# Préparation devoir surveillé n°5 sciences physiques

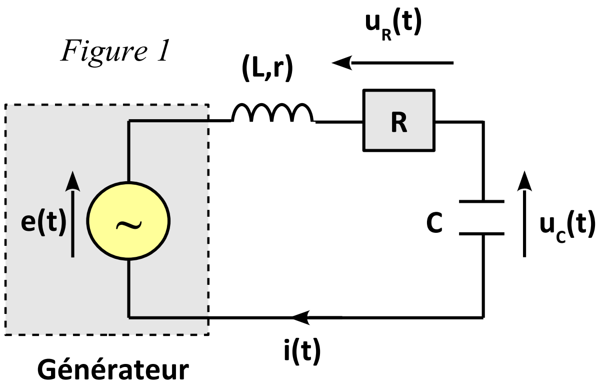
## Étude d' une bobine en régime sinusoïdal forcé

### Première partie

Un générateur sinusoïdal alimente un circuit *RLC* constitué d'un condensateur de capacité $C = 0.1\mu F$ d'une bobine réelle d' inductance $L$ et de résistance $r$ inconnues, placés en série avec une résistance $R$=480Ω .

Le générateur est un générateur basse fréquence délivrant un signal sinusoïdal de pulsation ω : $e(t)=E\cos(\omega t)$ .

L'intensité dans le circuit est de la forme : $i(t)=I_m\cos(\omega t+\varphi_i)$ , la tension aux bornes du condensateur : $u_C(t)=U_{Cm}\cos(\omega t+\varphi_C)$ et la tension aux bornes de la résistance $u_R(t)=U_{Rm}\cos(\omega t+\varphi_R)$ . Le montage est représenté sur la figure 1.




**1.** Donner l'expression des amplitudes complexes associées aux tensions *e(t)*, $u_R(t)$ et $u_C(t)$ ainsi que celle associée à l'intensité *i(t)*.

**2.** Préciser les expressions des impédances complexes de la bobine *(L,r)*, du résistor de résistance $R$ et du condensateur de capacité $C$.

**3.** Préciser le comportement limite de ces différents composants en haute et basse fréquence. En déduire qualitativement le comportement des tensions $u_C(t)$ et $u_R(t)$ en haute et basse fréquences.

**4.** Exprimer l'impédance $\underline{Z}$ du circuit sous la forme : $\underline{Z}=R_0\left(1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$ . Identifier $R_0$ , $\omega_0$ et $Q$ en fonction de, $L$, $R$, $r$ et $C$.

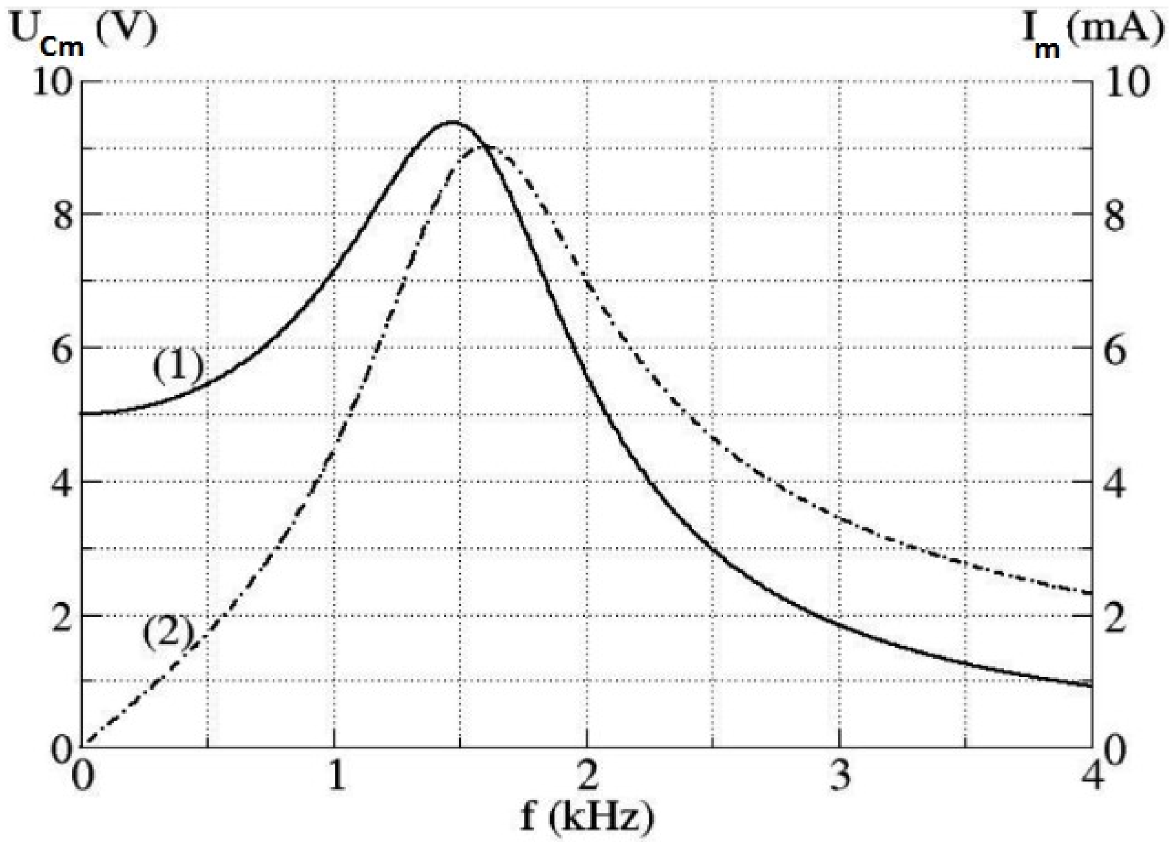
**5.** Donner l'expression théorique de l'amplitude complexe $\underline{I}$ associée à l'intensité du courant traversant le circuit en fonction de $R_0$ , ω ,$Q$, $\omega_0$ et $E$ .

**6.** En déduire l'amplitude $I_m$ sous la forme : $I_m(\omega)=\frac{A}{\sqrt{1+B^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$ . Préciser $A$ et $B$ en fonction de $R_0$, $Q$ et $E$.

**7.** Montrer que $I_m(\omega)$ passe par un maximum pour $\omega=\omega_r$ . Préciser $\omega_r$ et $I_{max}=I_m(\omega_r)$ . Calculer $\varphi_i(\omega_r)$ et commenter le résultat obtenu.

**8.** On appelle bande passante l'intervalle de pulsation $\Delta\omega=\omega_{max}-\omega_{min}$ pour laquelle $I_m(\omega)\geq\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$ . Montrer que : $\Delta\omega=\frac{\omega_0}{Q}$

**9.** On donne ci-dessous les graphes de $I_m(f)$ et $U_{Cm}(f)$ où $f$ est la fréquence du générateur. L'échelle de gauche est celle de $U_{Cm}$ celle de droite est celle de $I_m$ . Identifier, en justifiant votre choix, les courbes (1) et (2).




**10.** Déduire de l'expression de $\underline{I}$ celle de l'amplitude complexe $\underline{U_C}$ associée à la tension aux bornes du condensateur, mettre $\underline{U_C}$ sous la forme canonique : $\underline{U_C}=\dfrac{A'}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2+j\frac{\omega}{\omega_0 Q}}$ et identifier A' en fonction des données du problème.

**11.** En déduire l'amplitude $U_{Cm}(\omega_0)$ ainsi que $\varphi_C(\omega_0)$ en fonction $Q$ et $E$.

**12.** Quelles remarques importantes peut-on faire à propos de la tension aux bornes du condensateur ?

**13.** Déterminer à partir de ces courbes : la tension du générateur $E$, la fréquence propre $f_0$ et le facteur de qualité $Q$ du circuit, les limites de la bande passante et $I_{max}$.

**14.** En déduire les valeurs de $r$ et de $L$.

## Deuxième partie

Le circuit étudié est celui de la figure 1. le résistor et le condensateur sont inchangés ainsi $R=480\Omega$, $C=0,1\mu F$. L'amplitude de la tension délivrée par le générateur est modifiée, elle vaut maintenant $E'$. La bobine est différente de la précédente, elle est caractérisée par les valeurs $L'$ et $r'$.

**15.** Comment peut-on accéder expérimentalement à la mesure de *i(t)* avec un oscilloscope?

On réalise l'expérience suivante sur le circuit. À l'aide d'un oscilloscope, on mesure la tension *e(t)* sur la voie 1 et la tension $U_R(t)$ aux bornes de la résistance $R$ sur la voie 2. On fait varier la fréquence du générateur sinusoïdal et on constate que la voie 2 passe par un maximum pour une fréquence $f_1$.

**16.** Interpréter la présence de ce maximum aux bornes de $R$.

**17.** Présenter sur un schéma les branchements de l'oscilloscope. Le générateur doit-il être à masse flottante ? Expliquer.

## On se place dorénavant à la fréquence $f_1$.

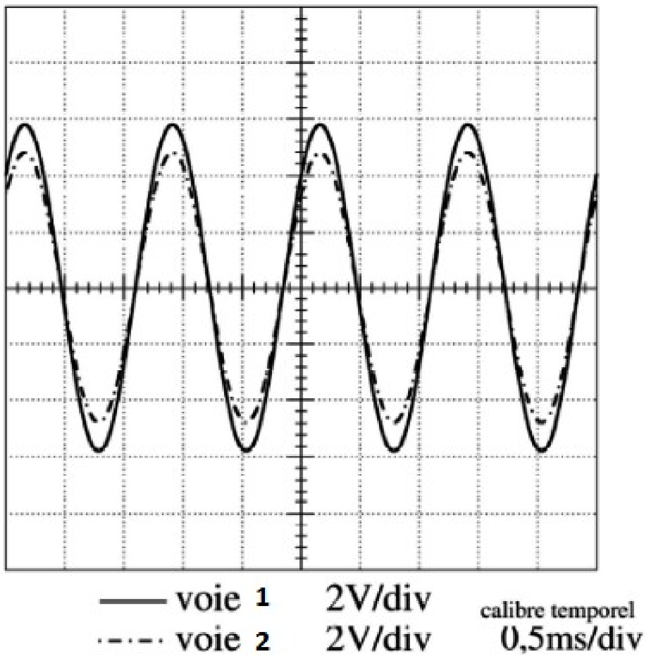
On s'arrange maintenant pour mesurer sur la voie 2 la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur de capacité $C$ en gardant $e(t)$ sur la voie 1.

**18.** Les deux oscillogrammes suivants ont été enregistrés :

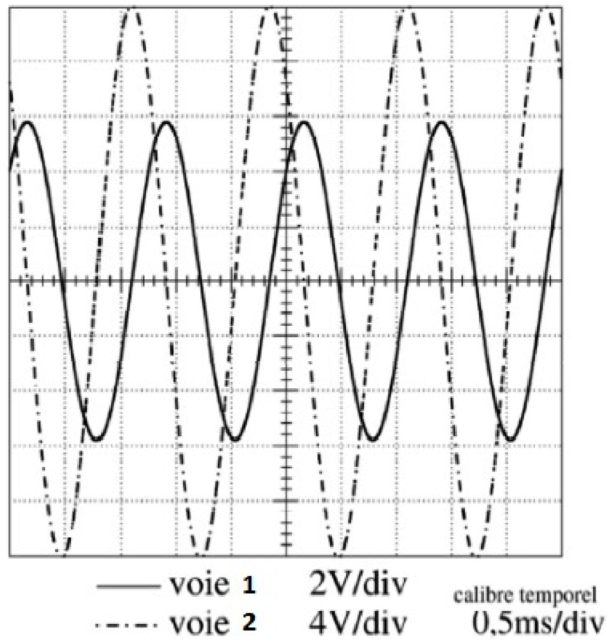
- L'un pour la voie 2 aux bornes de $C$
- L'autre pour la voie 2 aux bornes de $R$ .

Déterminer le déphasage entre la voie 1 et la voie 2 pour chacun des oscillogrammes. Préciser, en justifiant votre choix, à quel composant correspond la voie 2 de chacun des oscillogrammes.

**19.** En déduire la nouvelle valeur de E' et les valeurs $L'$ et $r'$ de la nouvelle bobine.

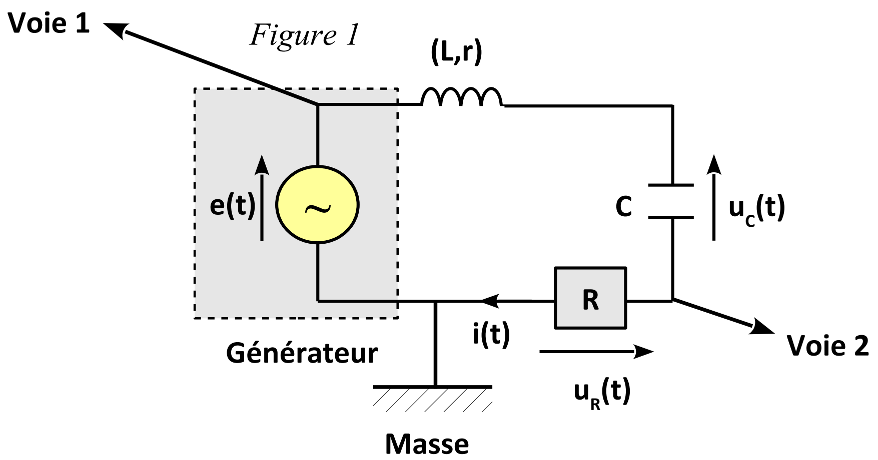



Oscillogramme (a)




Oscillogramme (b)

| Préparation DS05 Correction *(d'après banque agro 2009)* | |
|---|---|
| 1 | $\boxed{\underline{U}_e=E}$ ; $\boxed{\underline{U}_C=U_{Cm}e^{j\varphi_C}}$ ; $\boxed{\underline{U}_R=U_{Rm}e^{j\varphi_R}}$ ; $\boxed{\underline{I}=I_m e^{j\varphi_i}}$ |
| 2 | $\boxed{\underline{Z}_L=r+jL\omega}$ ; $\boxed{\underline{Z}_R=R}$ ; $\boxed{\underline{Z}_C=\frac{1}{jC\omega}}$ |
| 3 | **<u>En basse fréquence :</u>**<br>$\underline{Z}_L=r$ ; $\underline{Z}_R=R$ et $\underline{Z}_C\to\infty$ (interrupteur ouvert) donc $\boxed{u_R(t)=R\,i(t)=0}$ et $\boxed{u_C(t)\to e(t)}$.<br>**<u>En haute fréquence :</u>**<br>$\underline{Z}_L\to\infty$ (interrupteur ouvert); $\underline{Z}_R=R$ et $\underline{Z}_C\to 0$ (fil) donc $\boxed{u_R(t)=R\,i(t)=0}$ et $\boxed{u_C(t)\to 0}$. |
| 4 | $\underline{Z}=(r+R)+j(L\omega-\frac{1}{C\omega})=(r+R)(1+j\frac{L\omega_0}{R+r}(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{1}{LC\omega_0\omega}))=R_0(1+jQ(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}))$ Par identification :<br>$\boxed{R_0=R+r}$ ; $\boxed{\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}}$ et $\boxed{Q=\frac{L\omega_0}{R+r}=\frac{1}{R+r}\sqrt{\frac{L}{C}}}$. |
| 5 | $\underline{I}=\frac{\underline{E}}{\underline{Z}}$, donc $\underline{I}=\frac{E}{R_0(1+jQ(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}))}$ |
| 6 | $I_m=\lvert\underline{I}\rvert=\frac{E}{\sqrt{R_0^2(1+Q^2(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})^2)}}=\frac{E}{R_0\sqrt{(1+Q^2(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})^2)}}=\frac{A}{\sqrt{(1+B^2(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})^2)}}$.<br>Par identification : $\boxed{A=\frac{E}{R_0}}$ et $\boxed{B=Q}$. |
| 7 | Im est maximum quand son dénominateur est minimum, c'est à dire quand : $\boxed{\omega_r=\omega_0}$. On a alors<br>$\boxed{I_m(\omega_r)=\frac{E}{R_0}}$. $\underline{I}(\omega_r)=\frac{E}{R_0}$ $\varphi_i(\omega_r)=arg(\underline{I}(\omega_r))=0$ . A la résonance e(t) et i(t) sont en phase. |
| 8 | $I_m(\omega_{max})=I_m(\omega_{min})=\frac{E}{R_0\sqrt{2}}=\frac{E}{R_0\sqrt{(1+Q^2(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})^2)}}$ $\omega_{max}$ et $\omega_{min}$ vérifient l'équation : $\left\lvert\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right\rvert=\frac{1}{Q}$<br>après résolution on obtient :<br>$\boxed{\omega_{min}=\omega_0(\frac{-1}{2Q}+\sqrt{1+\frac{1}{4Q^2}})}$ et $\boxed{\omega_{max}=\omega_0(\frac{1}{2Q}+\sqrt{1+\frac{1}{4Q^2}})}$ d'où $\boxed{\Delta\omega=\frac{\omega_0}{Q}}$. |
| 9 | Théoriquement on a vu que $I_m(0)=0$ on en déduit que :<br>**la courbe (1) correspond à $U_{Cm}$ et la courbe (2) à $I_m$ .** |
| 10 | $\underline{U}_C=\frac{\underline{I}}{jC\omega}$ d'où $\underline{U}_C=\frac{E}{jC\omega R_0(1+jQ(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}))}$ or $Q=\frac{L\omega_0}{R_0}=\frac{1}{R_0C\omega_0}$ d'où $R_0C=\frac{1}{Q\omega_0}$ on en déduit<br>$\underline{U}_C=\frac{E}{j\frac{\omega}{\omega_0Q}(1+jQ(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}))}=\frac{E}{1-(\frac{\omega}{\omega_0})^2+j\frac{\omega}{\omega_0Q}}$ par identification $\boxed{A'=E}$. |

| | |
|---|---|
| **11** | $\underline{U_C}(\omega_0)=E\frac{Q}{j}$ On en déduit $\boxed{U_{Cm}=Q\,E}$ et $\boxed{\varphi_C=-\frac{\pi}{2}}$ |
| **12** | Si Q>>1 la tension aux bornes du condensateur peut devenir très grande pour $\omega=\omega_0$ !<br>La résonance aux bornes du condensateur n'a pas lieu en même temps que la résonance d'intensité. |
| **13** | $\boxed{U_{Cm}(0)=E=5\,V}$, $I_m(f_0)=I_{max}$ on en déduit : $\boxed{f_0=1,6\,kHz}$, $U_{Cm}(\omega_0)=Q\,E=9\,V$ on en déduit $\boxed{Q=\frac{9}{5}=1,8}$. $\boxed{I_{max}=9.10^{-3}\,A}$. $I_m(f_{max})=I_m(f_{min})=\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}=\frac{9.10^{-3}}{\sqrt{2}}=6,4.10^{-3}\,A$ , on en déduit $\boxed{f_{min}=1,4\,kHz}$ et $\boxed{f_{max}=2,1\,kHz}$. |
| **14** | $I_{max}=\frac{E}{R_0}=\frac{E}{R+r}$ On en déduit $r=\frac{E}{I_{max}}-R$ AN : $\boxed{r=\frac{5}{9.10^{-3}}-480=75,5\,\Omega}$. $\omega_0^2=4\pi^2 f_0^2=\frac{1}{LC}$ on en déduit $L=\frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C}$ AN : $\boxed{L=\frac{1}{4\pi^2\times1600^2\times0,1.10^{-6}}=0,099\,H}$ |
| **15** | Il suffit de visualiser la tension aux bornes de la résistance. |
| **16** | Sur la voir 2 on visualise la résonance d'intensité pour $f_1=f_0$ . |
| **17** | Il faut connecter la masse du générateur à la résistance.<br>La masse du générateur est la même que celle de l'oscillo,<br>on n'a pas besoin d'un générateur à masse flottante.<br><br> |
| **18** | Sur l'oscillogramme (a) la voie 1 et la voie 2 sont en phase, la voie 2 correspond à $u_R(t)$.<br>Sur l'oscillogramme (b) la voie 2 est en avance de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la voie 1, la voie 2 correspond à $u_C(t)$. |
| **19** | D'après la voie 1 $E'=2,9\times2=5,8\,V$ . D'après la voie 2 de l'oscillogramme (a) $U_{Rmax}=2,4\times2=4,8\,V$<br>or $U_{Rmax}=R\,I_{max}=\frac{R\,E'}{R+r'}$ on en déduit $\boxed{r'=\frac{R\,E'}{U_{Rmax}}-R=\frac{480\times5,9}{4,8}-480=110\,\Omega}$<br>D'après la voie 2 de l'oscillogramme (b) $U_{Cmax}=Q\,E'=\frac{L'\times2\times\pi\,f_1\,E'}{R+r'}$ d'où<br>$L'=(R+r')\frac{U_{Cmax}}{2\times\pi\,f_1\,E'}$ . Pour faire l'application numérique il faut déterminer $f_1$ .<br>$2\,T_1=5\times0,5=2,5\,ms$ on en déduit $T_1=1,25\,ms$ d'où $\boxed{f_1=\frac{1}{1,25.10^{-3}}=800\text{Hz}}$ ainsi<br>$\boxed{L'=(480+110)\frac{20}{2\times\pi\,800\times5,8}=0,039\,H}$ |