}{dt} + v = \dfrac{BaU}{\rho R}$ avec $\tau = \dfrac{\rho R}{a^2 B^2}$

C) $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{\tau} = 0$ et $\dfrac{dv}{dt} + v = \dfrac{\rho R}{BU}$ avec $\tau = \dfrac{a B^2}{\rho R}$ **D)** $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{\tau} = 0$ et $\dfrac{dv}{dt} + v = \dfrac{\rho R}{BaU}$ avec $\tau = \dfrac{a^2 B^2}{\rho R}$

Problème 2 : Étude d'une plaque à induction *(barème sur 16 points)*

Une plaque à induction rayonne un champ magnétique. Nous allons supposer, pour simplifier, que ce champ magnétique est analogue à celui créé par une bobine circulaire *(P)* comportant N spires d'axe Oz , filiformes, jointives et de rayon a. L'épaisseur des spires est négligeable, de sorte que les centres des spires peuvent être considérés comme superposés au même point . Cette bobine *(P)* est parcourue par un courant sinusoïdal d'intensité $I(t)=I_0 \sin(\omega t)$ et de fréquence f .

La casserole métallique posée sur la plaque à induction sera modélisée par une spire *(S)* circulaire, de résistance R et de rayon $b<a$. Elle est parcourue par un courant induit d'intensité $i(t)$, elle est de masse m, d'axe Oz et sera repérée par sa cote constante $z = z_0 \geq 0$. Dans tout le problème, on se placera dans l'approximation des régimes stationnaires. Les sens des courants électriques sur le schéma ci-dessous donnent les sens d'orientation des spires.



A) Principe du chauffage inductif

Uniquement dans cette partie **A)**, nous admettrons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- *(P)* rayonne un champ magnétique suivant l'axe Oz donné par $\vec{B}=B_0 \sin(\omega t)\vec{u}_z$ où B_0 est une constante,
- la spire *(S)*, dont on néglige l'inductance propre, possède une résistance électrique notée R .

1. Donner l'expression du flux du champ magnétique rayonné par *(P)* à travers *(S)*.

2. En déduire l'expression de la tension induite $e(t)$ apparaissant dans *(S)* .

3. Montrer que le courant induit s'écrit sous la forme $i(t)=K_2 \omega \cos(\omega t)$. On donnera l'expression de K_2 en fonction des constantes du sujet.

4. Donner l'expression de la puissance instantanée $P(t)$ dissipée par effet Joule par *(S)*.

5. Justifier alors que l'expression de la puissance moyenne P_{moy} dissipée par effet Joule par *(S)* est $P_{moy}=\dfrac{(\omega B_0 \pi b^2)^2}{2R}$.

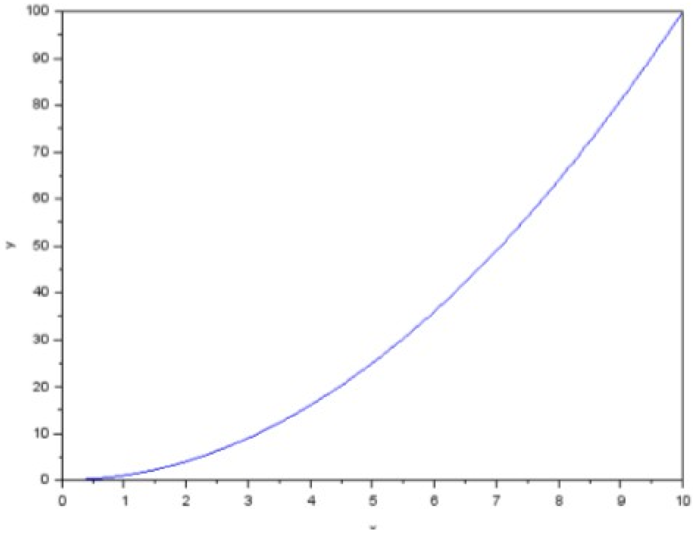
6. Expliquer pourquoi certaines casseroles ne peuvent pas être utilisées avec ce mode de chauffage par induction.

7.) Les valeurs de z_0, a et b sont du même ordre de grandeur (quelques centimètres). Exprimer la condition imposée à la fréquence de travail f permettant d'appliquer l'approximation des régimes quasi-stationnaires (on fera les calculs en assimilant les différents milieux au vide.

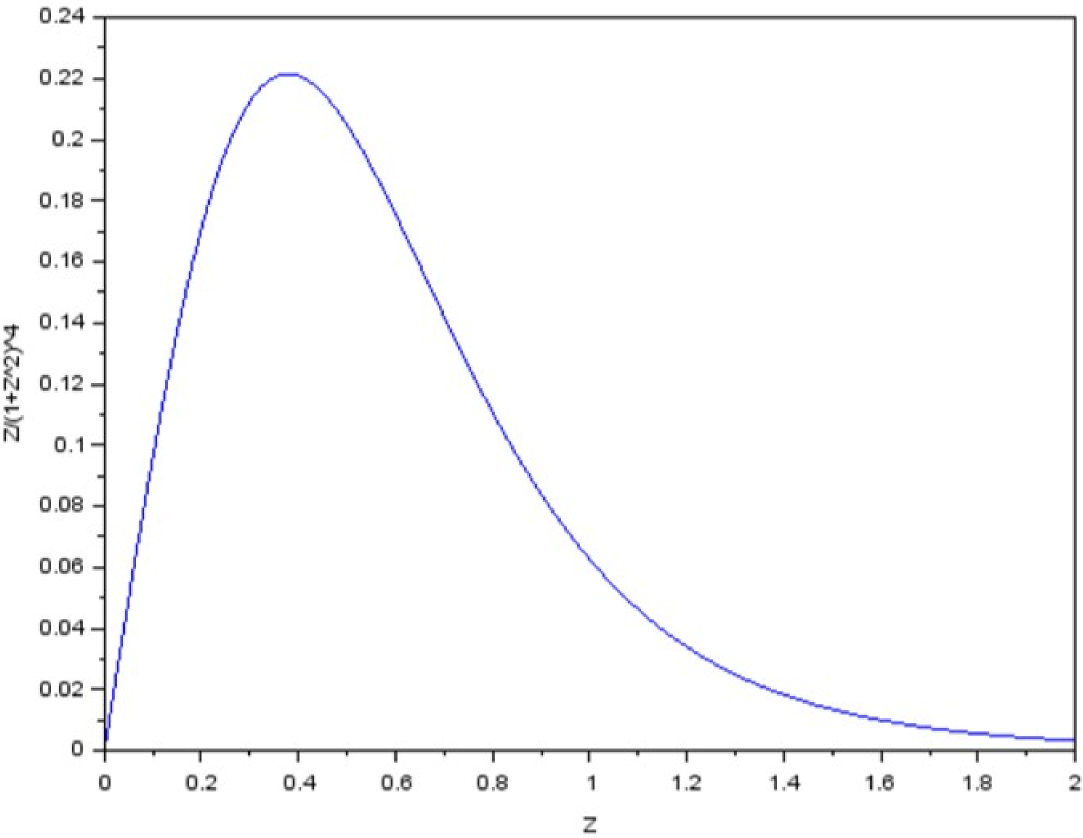
B) Force magnétique

En tenant compte de l'inductance propre associée à (S) et en prenant une description plus complète du champ magnétique créé par *(P)*, on montre que *(S)* est soumise à une force de Laplace $\vec{F}$ dont la moyenne temporelle $<\vec{F}>$ est donnée par : $<\vec{F}>=K_3 \dfrac{Z}{(1+Z^2)^4}\vec{u}_z$ avec $Z=\dfrac{z}{a}$ et $K_3 \approx 1$. On souhaite apprécier la valeur maximale de la force de Laplace pouvant s'exercer sur *(S)*. Pour cela, on va utiliser l'outil informatique. On donne ci-dessous un exemple de programmation sous Scilab permettant d'obtenir le graphe de la fonction .

```
function y=f(x)
    y=x^2
endfunction
x=linspace(0,10,100)
plot(x,f)
xlabel("x"); ylabel("y")
```



8. Réécrire le programme précédent sur votre copie en l'adaptant afin d'obtenir le graphe de $\dfrac{Z}{(1+Z^2)^4}$ en fonction de Z pour $Z\in[0,2]$ en utilisant 100 points (les axes devront également être renommés). On obtient alors le résultat ci-dessous :



9. Estimer la valeur maximale de la force de Laplace qu'exerce *(P)* sur *(S)*.

10. Justifier que la lévitation d'une casserole est impossible.

Fin de l'énoncé