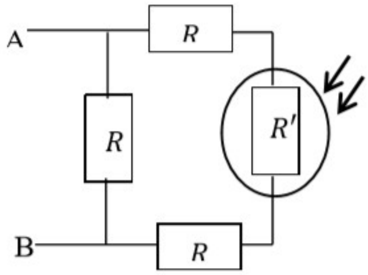
Correction devoir surveillé n°3 sciences physiques

Problème 1 :



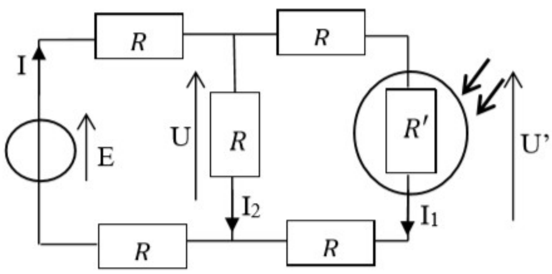
I – Etude d'un dipôle résistif AB :

Q1 – Les deux résistances R de droite et la résistance R' sont en série.
Alors $R_1 = 2R + R'$; Puis R_1 est en parallèle sur la résistance R de gauche, soit $R_{eq} = \frac{R\,R_1}{R+R_1} = \frac{R(2R+R')}{R+2R+R'}$ Ainsi $\boxed{\boldsymbol{R_{eq} = \frac{R(2R+R')}{3R+R'}}}$.

Q2 – On veut $R_{eq} = R'$; Soit $\frac{R(2R+R')}{3R+R'} = R'$;
Ou encore $R(2R+R') = R'(3R+R')$; Alors $\boxed{\boldsymbol{R'^2 + 2RR' - 2R^2 = 0}}$;
Résolution du polynôme : Discriminant : $\Delta = 4R^2 + 8\,R^2 = 12\,R^2 = (2R\sqrt{3})^2$
Alors $R_1{}' = \frac{-2R+2\sqrt{3}\,R}{2}$ ou $R_2{}' = \frac{-2R-2\sqrt{3}\,R}{2}$; Mais cette 2ème valeur est négative, ce qui n'est pas possible pour une résistance. Soit $\boxed{\boldsymbol{R' = (\sqrt{3} - 1)\,R}}$.

Q3 – Alors $R' \approx 0{,}7 \times 10000$; Soit $\underline{\boldsymbol{R' \approx 7000\ \Omega}}$.
D'après la courbe d'étalonnage fournie, il faudrait l'éclairer avec **<u>11 ou 12 lux</u>** environ.
La caractéristique courant-tension $U = f(I)$ serait ainsi une droite passant par l'origine de coefficient directeur $a = 7000\ \Omega$, comme pour tout conducteur ohmique. C'est un dipôle **<u>passif, linéaire</u>**.

II – Etude d'un réseau linéaire :



Q4 - Dans la partie droite du réseau, les résistances $2R + R'$ et R sont en parallèle et I est l'intensité globale avant le nœud.
Formule du pont diviseur de courant : $\frac{I_1}{I} = \frac{R}{2R+R'+R} = \frac{R}{R'+3R}$;
Soit : $\boxed{\boldsymbol{I_1 = \frac{R}{R'+3R}\,I}}$;
Penser à prendre la résistance de l'autre branche dans la formule !!

Q5 - Les résistances $2R$ et R' de la maille de droite sont en série et U est la tension globale.
Formule du pont diviseur de tension : $\frac{U'}{U} = \frac{R'}{R'+2R}$; ; Soit : $\boxed{\boldsymbol{U' = \frac{R'}{R'+2R}U}}$;

Q6 – **<u>Etude du réseau global</u>** :

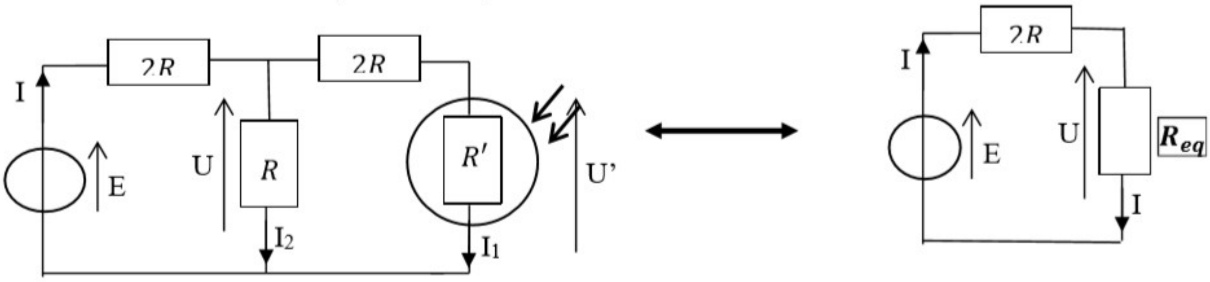
Q6.a. –On cherche I_1.

- Loi des nœuds : $\boldsymbol{I = I_1 + I_2}$; Soit $I_1 = I - I_2$.
- Loi des mailles ds la grande maille : $E - 2RI - 2RI_1 - R'I_1 = 0$; Soit : $\boxed{\boldsymbol{I = \frac{E-(2R+R')I_1}{2R}}}$;
- Loi des mailles ds la maille de droite : $2\,RI_1 + R'I_1 - RI_2 = 0$; Soit : $\boxed{\boldsymbol{I_2 = \frac{(2R+R')I_1}{R}}}$;
- En appliquant la loi des nœuds, il vient : $I_1 = \frac{E-(2R+R')I_1}{2R} - \frac{(2R+R')I_1}{R}$

Soit $2R\,I_1 = E - (2R+R')I_1 - 2(2R+R')I_1$

On factorise par I_1 : $I_1(2R + 2R + R' + 4R + 2R') = E$; Soit $\boxed{\boldsymbol{I_1 = \frac{E}{8R+3R'}}}$.

Q6.b. – On détermine dans un premier temps I en se ramenant à une maille.



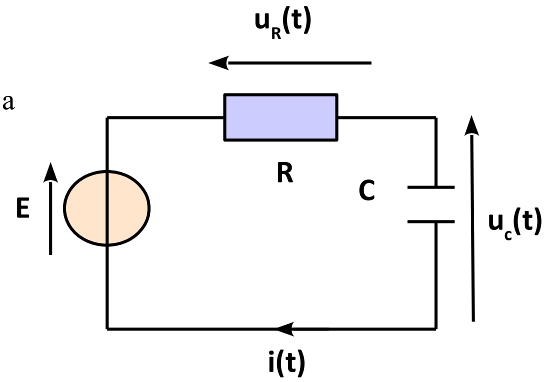
Grâce à la loi de Pouillet, on établit : $\boxed{\boldsymbol{I = \frac{E}{2R+Req} = \frac{E}{2R+\frac{R(2R+R')}{3R+R'}} = \frac{E(3R+R')}{2R(3R+R')+R(2R+R')}}}$ d'où $\boxed{\boldsymbol{I = \frac{E(3R+R')}{R(8R+3R')}}}$.

On détermine I_1 en utilisant la formule du pont diviseur de courant établie question 4.

$$\boxed{\boldsymbol{I_1 = \frac{R}{R'+3R}\ I = \frac{R}{(R'+3R)}\frac{E(3R+R')}{R(8R+3R')} = \frac{E}{(8R+3R')}}}$$

Q6.d. Il faut tracer les caractéristiques du dipôle équivalent à gauche de R' en convention générateur et la caractéristique de R' en convention récepteur (**U ≈ 7000 $\boldsymbol{I_1}$**) sur le même système d'axes.
Le point d'intersection de ces caractéristiques est appelé **point de fonctionnement** et donnera les valeurs de U' et I_1 après raccordement.

Correction problème 2 : *(d'après concours E3A PC 2019)*



1. Pour répondre à cette question on introduit l'intensité *i(t)* et la tension $u_R(t)$ comme indiqué sur le schéma.

Pour t > 0, on applique la loi des mailles : $u_c+u_R=E$ (1)or $u_R=Ri$ et $i=C\dfrac{du_C}{dt}$ donc en remplaçant ces grandeurs dans (1) on obtient :

$$\boxed{\frac{d\,u_C(t)}{dt}+\frac{u_C(t)}{\tau}=\frac{E}{\tau}}$$ avec τ = RC .

la constante de temps du circuit.

2. τ se nomme la constante de temps du circuit. Physiquement elle donne un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.

3. La solution de l'équation est de la forme : $u_C(t)=u_{Ch}+u_{Cp}(t)=\lambda e^{-\frac{t}{\tau}}+E$

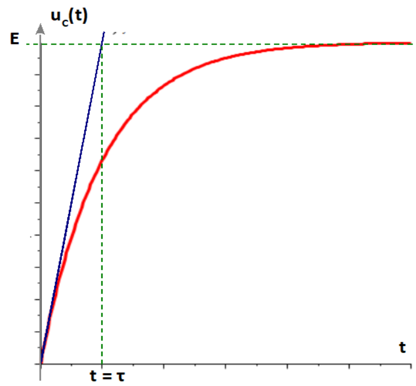
Détermination de λ :

Le condensateur est initialement déchargé donc $u_C(0^-)=0$.

Il y a continuité de la tension aux bornes d'un condensateur donc $u_C(0^+)=u_C(0^-)$ donc $u_C(0^+)=0$

On en déduit $0=\lambda e^{\frac{0+}{\tau}}+E$ d'où $\lambda=-E$. d'où la solution : $\boxed{u_C(t)=E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}$.

4. D'après l'expression de $u_C(t)$: $\lim\limits_{t\to\infty} u_C(t)=E$. La courbe a une asymptote horizontale quand t tend vers l'infini la valeur prise par u_C est E , on en déduit $\boxed{E=5\,V}$. La tangente à l'origine coupe l'asymptote en t= τ. On en déduit : $\boxed{\tau=0{,}001\,s}$.



5. On sait que $\tau=RC$ donc $\boxed{C=\frac{\tau}{R}=\frac{0{,}001}{10^3}=1\,\mu F}$.

6. L'expression de $u_C(t)$ permet de calculer $i(t)=C\dfrac{du_c(t)}{dt}=\dfrac{E}{R}e^{\frac{-t}{\tau}}$.

Pendant la charge :

Énergie emmagasinée dans le condensateur : $E_C=\frac{1}{2}C\,u^2(\infty)-\frac{1}{2}C\,u^2(0+)=\frac{1}{2}C\,E^2$

Énergie délivrée par le générateur : $E_G=\int_0^\infty E\,i(t)\,dt=\int_0^\infty E(\frac{E}{R})e^{-\frac{t}{R}}dt=[-\tau R(\frac{E}{R})^2 e^{-\frac{t}{\tau}}]_0^\infty=C\,E^2$

Soit E_R l'énergie perdue par effet Joules . D'après le principe de conservation de l'énergie : $E_G=E_R+E_C$.

On en déduit $E_R=E_G-E_C=CE^2-\frac{1}{2}C\,E^2=\frac{1}{2}C\,E^2$.

Finalement : $\boxed{E_C=E_R=\frac{E_G}{2}=\frac{1}{2}C\,E^2}$.

7. Pour t<0 , le courant est nul dans le circuit $u_c(t)=u_R(t)+u_{C_0}(t)$ or $u_R(t)=Ri(t)=0$ et $u_{C_0}(t)=U_a$. On en déduit : $\boxed{u_c(t)=U_a}$. Graphiquement : $\boxed{U_a=1{,}55\,V}$.

8. On se place à t>0 pendant l'impulsion de courant.

Dans le circuit ci-contre i = I .

$u_c(t)=u_R(t)+u_{C_0}(t)$ (2).

or $u_R(t)=R_0 i(t)=R_0 I$ et $i(t)=I=C_0\dfrac{du_{C_0}}{dt}$.

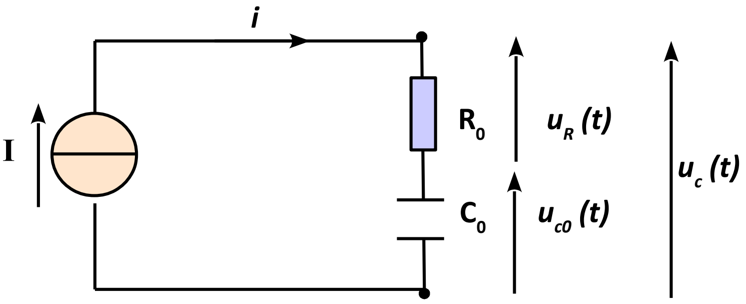


Schéma du circuit réalisé

Pour pouvoir additionner les tensions il faut les dériver. D'après (2) on obtient :

$\dfrac{d\,u_c(t)}{d\,t}=\dfrac{d\,u_R(t)}{d\,t}+\dfrac{d\,u_{C_0}(t)}{d\,t}$ (2').

Or $\dfrac{d\,u_R(t)}{d\,t}=\dfrac{d\,R_0 I}{dt}=0$. En remplaçant dans (2')

on obtient : $\dfrac{d\,u_c(t)}{d\,t}=0+\dfrac{I}{C_0}$ d'où : $\boldsymbol{\dfrac{d\,u_c(t)}{d\,t}=\dfrac{I}{C_0}}$. Par intégration : $\boldsymbol{u_c(t)=\dfrac{I}{C_0}t+cste}$.

D'après les conditions initiales et la continuité de la tension aux bornes du condensateur:

$\boldsymbol{u_{c_0}(0\text{-})=u_{C_0}(0+)=U_a}$ et $\boldsymbol{u_R(0+)=R_0 I}$ d'où $\boldsymbol{u_C(0+)=U_a+R_0 I}$ d'où $\boldsymbol{U_a+R_0 I=\dfrac{I}{C_0}\times 0+cste}$

d'où $\boldsymbol{U_a+R_0 I=cste}$.

Finalement pendant l'impulsion de courant: $\boxed{\boldsymbol{u_c(t)=\dfrac{I}{C_0}t+U_a+R_0 I}}$.

Par identification : $\boxed{\alpha=\dfrac{I}{C_0}}$ et $\boxed{\beta=U_a+R_0 I}$

9. $\boldsymbol{P=\dfrac{I}{C_0}}$ est la pente de la droite représentant l'évolution de $u_C(t)$ pendant la charge. On

détermine graphiquement cette pente : $\boldsymbol{P=\dfrac{\Delta u_C}{\Delta t}=\dfrac{1{,}8-1{,}7}{4-1}=\dfrac{0{,}1}{3}=0{,}033}$.

On en déduit $\boxed{\boldsymbol{C_0=\dfrac{I}{P}=\dfrac{100}{0{,}1}\times 3=3.10^3 F}}$. L'ordonnée à l'origine de la droite représentant l'évolution de $u_C(t)$ pendant la charge est $\boldsymbol{b=U_a+R_0 I}$. On détermine graphiquement b = 1,6 V.

Ainsi $\boxed{\boldsymbol{R_0=\dfrac{b-U_a}{I}=\dfrac{1{,}6-1{,}55}{100}=\dfrac{0{,}05}{100}=0{,}5\,m\Omega}}$

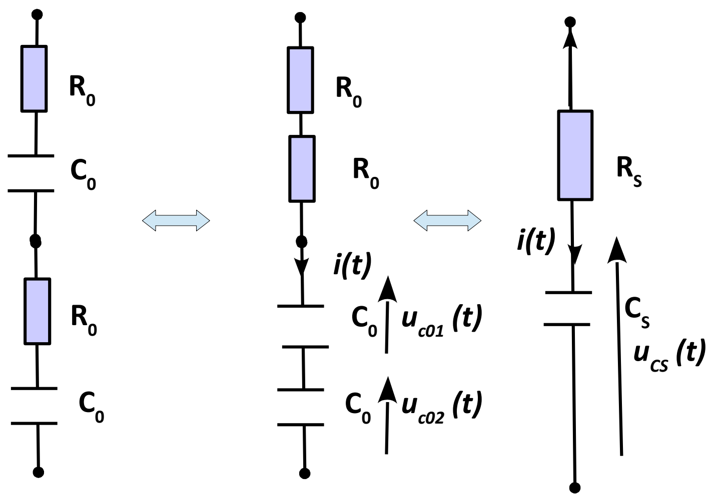
10. Dans un premier temps, on permute les dipôles de façon à associer les résistances en série ainsi $\boxed{\boldsymbol{R_S=R_0+R_0=2R_0}}$.

C_s est la capacité équivalente aux deux capacités C_0 en série.

Pour déterminer C_s, on considère l'intensité traversant les capacités et la tension à leurs bornes.

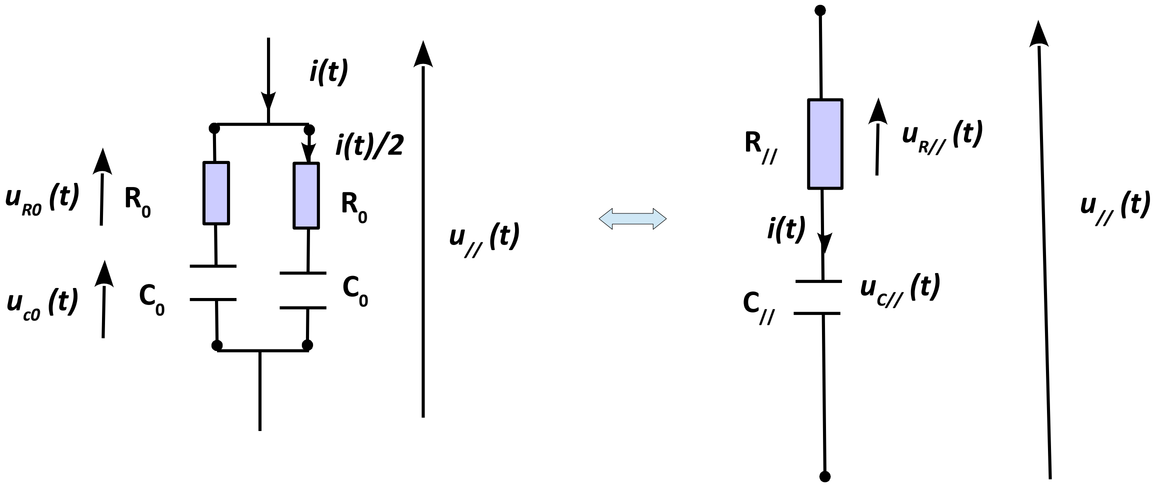
$\dfrac{du_{Cs}}{dt}=\dfrac{du_{C01}}{dt}+\dfrac{du_{C02}}{dt}=\dfrac{i}{C_0}+\dfrac{i}{C_0}=i\left(\dfrac{1}{C_0}+\dfrac{1}{C_0}\right)=\dfrac{i}{C_S}$.

On en déduit : $\boxed{\boldsymbol{C_S=\dfrac{C_0}{2}}}$.



Généralisation à n supercondensateurs en série : $\boxed{R_S = n\, R_0}$ et $\boxed{C_S = \frac{C_0}{n}}$.

11. On cherche à montrer l'équivalence entre les deux schémas ci-dessous.



Dans les deux branches en parallèle du réseau non simplifié, les supercondensateurs étant identiques l'intensité est i/2. Ainsi : $u_{//} = u_{R0} + u_{C_0} = R_0 \frac{i}{2} + u_{C_0}$. Par dérivation on obtient : $\frac{d\,u_{//}}{d\,t} = \frac{R_0}{2}\frac{d\,i}{dt} + \frac{d\,u_{C_0}}{d\,t}$ or $\frac{i}{2} = C_0 \frac{du_{C_0}}{dt}$ d'où : $\frac{d\,u_{//}}{d\,t} = 2\,R_0 \frac{d\,i}{dt} + \frac{i}{2\,C_0}$.

Dans le schéma équivalent la relation tension courant est : $\frac{d\,u_{//}}{d\,t} = R_{//} \frac{d\,i}{dt} + \frac{i}{C_{//}}$

Par identification on obtient : $\boxed{C_{//} = 2\,C_0}$ et $\boxed{R_{//} = \frac{R_0}{2}}$.

Généralisation à m supercondensateurs en parallèle : $\boxed{R_{//} = \frac{R_0}{m}}$ et $\boxed{C_{//} = m\,C_0}$.

12. Dans la matrice il faut d'abord associer les condensateurs en série, dans chaque branche le supercondensateur a les caractéristiques : : $\boxed{R_S = n\, R_0}$ et $\boxed{C_S = \frac{C_0}{n}}$. Ensuite on associe les supercondensteurs identiques en // : $\boxed{R_{n,m} = \frac{n}{m} R_0}$ et $\boxed{C_{n,m} = \frac{m}{n} C_0}$.