Préparation devoir surveillé n°5 sciences physiques

PROBLÈME 1 : Étude d' une bobine en régime transitoire

I.Cas d'une bobine idéale

On considère le montage de la figure **A.2** .

• ***t* < 0 :** l'interrupteur K est en position **(2)** afin de charger totalement le condensateur. L' interrupteur **K'** est en position **(1')**.

• **t ≥ 0 :** L'interrupteur **K** est placé en position **(3)** et l'interrupteur **K'** est en position **(2')** : *le condensateur chargé est donc relié à une bobine supposée idéale d'inductance pure L .*

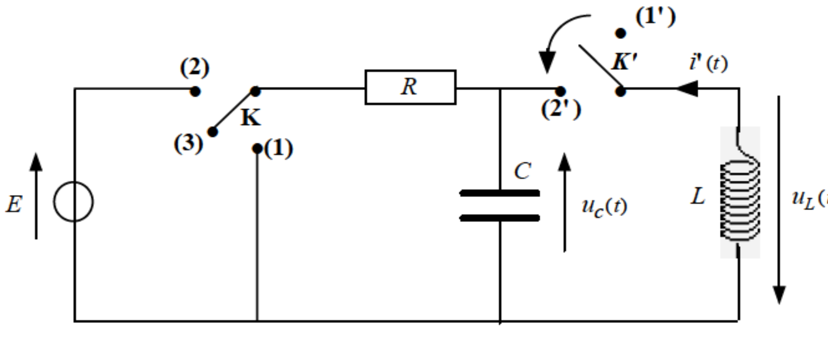


Figure **A.2**

Les données de l'énoncé sont L, C et E.

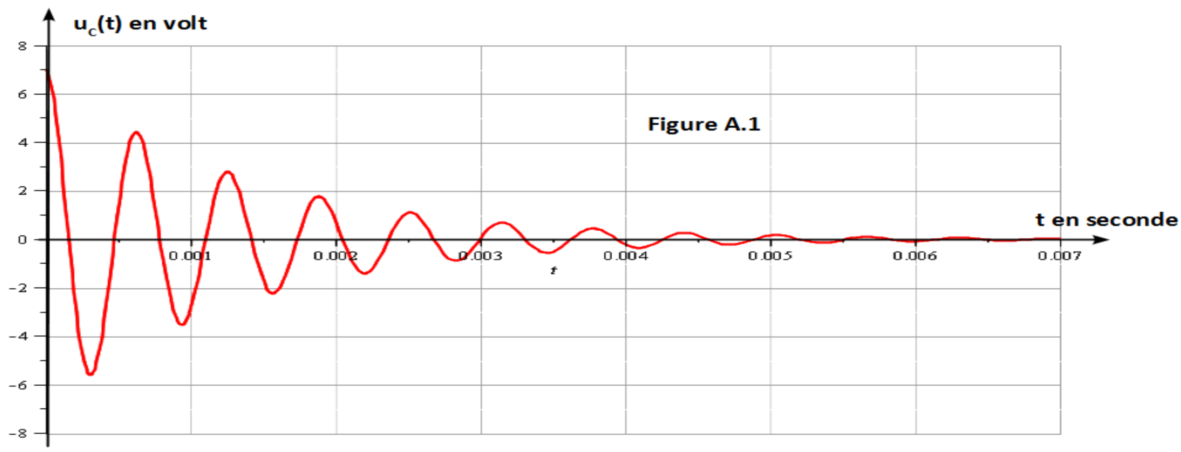
1. Déterminer la tension $u_C(0^-)$ puis $u_C(0^+)$.

2. Pour *t* > *0*, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur sous la forme : $\frac{d^2u_c(t)}{dt^2}+\omega_0^2u_c(t)=0$. Nommer et identifier ω_0 en fonction des données.

3. Déterminer l'expression de la tension $u_c(t)$, formule dans laquelle les constantes d'intégration qui apparaissent seront toutes exprimées en fonction des données de l'énoncé . En déduire $i'(t)$.

II.Cas d'une bobine réelle

L'étude du **I** correspond à une modélisation idéale de la bobine, en réalité la courbe représentative de la tension $u_c(t)$ est pseudo-périodique (figure A.1).



L'amortissement constaté est dû à la présence d'une résistance dans la maille « *L, C* » : la bobine qui était supposée idéale dans le **I** est en fait résistive, et correspond à un groupement série « *r, L* »

Les données initiales sont les mêmes que dans la partie I. Les données de l'énoncé sont maintenant r, L, C et E.

4. Pour t > 0, montrer que l'équation de maille du circuit « *r*, *L*, *C* » série permet d'établir une équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ *de la forme :* $\frac{d^2 u_c(t)}{dt^2}+\frac{\omega_0}{Q}\frac{d\,u_c(t)}{dt}+\omega_0^2 u_c(t)=0$. Identifier Q et ω_0 en fonction des données. Quel est leur nom et leur unité ?

5. On visualise $u_C(t)$ représentée figure A.1 grâce à un oscilloscope. Déterminer graphiquement la fem *E* ainsi que la pseudo-période *T* des oscillations.

6. Établir l'expression de la pseudo-pulsation *T* en fonction Q et ω_0 .

7. <u>Application numérique :</u> $L = 1{,}00 \times 10^{-2}$ H ; $C = 1{,}00 \times 10^{-6}$ F et on prendra $T = 6{,}30.10^{-4}$ *s*.

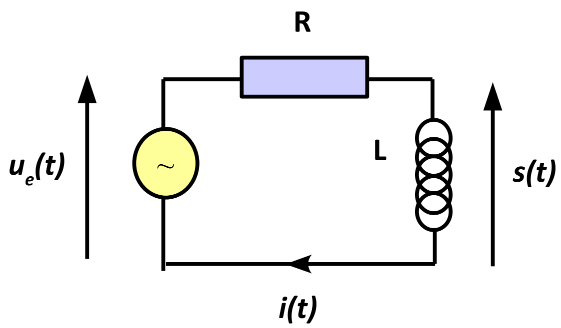
Donner l'expression littérale de *Q* en fonction des données *L*, *C* et *T*. Faire l'application numérique. En déduire la valeur de la résistance *r* de la bobine.

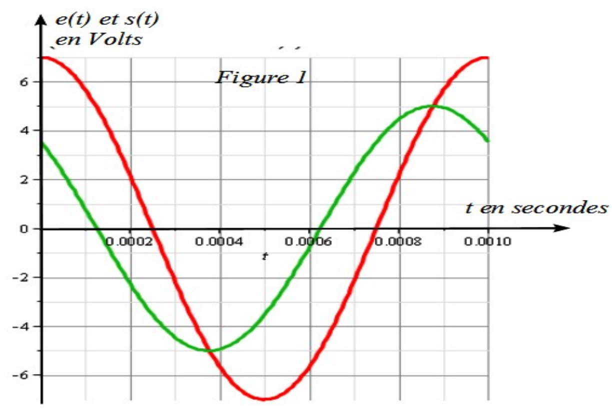
8. Quelle aurait été l'allure de la courbe représentative de la fonction $u_c(t)$ avec une résistance *r* très élevée ?

<u>Problème 2 :</u> Étude d'un circuit RL

(barème sur 30 points)

On considère le circuit *RL* ci-dessous, où le générateur délivre une tension: $u_e(t)=E_m\cos(2\pi f t)$





On pose $s(t)=S_m\cos(2\pi f t+\varphi)$.

1. Quelles sont les amplitudes complexes $\underline{U}_e$ et $\underline{S}$ associées à $u_e(t)$ et *s(t)* ?

2. Exprimer $\underline{S}$ en fonction de $\underline{U}_e$. En déduire l'expression de S_m en fonction de E_m , R , L et ω ,puis établir l'expression de $\tan\varphi$ en fonction de R , L et ω.

3. On dispose d'un oscilloscope pour observer les tensions *e(t)* et *s(t)*. Représenter les connections nécessaires pour observer *e(t)* sur la voie *1* et *s(t)* sur la voie *2*.

Les connections correctement effectuées, on observe l'oscillogramme de la *figure 1*.

4. Quelle est la fréquence *f* des 2 signaux ?

5. D'après l'étude de la question 2 , quel signal correspond à *e(t)* et à *s(t)* ?

6. Quelle est le déphasage entre les 2 signaux ? En déduire l'expression de *L* en fonction de *f* et *R*. Calculer *L* sachant que *R*=50Ω.

7. Montrer par le calcul que: $E_m=S_m\sqrt{2}$.

8. Quelle est l'amplitude I_m du courant *i(t)* et son déphasage par rapport à *e(t)* ?

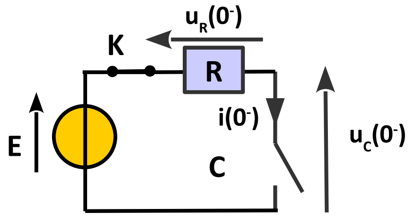
Fin de l'énoncé

Correction devoir surveillé n°4 sciences physiques

PROBLÈME 1 : Étude d' une bobine en régime transitoire *(d'après concours d'entrée dans les grandes écoles d'ingénieurs 2011)*

1

Juste avant la fermeture de l'interrupteur K, le condensateur est équivalent à un interrupoteur ouvert, le circuit à considérer est représenté ci-contre.



D'après la loi des mailles : $E = u_C(0^-) + u_R(0^-)$

Or comme le circuit est ouvert $i(0^-) = 0$ d'où $u_R(0^-) = Ri(0^-) = 0$ d'où $\boxed{u_C(0^-) = E}$.

La tension est continue aux bornes d'un condensateur d'où $\boxed{u(0^+) = u(0^-) = E}$.

2

Pour t > 0, on applique la loi des mailles : $u_c + u_L = 0$ or $i' = C\dfrac{du_C}{dt}$ et $u_L = LC\dfrac{d^2u_C}{dt^2}$ donc:

$\boxed{\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \omega_0^2 u_C = 0}$ avec $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ la pulsation propre du circuit.

3

$\boxed{u_C(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)}$. $u_C(0^+)$=E on en déduit A=E

D'après la continuité de l'intensité dans la bobine $i'(0^+) = 0$, on en déduit $\left(\dfrac{du_C}{dt}\right)_{0^+} = \dfrac{i'(0^+)}{C} = 0$ (1). Or $\left(\dfrac{du_C}{dt}\right) = -E\omega_0\cos(\omega_0 t) + B\omega_0\cos(\omega_0 t)$ d'où en appliquant (1) B=0 d'où : $\boxed{u_C(t) = E\cos(\omega_0 t)}$ et $\boxed{i'(t) = -E\omega_0 C\sin(\omega_0 t)}$

4

Pour t > 0, on applique la loi des mailles : $u_c + u_L = 0$ or $i' = C\dfrac{du_C}{dt}$ et $u_L = ri' + L\dfrac{di'}{dt} = rC\dfrac{du_C}{dt} + LC\dfrac{d^2u_C}{dt^2}$

donc : $\mathbf{LC\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + rC\dfrac{du_C(t)}{dt} + u_c(t) = 0}$ .On écrit l'équation sous la forme:

$\boxed{\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \dfrac{\omega_0}{Q}\dfrac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = 0}$ avec $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ la pulsation propre du circuit en $rad.s^{-1}$ et $Q = \dfrac{1}{r}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ le facteur de qualité du circuit sans dimension.

5

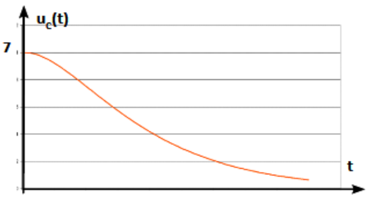
$\boxed{E = u_c(0^+) = 7\ V}$; $\mathbf{4{,}75T = 0{,}003s}$ d'où $\boxed{T = 0{,}63\ ms}$

6

A l'équation $\ddot{u} + \dfrac{\omega_0}{Q}\dot{u} + \omega_0^2 u = 0$ on associe l'équation caractéristique: $\mathbf{r^2 + \dfrac{\omega_0}{Q}r + \omega_0^2 = 0}$. Son discriminant est : $\Delta = \omega_0^2\left(\dfrac{1}{Q^2} - 4\right)$. Ici le régime étant pseudo-périodique $\Delta < 0$

Les solutions de l'équation sont: $r_1 = \dfrac{-\omega_0}{2Q} + j\dfrac{\sqrt{-\Delta}}{2} = \dfrac{-\omega_0}{2Q} + j\omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{4Q^2}} = -\dfrac{\omega_0}{2Q} + j\Omega$ et

$r_2 = \dfrac{-\omega_0}{2Q} - j\dfrac{\sqrt{-\Delta}}{2} = -\dfrac{\omega_0}{2Q} - j\Omega$ avec $\boxed{\Omega = \omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{4Q^2}}}$. $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\Omega} = \dfrac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{4Q^2}}}}$.

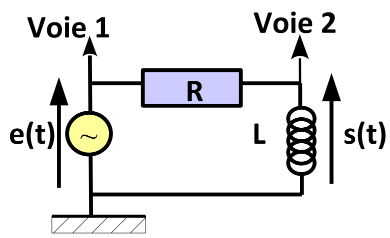
7	$T=\frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}=\frac{2\pi\sqrt{LC}}{\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}$ donc $\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}=\frac{2\pi\sqrt{LC}}{T}$ d'où $\frac{1}{4Q^2}=1-\frac{4\pi^2LC}{T^2}$ d'où $\boxed{Q=\frac{1}{2\sqrt{1-\frac{4\pi^2LC}{T^2}}}}$. AN : $\boxed{Q=\frac{1}{2\sqrt{1-\frac{4\pi^2\times10^{-2}\times10^{-6}}{6,3^2.10^{-8}}}}=6,85}$ on en déduit $\boxed{r=\frac{1}{Q}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{6,848}\sqrt{\frac{10^{-2}}{10^{-6}}}=14,6\Omega}$.
8	Si r est plus grand le régime devient apériodique. L'allure de la courbe sera  alors :

Problème 2 : Étude d'un circuit RL

1. A *e(t)* on associe l'amplitude complexe $\boxed{\underline{U_e}=E_m}$. A s(t) on associe : $\boxed{\underline{S}=S_m e^{j\varphi}}$.

2. D'après la formule du pont diviseur de tension $\underline{S}=\frac{jL\omega}{R+jL\omega}\underline{U_e}$. En prenant le module on obtient : $\boxed{S_m=\frac{L\omega}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}E_m}$ (1). En prenant l'argument on obtient : $arg(\underline{S})=arg(jL\omega)-arg(R+jL\omega)+arg(\underline{U_e})$

d'où : $arg(\underline{S})=\frac{\pi}{2}-arg(R+jL\omega)=arg(L\omega+jR)$ d'où : $\boxed{\tan\varphi=\frac{R}{L\omega}}$



3. Ci-contre

4. La période est de 10^{-3}s donc la fréquence est $\boxed{f=1\,kHz}$.

5. d'après l' expression (1) $\boxed{S_m<E_m}$. **La courbe de moins grande amplitude correspond à s(t).**

6. s(t) s'annule en premier donc s(t) est en avance par rapport à e(t). $\boxed{\varphi=\frac{2\pi}{T}\times\Delta t=\frac{2\pi}{10^{-3}}\times1,25.10^{-4}=\frac{\pi}{4}}$.Or

$\boxed{\tan\varphi=\frac{R}{L\omega}}$ donc $\boxed{\tan\frac{\pi}{4}=1=\frac{R}{L\omega}}$ donc $\boxed{L=\frac{R}{2\pi f}}$. <u>**Application numérique :**</u> $\boxed{L=7,95\,mH}$.

7. $S_m=\frac{L\omega}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}E_m=\frac{R}{\sqrt{R^2+R^2}}E_m=\frac{1}{\sqrt{2}}E_m$ on en déduit que $\boxed{E_m=S_m\sqrt{2}}$. On peut vérifier graphiquement $\boxed{\frac{E_m}{S_m}=\frac{7}{5}=1,4\approx\sqrt{2}}$.

8. $\underline{I}=\frac{\underline{S}}{jL\omega}=\frac{1}{R+jL\omega}\underline{U_e}=\frac{1}{R(1+j)}\underline{U_e}$ *en module* $\boxed{|\underline{I}|=I_m=\frac{1}{R\sqrt{2}}E_m=0,1\,A}$ *en argument* $\boxed{arg(\underline{I})=-arg(R(1+j))-arg(\underline{U_e})=\frac{-\pi}{4}}$ ***l'intensité est en retard de*** $\frac{\pi}{4}$ ***par rapport à e(t).***