Correction devoir surveillé n°7 sciences physiques

Problème 1 : Étude d'un photocopieur(d'après ENAC 2017)

1. Pour déterminer la position de A_1B_1, on trace le rayon passant par B_i et O_2 qui n'est pas dévié , puis le rayon passant par Bi // à l'axe. Ce rayon provient d'un rayon incident passant par F_2 . B_1 est l'intersection des rayons incidents. On détermine graphiquement $\boxed{\overline{O_2A_1} \approx 5\,cm}$.

2. Par construction : On trace le rayon passant par B_1 et O_1 qui n'est pas dévié . Le point d'intersection de ce rayon avec le support à photocopier est B_0 . Ensuite, on trace le rayon passant par B_1 // à l'axe, ce rayon est issu d'un rayon incident passant par F_1 et B_0 . On détermine graphiquement $\boxed{f'_1 \approx 5{,}2\,cm}$.

3. D'après la formule de conjugaison : $\frac{1}{\overline{O_2A_i}}-\frac{1}{\overline{O_2A_1}}=\frac{1}{f'_2}$ d'où : $\boxed{\overline{O_2A_1}=\frac{f'_2 \times \overline{O_2A_i}}{f'_2-\overline{O_2A_i}}=\frac{-6{,}5\times 20}{-6{,}5-20}=4{,}9\,cm>0}$

4. D'après la formule de conjugaison : $\frac{1}{\overline{O_1A_1}}-\frac{1}{\overline{O_1A_0}}=\frac{1}{f'_1}$ d'où

$$f'_1=\frac{\overline{O_1A_0}\times\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A_0}-\overline{O_1A_1}}=\frac{\overline{O_1A_0}\times(\overline{O_1O_2}+\overline{O_2A_1})}{\overline{O_1A_0}-(\overline{O_1O_2}+\overline{O_2A_1})}=\frac{-20\times 6{,}9}{-20-6{,}9}=5{,}1\,cm>0$$

5. Graphiquement $G_T=\frac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_0B_0}}=\frac{6}{-4{,}2}=-1{,}4$

Numériquement $G_T=\frac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_0B_0}}=\frac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_1B_1}}\times\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_0B_0}}=\frac{\overline{O_2A_i}}{\overline{O_2A_1}}\times\frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A_0}}=\frac{20}{4{,}9}\times\frac{6{,}9}{-20}=-1{,}4$ (les résultats sont concordants.

6. $\frac{S_c}{S_d}=G_T^2\approx 2$.

7. $V_1=V_3+V_4$ d'où $V_4=V_1-V_3=\frac{10^2}{5{,}1}+\frac{10^2}{6{,}5}=34{,}99\,\delta$ d'où $f'_4=\frac{1}{V_4}=2{,}86\,cm\approx 2{,}9\,cm$. Au niveau de la lentille L_2 , la nouvelle vergence est $V_5=V_2+V_4=\frac{-10^2}{6{,}5}+34{,}99=19{,}6$ d'où $f'_5=5{,}1\,cm$

Il suffit ensuite de reprendre les formules littérales.

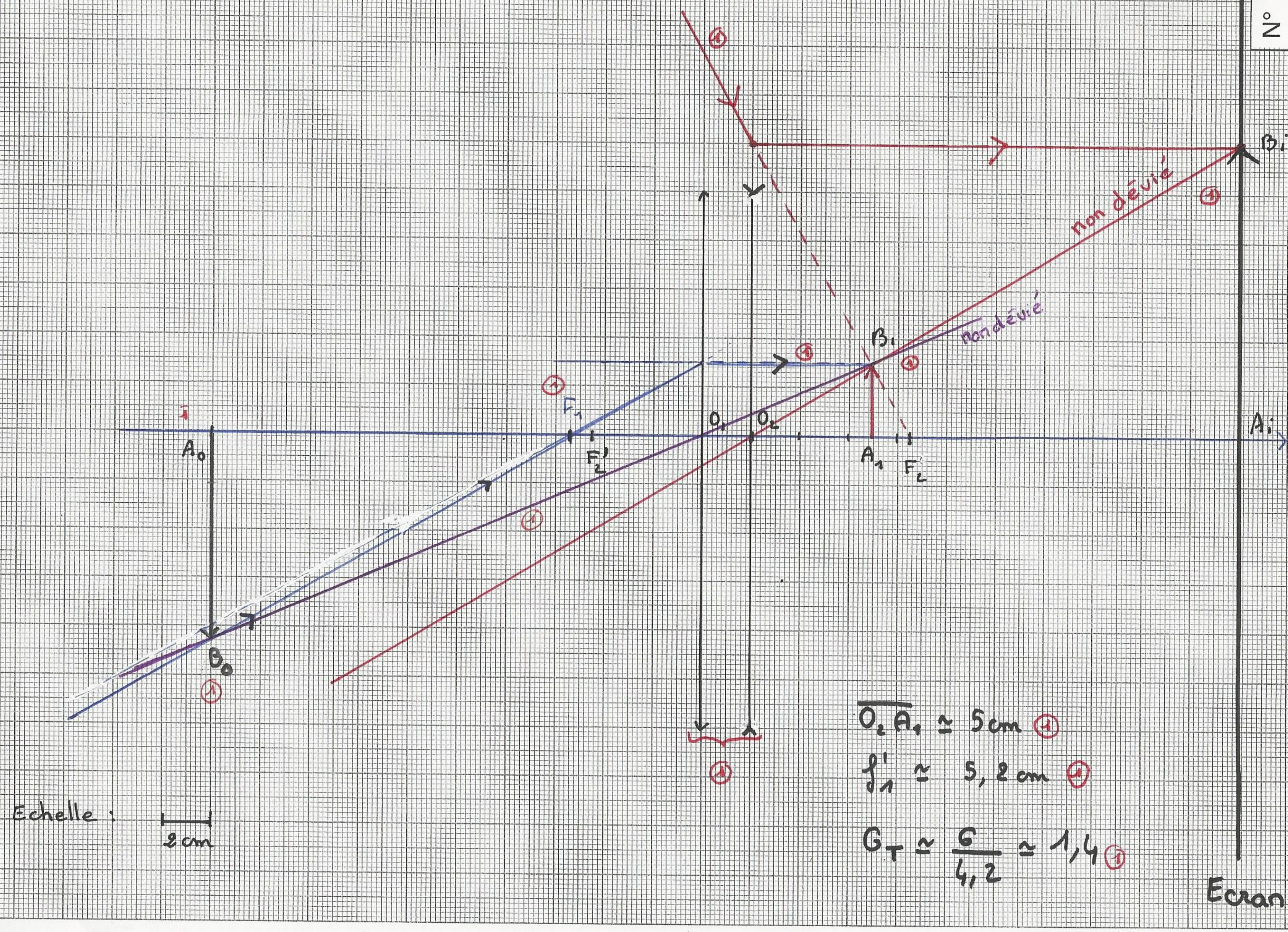
$$\overline{O_2A_1}=\frac{f'_5\times\overline{O_2A_i}}{f'_5-\overline{O_2A_i}}=\frac{5{,}1\times 20}{5{,}1-20}=-6{,}85\,cm>0$$

$$\overline{O_1A_1}=\overline{O_1O_2}+\overline{O_2A_1}=2-6{,}85=-4{,}85\,cm$$

$$G_T=\frac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_0B_0}}=\frac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_1B_1}}\times\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_0B_0}}=\frac{\overline{O_2A_i}}{\overline{O_2A_1}}\times\frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A_0}}=\frac{20}{(-6{,}85)}\times\frac{(-4{,}85)}{-20}=0{,}7 \text{ et } \frac{S_c}{S_d}=G_T^2\approx 0{,}5$$

<u>Le format de sortie du document est A5.</u>

Nom prénom :



$\overline{O_2A_1} \simeq 5\,cm$ 1

$f'_1 \simeq 5,2\,cm$ 1

$G_T \simeq \frac{6}{4,2} \simeq 1,4$ 1

N° …/…

Problème 2 : gonflage de pneus

1. L'équation des gaz parfaits permet d'écrire : $P_1 V_1 = n R T_1 = P_1' V_1'$ car la transformation est isotherme.

On en déduit : $\boxed{V_1' = V_1 \frac{P_1}{P_1'} = 90\text{L}}$

2. La quantité de matière finale dans le pneumatique n_f vérifie $P_3 V = n_f R T_1$ et la quantité de matière initiale dans le pneumatique ni vérifie : $P_2 V = n_i R T_1$. On introduit dans le pneumatique la quantité $n_{intr} = n_f - n_i = \frac{P_3 V - P_2 V}{R T_1}$ soit $\boxed{n_{intr} = \frac{V}{R T_1}(P_3 - P_2)}$. Le volume introduit vérifie l'équation $n_{intr} R T_1 = P_1 V_{intr}$ d'où $V_{intr} = \frac{n_{intr} R T_1}{P_1}$ d'où $\boxed{V_{intr} = \frac{V}{P_1}(P_3 - P_2) = 4{,}7\,L}$.

3. Dans le poste de gonflage, on avait initialement une quantité de matière n_0 telle que : $P_1 V_1 = n_0 R T_1$. Après l'opération, il ne reste plus que $n_0 - n_{intr}$ et la pression est P_4 telle que : $P_4 V_1 = (n_0 - n_{intr}) R T_1$ en explicitant n_0 et n_{intr} on obtient : $P_4 V_1 = \left(\frac{P_1 V_1}{R T_1} - \frac{V(P_3 - P_2)}{R T_1}\right) R T_1$ d'où $\boxed{P_4 = P_1 - \frac{V}{V_1}(P_3 - P_2) = 4{,}1\,b}$

4. Le volume du pneumatique et la quantité de matière étant constants, on a $\frac{P_3}{T_1} = \frac{P_5}{T_5}$ donc $\boxed{T_5 = T_1 \frac{P_5}{P_1} = 870\,K}$ soit $\boxed{t_5 = 597\,°C}$. Il y a risque d'explosion.

5. On considère pour le système constitué par la partie du pneu dont la surface S est en contact avec le sol.
Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen.
Les forces s'exerçant sur ce système sont :

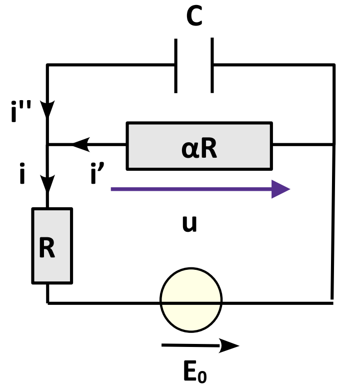
- La réaction du sol verticale ascendante dont la norme est égale au quard du poids de la voiture (on déduit ce résultat en appliquand la 2ème loi de Newton à la voiture immobile) : $R = \frac{m g}{4}$.
- La force de pression verticale descendante due a l'air dans le pneu $F_P = P_3 S$.

Le pneumatique étant à l'équilibre les 2 forces se compensent d'où $\frac{mg}{4} = P_3 S$ soit :
$\boxed{S = \frac{m g}{4 P_3} = \frac{1{,}2.10^3 \times 9{,}8}{4 \times 2.10^5} = 1{,}47.10^{-2}\,m^2 = 147\text{cm}^2}$.

6. La surface de contact diminue avec la pression. En présence d'eau, il faut l'évacuer au mieux, ce qui sera plus facile avec une surface de contact légèrement plus faible. Par conséquent, les pneus seront légèrement surgonflés.

<u>Problème 3</u> : Instabilités et oscillations de relaxation *(d'après mines-ponts MPI 2024)*

1) On applique la loi des nœuds dans le circuit ci-contre : $i=i'+i''$ (1) or $u=E_0-Ri$ d'où



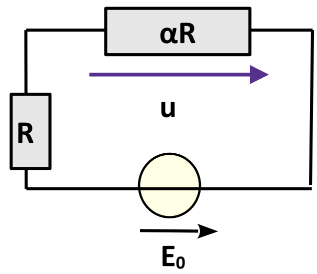
$i=\dfrac{E_0-u}{R}$ de plus $u=\alpha Ri'$ d'où $i'=\dfrac{u}{\alpha R}$ et enfin $i''=C\dfrac{du}{dt}$. En remplaçant chaque intensité dans (1) on obtient : $\dfrac{E_0-u}{R}=C\dfrac{du}{dt}+\dfrac{u}{\alpha R}$ d'où $\boxed{\dfrac{du}{dt}+\dfrac{u}{\tau}=\dfrac{E_0}{RC}}$

avec $\boxed{\tau=\dfrac{\alpha RC}{1+\alpha}}$.

2) Le régime libre correspond à: $\boxed{u_h(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}}$. A est une constante que l'on détermine grâce aux conditions initiales.

3) L'autre solution correspond au régime permanent : $\boxed{u_p(t)=\dfrac{E_0\tau}{RC}=\dfrac{\alpha E_0}{1+\alpha}}$.

4) u∞ correspond au régime permanent. Le condensateur est alors équivalent à un interrupteur ouvert. Le circuit à considérer est représenté ci-contre. Grâce à la formule du pont diviseur de tension, on trouve : $\boxed{u_\infty=\dfrac{\alpha E_0}{1+\alpha}}$.



5) D'après les conditions initiales , $u(0+)=0$ par continuité de la tension aux bornes du condensateurs ainsi $u(0+)=u_h(0+)+u_p(0+)=A+\dfrac{\alpha E_0}{1+\alpha}$ d'où $A=\dfrac{-\alpha E_0}{1+\alpha}$ d'où

$\boxed{u(t)=\dfrac{\alpha E_0}{1+\alpha}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)}$.

6) Si la lampe est allumée la résistance sera plus petite que si la lampe est éteinte donc $\boxed{\alpha_{allumée}<\alpha_{éteinte}}$.

7) Lampe éteinte : $\boxed{\alpha_{éteinte}=\dfrac{R_e}{R}\gg 1}$ d'où $\boxed{\tau_e=\dfrac{\alpha RC}{1+\alpha}\approx RC=20.10^3\times 200.10^{-6}=4\,s}$.

Lampe allumée $\boxed{\alpha_{allumée}=\dfrac{R_a}{R}=\dfrac{10^3}{20.10^3}=0{,}05}$ d'où $\boxed{\tau_a=\dfrac{\alpha RC}{1+\alpha}=\dfrac{0{,}05\times 20.10^3\times 200.10^{-6}}{1+0{,}05}\approx 0{,}2\,s}$.

8) Lampe éteinte $\boxed{u_\infty(éteinte)=\dfrac{\alpha E_0}{1+\alpha}\approx E_0}$; Lampe allumée $\boxed{u_\infty(allumée)=\dfrac{\alpha E_0}{1+\alpha}\approx\alpha E_0=0{,}05\,E_0}$.

Il faut que u_∞(*éteinte*) ≥ U_a pour que la lampe s'allume soit $\boxed{E_0\geq U_a=90\,V}$. Une fois la lampe allumée il faut que u_∞(*allumée*) ≤ U_e pour que la lampe s'éteigne soit $\boxed{\alpha E_0\leq U_e=70\,V}$ d'où $\boxed{E_0\leq\dfrac{70}{0{,}05}=1400\,V}$.

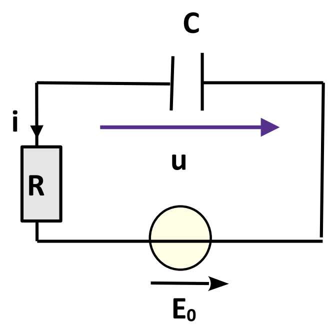
Finalement : $\boxed{90\,V\leq E_0\leq 1400\,V}$. La valeur choisie E0=120V permettra d'observer les oscillations. Le temps de réponse de l'oeil est d'environ 0,1s , les oscillations seront observables.

9) al prend la valeur True (1) quand la lampe D est allumée et False (0) quand la lampe est éteinte.

Les lignes 3 à 6 testent le caractère allumé ou éteint de D.

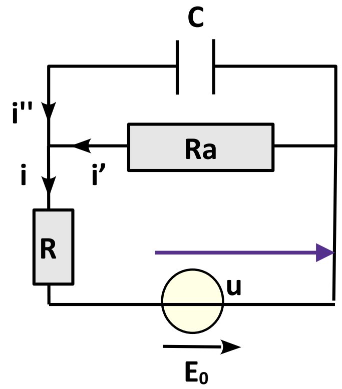
Si D allumée , on vérifie qu'elle le reste ou pas. (ligne 4)

Si D éteinte, on vérifie qu'elle le reste ou pas.



La ligne 7 permet de calculer $u(t+dt)=u(t)+dt(\frac{du}{dt})$

Si D reste éteinte, elle est équivalente à une résistance infinie, le circuit équivalent est représenté ci-contre. i(t) vérifie alors $i=C(\frac{du}{dt})$ donc $(\frac{du}{dt})=\frac{i}{C}$ si bien que $\boxed{u(t+dt)=u(t)+dt\times\frac{i}{C}}$ ce qui correspond à la formule de la ligne 7 quand al=0 (lampe éteinte)



Si D est allumée , le circuit à considérer est représenté ci-contre. $i=C\frac{du}{dt}+\frac{u}{R_a}$ (Q1)

soit $\frac{du}{dt}=\frac{i-\frac{u}{R_a}}{C}$ doù $\boxed{u(t+dt)=u(t)+dt\times\frac{i-\frac{u}{R_a}}{C}}$ ce qui correspond à la ligne 7 quand al=1 (lampe allumée).

10) Le code ne convient pas à la ligne 12 car LT=LU=[] affecte à LT , LU , il aurait fallu écrire LT=[] et LU=[].

11) D est éteinte sur les parties croissantes et allumée sur les parties décroissantes.

$\boxed{a=U_a=90\,V}$

. b est inférieur à 70V le pas de temps tmax/500 n'est pas assez petit devant τa pour que la phase de décroissance soit correctement décrite .

<u>Partie II :</u> Le crissement

12) La longueur du ressort est $l=x_A-x_H$; La force de traction étant donnée l'orientation de l'axe x est :

$\vec{F}=k(l-l_0)\vec{u}_x=k(x_A-x_H-l_0)\vec{u}_x=k(v_0t-(X_H-l_0)-l_0)\vec{u}_x$ d'où $\boxed{\vec{F}=k(v_0t-X_H)\vec{u}_x}$. Comme il n'y pas de mouvement suivant la verticale la somme des forces sans cette direction est nulle d'après la 2ème loi de newton soit : $\vec{P}+\vec{R}_N=\vec{0}$ d'où $\boxed{\vec{R}_N=-Mg\,\vec{u}_z}$.

13) La craie reste immobile tant que la somme des forces horizontales est nulle soit $\vec{F}+\vec{R}_T=\vec{0}$ or la craie est immobile tant que $\|\vec{R}_T\|\le f_s\|\vec{R}_N\|$ soit $\|\vec{F}\|\le f_s Mg$. La craie n'ayant pas encore bougé $X_H=X_H(t=0)=0$d'où $\|\vec{F}\|=k\,v_0t$ d'où $k\,v_0t\le f_s Mg$ d'où . $\boxed{t\le t_0=\frac{f_s Mg}{v_0k}}$.

14) Si $\tau=0$ alors $t=t_0$ d'où $\boxed{x_A=v_0t_0=\frac{f_s Mg}{k}}$. $\boxed{X_H=0}$. La vitesse de H est nulle à $\tau=0$ d'où

$\boxed{\frac{dX_H}{d\tau}=0}$. D'après la 2ème loi de Newton appliquée à la craie en mouvement suivant x :

$M\ddot{X}_H\vec{u}_x=k(v_0t-X_H)\vec{u}_x-\|\vec{R}_T\|\vec{u}_x$ or $\|\vec{R}_T\|=f_d\|\vec{R}_N\|=f_dMg$ et $t=\tau+t_0=\tau+\frac{f_sMg}{v_0k}$d'où

$M\ddot{X}_H=k(v_0\tau+\frac{f_sMg}{k}-X_H)-f_dMg$ d'où $M\ddot{X}_H+kX_H=kv_0\tau+f_sMg-f_dMg$ d'où

$\boxed{\ddot{X}_H+\frac{k}{M}X_H=\frac{kv_0\tau}{M}+g(f_s-f_d)}$. Par identification : $\boxed{\omega^2=\frac{k}{M}}$ et $\boxed{\gamma=g(f_s-f_d)}$.

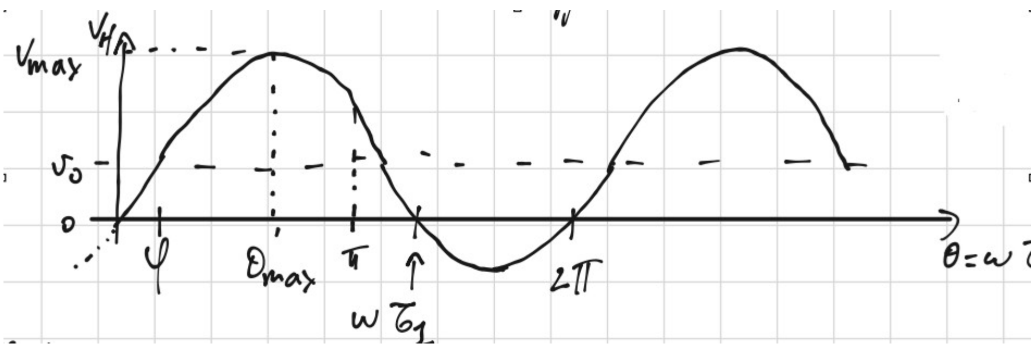
15) $X_H(\tau)=A\cos(\omega\tau)+B\sin(\omega\tau)+v_0\tau+\frac{\gamma}{\omega^2}$ (solution homogène + solution particulière)

$X_H(0)=0=A+\frac{\gamma}{\omega^2}$ d'où $A=\frac{-\gamma}{\omega^2}$; $\dot{X}_H(\tau)=-A\,\omega\sin(\omega\tau)+B\,\omega\cos(\omega\tau)+v_0$ d'où $\dot{X}_H(0)=B\,\omega+v_0$ d'où $B=\frac{-v_0}{\omega}$. On obtient : $X_H(\tau)=\frac{-\gamma}{\omega^2}\cos(\omega\tau)-\frac{v_0}{\omega}\sin(\omega\tau)+v_0\tau+\frac{\gamma}{\omega^2}$. On sait que $\alpha=\frac{\gamma}{\omega v_0}$ d'où $\frac{\gamma}{\omega^2}=\frac{\alpha v_0}{\omega}$. Finalement :

$$\boxed{X_H(\tau)=\frac{\alpha v_0}{\omega}[1-\cos(\omega\tau)]-\frac{v_0}{\omega}\sin(\omega\tau)+v_0\tau}\text{ et }\boxed{V_H(\tau)=v_0(1+\alpha\sin(\omega\tau)-\cos(\omega\tau))}$$

16) On pose $\alpha\sin(\omega\tau)-\cos(\omega\tau)=X_m\sin(\omega\tau-\varphi)=X_m\sin(\omega\tau)\cos\varphi-X_m\cos(\omega\tau)\sin\varphi$. Par identification : $\alpha=X_m\cos(\varphi)$ et $1=X_m\sin(\varphi)$ d'où $X_m=\sqrt{1+\alpha^2}$. Finalement $\boxed{V_H(\tau)=v_0(1+\sqrt{1+\alpha^2}\sin(\omega\tau-\varphi))}$. V_H est max quand $\sin(\omega\tau-\varphi)=1$ d'où $\boxed{V_{max}=v_0(1+\sqrt{1+\alpha^2})}$.

17)



$V_H(0)=V_H(\tau_1)=v_0(1+\sqrt{1+\alpha^2}\sin(-\varphi))=v_0(1+\sqrt{1+\alpha^2}\sin(\omega\tau_1-\varphi))$ d'où $\sin(-\varphi)=\sin(\omega\tau_1-\varphi)$ d'où $\omega\tau_1-\varphi=-(-\varphi+\pi)$ d'où $\omega\tau_1=2\varphi+\pi$ d'où $\sin(\omega\tau_1)=\sin(2\varphi+\pi)=-\sin(2\varphi)=-2\sin\varphi\cos\varphi$

or $\sin(\varphi)=\frac{1}{X_m}=\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}$ et $\cos(\varphi)=\frac{\alpha}{X_m}=\frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}$. Finalement $\boxed{\sin(\omega\tau_1)=\sin(\theta_1)=\frac{-2\alpha}{1+\alpha^2}}$.

$\cos(\omega\tau_1)=\cos(2\varphi+\pi)=-\cos(2\varphi)=-\cos^2\varphi+\sin^2\varphi=\frac{-\alpha^2}{1+\alpha^2}+\frac{1}{1+\alpha^2}$ d'où

$$\boxed{\cos(\omega\tau_1)=\cos(\theta_1)=\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}}.$$

18) $l(\tau)=x_A-x_H=x_A-(X_H-l_0)=x_A-X_H+l_0=v_0t+l_0-X_H=v_0t_0+l_0+v_0(t-t_0)-X_H=l(0)+v_0\tau-X_H$ d'où $l(\tau)=l(0)+v_0\tau-\frac{\alpha v_0}{\omega}[1-\cos(\omega\tau)]+\frac{v_0}{\omega}\sin(\omega\tau)-v_0\tau$ d'où

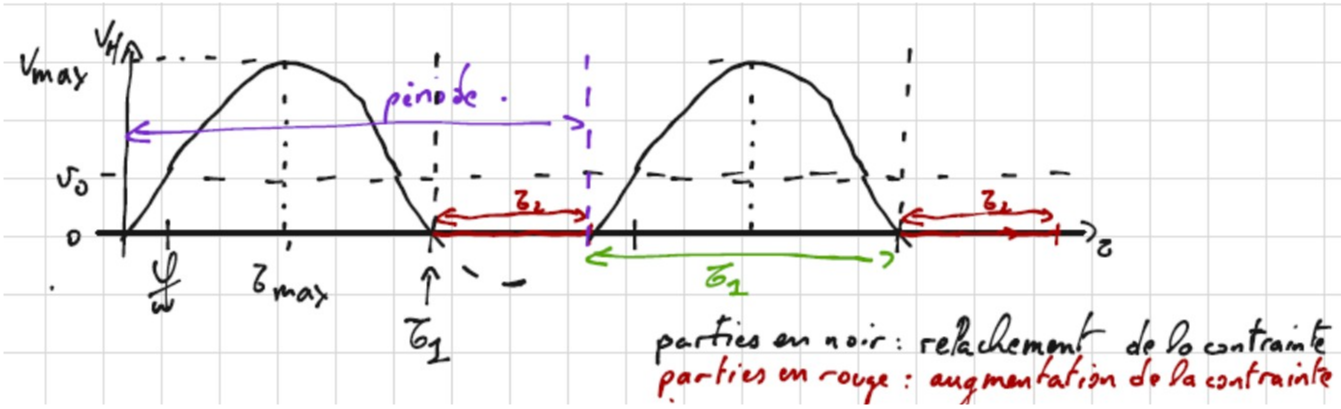
$\boxed{l(\tau)=l(0)-\frac{\alpha v_0}{\omega}[1-\cos(\omega\tau)]+\frac{v_0}{\omega}\sin(\omega\tau)}$. D'où $l(\tau_1)=l(0)-\frac{\alpha v_0}{\omega}[1-\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}]-\frac{v_0}{\omega}\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}$ d'où

$l(\tau_1)=l(0)-\frac{\alpha v_0}{\omega}[\frac{2\alpha^2}{1+\alpha^2}]-\frac{v_0}{\omega}\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}=l(0)-\frac{\alpha v_0}{\omega}[\frac{2\alpha^2}{1+\alpha^2}]-\frac{v_0}{\omega}\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}=l(0)-2\frac{\alpha v_0}{\omega}(\frac{1+\alpha^2}{1+\alpha^2})$ d'où

$$\boxed{l(\tau_1)=l(0)-2\frac{\alpha v_0}{\omega}}.$$

19) La phase collée durera jusqu'à ce que $k(l-l_o)=f_sMg$ et $l(\tau_1+\tau_2)=l(\tau_1)+v_0\tau_2$ soit $k(l(\tau_1)+v_0\tau_2-l_o)=f_sMg$ et $l(\tau_1)=l(0)-2\frac{\alpha v_0}{\omega}$ avec $l(0)=l_0+\frac{f_sMg}{k}$ d'où

$k(l_0+\frac{f_sMg}{k}-2\frac{\alpha v_0}{\omega}+v_0\tau_2-l_o)=f_sMg$ d'où $\boxed{\tau_2=\frac{2\alpha}{\omega}}$.



20) $\boxed{T=\tau_1+\tau_2=\frac{\theta_1}{\omega}+\frac{2\alpha}{\omega}}$ d'où $\boxed{\Omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi\omega}{\theta_1+2\alpha}}$.

21) V_H est max quand $\sin(\omega\tau-\varphi)=1$ d'où $\sin(\theta_{max}-\varphi)=1$ soit $\theta_{max}-\varphi=\frac{\pi}{2}$ d'où $\varphi=\theta_{max}-\frac{\pi}{2}=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{3}$.

Dans la question 16, on a vu que $\tan\varphi=\alpha$ d'où $\alpha=\sqrt{3}$ d'où $\cos(\omega\tau_1)=\cos(\theta_1)=\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}=\frac{1-3}{1+3}=\frac{-1}{2}$

D'où $\theta_1=2\frac{\pi}{3}$ d'où $\boxed{\Omega=\frac{2\pi\omega}{2\frac{\pi}{3}+2\sqrt{3}}=\frac{\pi\omega}{\frac{\pi}{3}+\sqrt{3}}=3{,}14\frac{\omega}{2{,}73}\approx\omega}$ d'où

$\boxed{\Omega=\frac{2\pi\omega}{2\frac{\pi}{3}+2\sqrt{3}}=\frac{\pi\omega}{\frac{\pi}{3}+\sqrt{3}}=3{,}14\frac{\omega}{2{,}73}\approx\omega}$ d'où

$\boxed{\Omega=\frac{\gamma}{\alpha v_0}=(f_s-f_d)\frac{g}{\alpha v_0}=\frac{0{,}4\times 10}{\sqrt{3}\times 10^{-2}}=0{,}58\times 400=232\,rad.s^{-1}}$

d'où $\boxed{f=\frac{\Omega}{2\pi}=\frac{0{,}58\times 400}{2\pi}=\frac{0{,}58\times 2}{\pi}\times 100=0{,}58\times 0{,}64\times 100=37\,Hz}$ domaine audible. Plus la vitesse est lente et plus le son émis est aigu .