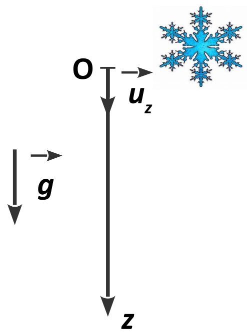
Chute d'un flocon de neige

On s'intéresse à la chute dans l'air d'un flocon de neige, supposé sphérique, de rayon R_0 = 0,5 mm et de masse volumique μ.



L'air est caractérisé par son coefficient de viscosité η, sa masse volumique μ_a. On suppose ces grandeurs constantes.

Du fait de la viscosité de l'air, le flocon est soumis lors de sa chute à une force de frottement de module proportionnel à sa vitesse v : $\boldsymbol{f = 6\pi\eta R_0 v}$ (formule de Stockes).

On peut considérer qu'une fois formé dans le nuage, le flocon commence son mouvement de chute sans vitesse initiale.

Rappel : *Le volume d'une sphère de rayon R est* $\frac{4}{3}\pi R^3$

1. L'unité SI du coefficient de viscosité η est la poiseuille de symbole Pl, de quelles unités de bases SI dérive-t-elle ?

2. Quelle est en unité SI de la masse volumique μ du flocon ?

3. Calculer la masse m du flocon de neige en unité SI.

Une étude dynamique permet d'établir que l'évolution de la vitesse du flocon vérifie la relation: $\boldsymbol{v(t) = v_\infty\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$
où $\tau = \dfrac{2\mu R_0^2}{9\eta}$ et $v_\infty = \dfrac{2\mu R_0^2 g}{9\eta}\left(1 - \dfrac{\mu_a}{\mu}\right)$

4. Tracer l'allure de *v(t)*, que représente physiquement v_∞ ?

5. Calculer numériquement v_∞ et τ .

6. Au bout de combien de temps, noté t_1, la vitesse atteint-elle sa valeur limite à 10^{-3} près ? On donnera dans un premier temps l'expression littérale de t_1 puis on fera l'application numérique. Commenter le résultat.

Données numériques :

μ = 100 g.L^{-1}; μ_a = 1,30 g.L^{-1}; η = 20,0.10^{-6} SI et g = 9,81 m.s^{-2}.

Correction : chute d'un flocon de neige

1. L'unité SI du Newton est (en faisant référence au poids) [kg.m.s^{-2}]. $\eta=\dfrac{f}{6\pi R_0 v}$

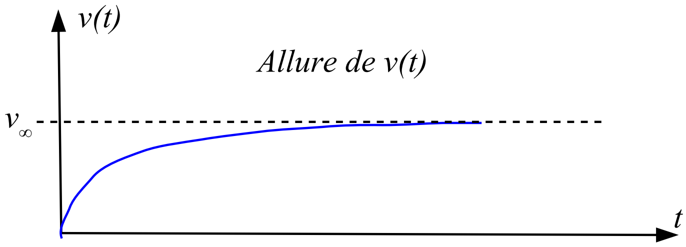
L'unité SI du coefficient de viscosité est : [N] over [m.m.s^{-1}] = [kg.m.s^{-2} .s.m^{-2}] d'où $\boxed{[Pl]=[kg\, m^{-1} s^{-1}]}$

2. La masse volumique du flocon en unité SI : $\boxed{\mu=100\, g.L^{-1}=100\, kg.m^{-3}}$.

3. La masse volumique du flocon est $\mu=\dfrac{m}{V}$ d'où $m=\mu\times V=\mu\times\dfrac{4}{3}\pi R_0^3$.

AN : $\boxed{m=100\times\dfrac{4}{3}\pi(0{,}5.10^{-3})^3=5{,}23.10^{-8}\, kg}$.

4. $\boxed{v_\infty=\lim_{t\to\infty} v(t)}$. Lors de sa chute le flocon atteint une vitesse constante v_∞.



5. $\tau=\dfrac{2\mu R_0^2}{9\eta}=\dfrac{2\times100\times(0{,}5.10^{-3})^2}{9\times20.10^{-6}}$ d'où $\boxed{\tau=0{,}278\, s}$

$v_\infty=\dfrac{2\mu R_0^2 g}{9\eta}\left(1-\dfrac{\mu_a}{\mu}\right)=\dfrac{2\times100\times(0{,}5.10^{-3})^2}{9\times20.10^{-6}}\times9{,}81\left(1-\dfrac{1{,}3}{100}\right)$ d'où $\boxed{v_\infty=2{,}69\, m.s^{-1}}$. Les données comportent 3 chiffres significatifs, les résultats aussi.

6. $v(t_1)=(1-10^{-3})v_\infty=v_\infty(1-e^{-\frac{t_1}{\tau}})$ d'où $1-10^{-3}=(1-e^{-\frac{t_1}{\tau}})$ d'où $e^{-\frac{t_1}{\tau}}=10^{-3}$ d'où $\dfrac{t_1}{\tau}=3\ln(10)$ d'où $\boxed{t_1=3\tau\ln(10)}$

AN : $\boxed{t_1=3\times0{,}278\ln10=1{,}92\, s}$.