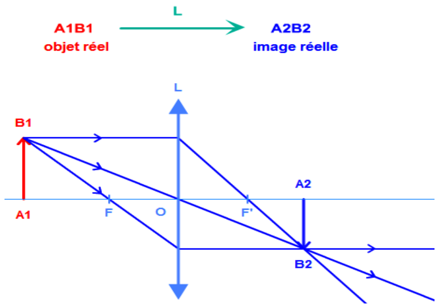
# Correction devoir surveillé n°7 sciences physiques

## <u>Problème 1 :</u> Étude d'un appareil photographique *(d'après ENAC)*

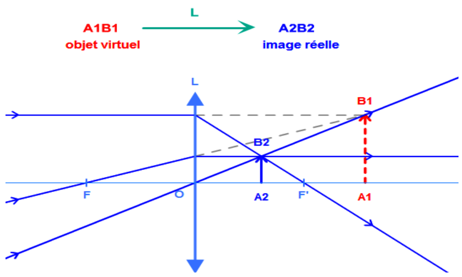
**1.** Préliminaires :

**1.1.**<u>**Lentille convergente : objet avant F**</u>



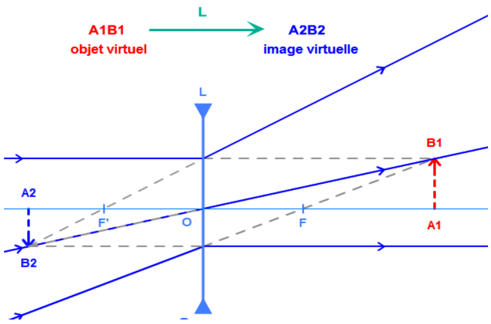

L'image est réelle

**1.2.**<u>**Lentille convergente, objet après O (il y a deux cas):**</u>




L'image est réelle

**1.3.**<u>**Lentille divergente, objet après F**</u>




L'image est virtuelle

## Objectif constitué d'une lentille

**2**

Si <u>l'objet est à l'infini,</u> alors l'image est dans le plan focal image de la lentille. $\boxed{d_{min} = f'_1 = 50\text{mm}}$

Si l'objet est à la distance $x$ de l'objectif : $\dfrac{1}{d_{max}} - \dfrac{1}{-x} = \dfrac{1}{f'_1}$ d'où $\boxed{d_{max} = \dfrac{x\, f'_1}{x - f'_1}}$

AN : $\boxed{d_{max} = \dfrac{600 \times 50}{600 - 50} = 55\text{mm}}$

**-3**

L'objet peut être considéré à l'infini ainsi $\overline{OA'} = f'_1$ L'image est renversée ainsi $\overline{A'B'} = -h_1$

D'après la formule du grandissement : $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{-h_1}{h} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{f'_1}{-D}$ d'où $h_1 = \dfrac{h \times f'_1}{D}$ .

<u>AN :</u> $h_1 = \dfrac{50 \times 50.10^{-3}}{2.10^6} = 1{,}25.10^{-3}\, m = 1{,}25\, mm$ . $\boxed{E = f'_1 = 50\text{mm}}$

**-4**

D'après la question 1.1, la nouvelle distance lentille capteur est d'où $d' = \dfrac{D' f'_1}{D' - f'_1}$ ; $\delta = d' - f'_1 = \dfrac{D' f'_1}{D' - f'_1} - f'_1$

d'où $\boxed{\delta = \dfrac{f'^2_1}{D' - f'_1}}$. AN : $\boxed{\delta = \dfrac{50^2}{10^3 - 50} = 2{,}63\, mm}$. L'encombrement a augmenté.

## Objectif constitué de 2 lentilles

**-5**

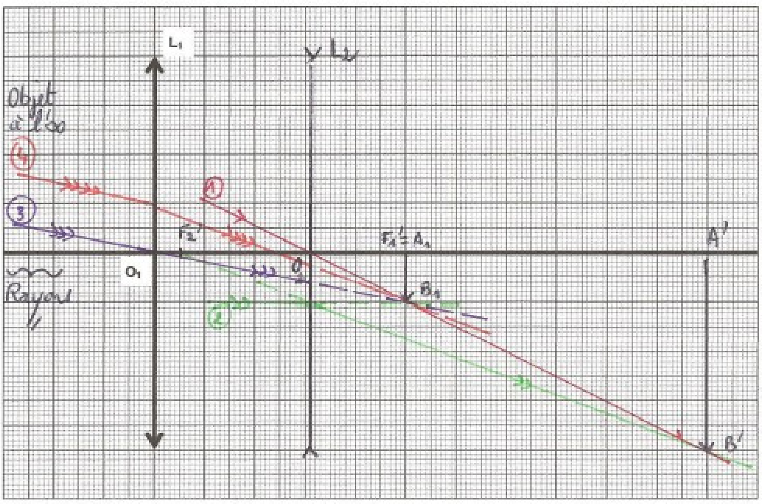
$A_1$ est confondue avec le foyer image de $L_1$. $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}$ d'où $\overline{O_2A_1} = -e + f'_1$ .

AN : $\boxed{\overline{O_2A_1} = -31 + 50 = 19\text{mm} > 0}$. **$A_1$ est située après $L_2$, c'est un objet virtuel pour $L_2$.**

$\overline{F_2A_1} = \overline{F_2O_2} + \overline{O_2A_1} = f'_2 - e + f'_1$ D'où $\boxed{\overline{F_2A_1} = f'_2 - e + f'_1 = -25 - 31 + 50 = -6\text{mm}}$

**-6**

- Positionner $L_2$, l'image intermédiaire $A_1B_1$ et les deux foyers images de $L_1$ et $L_2$.
- Tracer le rayon 1 passant par $O_2$ et $B_1$ : Il n'est pas dévié en sortie de $L_2$.
- Tracer le rayon 2 parallèle à l'axe optique passant par $B_1$ : Il émerge en passant par $F_2'$.
- Ces deux rayons se croisent et donnent la position de l'image définitive.
- Tracer le rayon 3 passant par $O_1$ et $B_1$ : Il n'est pas dévié par $L_1$.
- Tracer le rayon 4 initialement parallèle au rayon 3 : Après $L_1$, ils se croisent dans le plan focal image de $L_1$, soit en $B_1$, qui joue le rôle de foyer secondaire.
- D'où la construction ci-contre.



| | |
|---|---|
| **-7** | $A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1=A_1 \xrightarrow{L_2} A'$<br>On écrit la formule de conjugaison pour la lentille $L_2$ : $\frac{1}{\overline{O_2A'}}-\frac{1}{\overline{O_2A_1}}=\frac{1}{\overline{f'_2}}$ d'où $\overline{O_2A'}=\frac{\overline{O_2A'_1}\times f'_2}{\overline{O_2A'_1}+f'_2}$<br>d'où $\boxed{\overline{O_2A'}=\frac{(f'_1-e)\times f'_2}{f'_1-e+f'_2}}$. AN : $\boxed{\overline{O_2A'}=\frac{(50-31)\times(-25)}{50-31+(-25)}=79{,}2\,mm}$.<br>$h_2=\lvert\overline{A'B'}\rvert$ D'après la formule du grandissement pour la lentille $L_2$ : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}=\frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}$ d'où<br>$\overline{A'B'}=\frac{\overline{A_1B_1}\times\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}=\frac{-hf'_1}{D}\times\frac{(f'_1-e)\times f'_2}{f'_1-e+f'_2}\times\frac{1}{(f'_1-e)}=\frac{-hf'_1}{D}\times\frac{f'_2}{f'_1-e+f'_2}<0$ *donc*<br>$\boxed{h_2=\frac{hf'_1f'_2}{D(f'_1+f'_2-e)}}$ .*AN*: $\boxed{h_2=\frac{50\times50.10^{-3}\times(-25.10^{-3})}{2.10^3(50.10^{-3}+(-25.10^{-3})-31.10^{-3})}=5{,}21\,mm}$ |
| **8** | L'encombrement **E'** est $\overline{O_1A'}$ or $\overline{O_1A'}=\overline{O_1O_2}+\overline{O_2A'}=e+\frac{(f'_1-e)\times f'_2}{f'_1-e+f'_2}$ d'où<br>$\boxed{E'=e+\frac{(f'_1-e)\times f'_2}{f'_1-e+f'_2}}$ *AN* : $\boxed{E'=31+79=110mm}$ |
| **9** | Si on compare la dimension des images : $\boxed{h_2>h_1}$ et l'encombrement : $\boxed{E'>E}$. L'objectif avec 2 lentilles permet d'avoir une image plus grande pour un objet donné à distance donnée. Par contre l'encombrement est double. *Il faut comparer l'encombrement pour un même grandissement.* |
| **10** | Avec une lentille seule, le grandissement serait : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\frac{-h_2}{h}=\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}=\frac{f'}{-D}$ d'où une distance focale :<br>$\boxed{f'=h_2\frac{D}{h}}$. *AN*: $\boxed{f'=5{,}21\frac{.10^{-3}\times2.10^3}{50}=0{,}208=20{,}8\,cm}$.<br>Avec une lentille simple l'encombrement est de 20,8cm alors qu'avec l'association des 2 lentilles il est de 11cm . En utilisant 2 lentilles on réduit l'encombrement de moitié pour un même grandissement. |

## Problème 2 : Gonflage de pneus

1. L'équation des gaz parfaits permet d'écrire : $P_1 V_1 = n R T_1 = P_1' V_1'$ car la transformation est isotherme.

On en déduit : $\boxed{V_1' = V_1 \frac{P_1}{P_1'} = 90\text{L}}$

2. La quantité de matière finale dans le pneumatique $n_f$ vérifie $P_3 V = n_f R T_1$ et la quantité de matière initiale dans le pneumatique ni vérifie : $P_2 V = n_i R T_1$ . On introduit dans le pneumatique la quantité $n_{intr} = n_f - n_i = \frac{P_3 V - P_2 V}{R T_1}$ soit $\boxed{n_{intr} = \frac{V}{R T_1}(P_3 - P_2)}$. Le volume introduit vérifie l'équation $n_{intr} R T_1 = P_1 V_{intr}$ d'où $V_{intr} = \frac{n_{intr} R T_1}{P_1}$ d'où $\boxed{V_{intr} = \frac{V}{P_1}(P_3 - P_2) = 4{,}7\,L}$.

3. Dans le poste de gonflage, on avait initialement une quantité de matière $n_0$ telle que : $P_1 V_1 = n_0 R T_1$ . Après l'opération, il ne reste plus que $n_0 - n_{intr}$ et la pression est $P_4$ telle que : $P_4 V_1 = (n_0 - n_{intr}) R T_1$ en explicitant $n_0$ et $n_{intr}$ on obtient : $P_4 V_1 = \left(\frac{P_1 V_1}{R T_1} - \frac{V(P_3 - P_2)}{R T_1}\right) R T_1$ d'où $\boxed{P_4 = P_1 - \frac{V}{V_1}(P_3 - P_2) = 4{,}1\,b}$

4. Le volume du pneumatique et la quantité de matière étant constants, on a $\frac{P_3}{T_1} = \frac{P_5}{T_5}$ donc $\boxed{T_5 = T_1 \frac{P_5}{P_1} = 870\,K}$ soit $\boxed{t_5 = 597\,°C}$. Il y a risque d'explosion.

5. On considère pour le système constitué par la partie du pneu dont la surface S est en contact avec le sol.
Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen.
Les forces s'exerçant sur ce système sont :

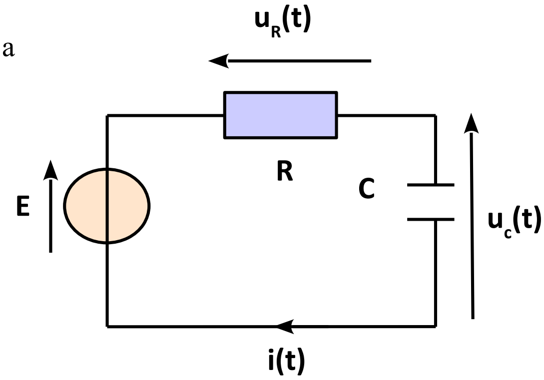
- La réaction du sol verticale ascendante dont la norme est égale au quard du poids de la voiture (on déduit ce résultat en appliquand la 2ème loi de Newton à la voiture immobile) : $R = \frac{m g}{4}$ .
- La force de pression verticale descendante due a l'air dans le pneu $F_P = P_3 S$ .

Le pneumatique étant à l'équilibre les 2 forces se compensent d'où $\frac{mg}{4} = P_3 S$ soit :

$\boxed{S = \frac{m g}{4 P_3} = \frac{1{,}2.10^3 \times 9{,}8}{4 \times 2.10^5} = 1{,}47.10^{-2}\,m^2 = 147\text{cm}^2}$.

6. La surface de contact diminue avec la pression. En présence d'eau, il faut l'évacuer au mieux, ce qui sera plus facile avec une surface de contact légèrement plus faible. Par conséquent, les pneus seront légèrement surgonflés.

## **Problème 3** : Modélisation des supercondensateurs *(d'après concours CCINP PC 2019)*




**1.** Pour répondre à cette question on introduit l'intensité *i(t)* et la tension $u_R(t)$ comme indiqué sur le schéma.

Pour t > 0, on applique la loi des mailles : $u_c+u_R=E$ (1)or $u_R=Ri$ et $i=C\frac{du_C}{dt}$ donc en remplaçant ces grandeurs dans (1) on obtient :

$$\boxed{\frac{d\,u_C(t)}{dt}+\frac{u_C(t)}{\tau}=\frac{E}{\tau}}$$ avec τ = RC .

la constante de temps du circuit.

**2.** τ se nomme la constante de temps du circuit. Physiquement elle donne un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.

**3.** La solution de l'équation est de la forme : $u_C(t)=u_{Ch}+u_{Cp}(t)=\lambda e^{-\frac{t}{\tau}}+E$

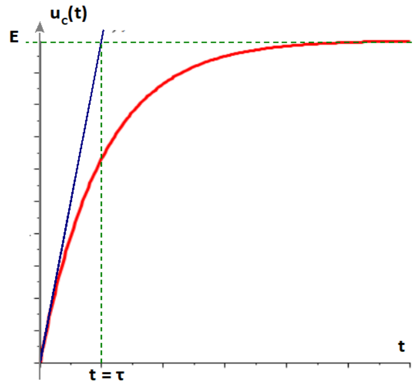
**Détermination de λ :**

Le condensateur est initialement déchargé donc $u_C(0^-)=0$ .

Il y a continuité de la tension aux bornes d'un condensateur donc $u_C(0^+)=u_C(0^-)$ donc $u_C(0^+)=0$

On en déduit $0=\lambda e^{\frac{0+}{\tau}}+E$ d'où $\lambda=-E$ . d'où la solution : $\boxed{u_C(t)=E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}$.

**4.** D'après l'expression de $u_C(t)$ : $\lim\limits_{t\to\infty}u_C(t)=E$ . La courbe a une asymptote horizontale quand t tend vers l'infini la valeur prise par $u_C$ est E , on en déduit $\boxed{E=5\,V}$. La tangente à l'origine coupe l'asymptote en t= τ. On en déduit : $\boxed{\tau=0{,}001\,s}$.




**5.** On sait que $\tau=RC$ donc $\boxed{C=\frac{\tau}{R}=\frac{0{,}001}{10^3}=1\,\mu F}$.

**6.** L'expression de $u_C(t)$ permet de calculer $i(t)=C\frac{du_c(t)}{dt}=\frac{E}{R}e^{\frac{-t}{\tau}}$ .

Pendant la charge :

Énergie emmagasinée dans le condensateur : $E_C=\frac{1}{2}Cu^2(\infty)-\frac{1}{2}Cu^2(0+)=\frac{1}{2}CE^2$

Énergie délivrée par le générateur : $E_G=\int_0^\infty E\,i(t)\,dt=\int_0^\infty E\left(\frac{E}{R}\right)e^{-\frac{t}{R}}dt=\left[-\tau R\left(\frac{E}{R}\right)^2 e^{-\frac{t}{\tau}}\right]_0^\infty=C\,E^2$ Soit $E_R$ l'énergie perdue par effet Joules . D'après le principe de conservation de l'énergie : $E_G=E_R+E_C$. On en déduit

$$E_R=E_G-E_C=CE^2-\frac{1}{2}CE^2=\frac{1}{2}CE^2 .$$

Finalement : $\boxed{E_C=E_R=\frac{E_G}{2}=\frac{1}{2}C\,E^2}$.

**7.** Pour t<0 , le courant est nul dans le circuit $u_c(t)=u_R(t)+u_{C_0}(t)$ or $u_R(t)=Ri(t)=0$ et $u_{C_0}(t)=U_a$ . On en déduit : $\boxed{u_c(t)=U_a}$. Graphiquement : $\boxed{U_a=1{,}55\,V}$.

**8.** On se place à t>0 pendant l'impulsion de courant.

Dans le circuit ci-contre i = I .

$u_c(t)=u_R(t)+u_{C_0}(t)$ (2).

or $u_R(t)=R_0 i(t)=R_0 I$ et $i(t)=I=C_0\dfrac{du_{C_0}}{dt}$ .

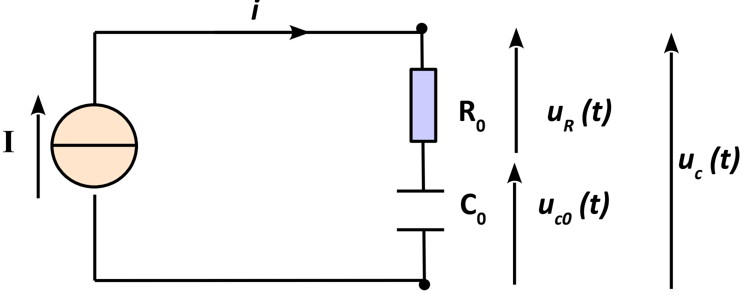



Schéma du circuit réalisé

Pour pouvoir additionner les tensions il faut les dériver. D'après (2) on obtient :

$\dfrac{d\,u_c(t)}{d\,t}=\dfrac{d\,u_R(t)}{d\,t}+\dfrac{d\,u_{C_0}(t)}{d\,t}$ (2').

Or $\dfrac{d\,u_R(t)}{d\,t}=\dfrac{d\,R_0 I}{dt}=0$ . En remplaçant dans (2') on obtient : $\dfrac{d\,u_c(t)}{d\,t}=0+\dfrac{I}{C_0}$ d'où : $\boldsymbol{\dfrac{d\,u_c(t)}{d\,t}=\dfrac{I}{C_0}}$ . Par intégration : $\boldsymbol{u_c(t)=\dfrac{I}{C_0}t+cste}$ .

D'après les conditions initiales et la continuité de la tension aux bornes du condensateur:

$\boldsymbol{u_{C_0}(0\text{-})=u_{C_0}(0+)=U_a}$ et $\boldsymbol{u_R(0+)=R_0 I}$ d'où $\boldsymbol{u_C(0+)=U_a+R_0 I}$ d'où $\boldsymbol{U_a+R_0 I=\dfrac{I}{C_0}\times 0+cste}$

d'où $\boldsymbol{U_a+R_0 I=cste}$ .

Finalement pendant l'impulsion de courant: $\boxed{u_c(t)=\dfrac{I}{C_0}t+U_a+R_0 I}$.

Par identification : $\boxed{\alpha=\dfrac{I}{C_0}}$ et $\boxed{\beta=U_a+R_0 I}$

**9.** $\boldsymbol{P=\dfrac{I}{C_0}}$ est la pente de la droite représentant l'évolution de $u_C(t)$ pendant la charge. On détermine graphiquement cette pente : $\boldsymbol{P=\dfrac{\Delta u_C}{\Delta t}=\dfrac{1{,}8-1{,}7}{4-1}=\dfrac{0{,}1}{3}=0{,}033}$ .

On en déduit $\boxed{C_0=\dfrac{I}{P}=\dfrac{100}{0{,}1}\times 3=3.10^3 F}$. L'ordonnée à l'origine de la droite représentant l'évolution de $u_C(t)$ pendant la charge est $\boldsymbol{b=U_a+R_0 I}$ . On détermine graphiquement b = 1,6 V. Ainsi

$$\boxed{R_0=\frac{b-U_a}{I}=\frac{1{,}6-1{,}55}{100}=\frac{0{,}05}{100}=0{,}5\,\mathrm{m}\Omega}$$

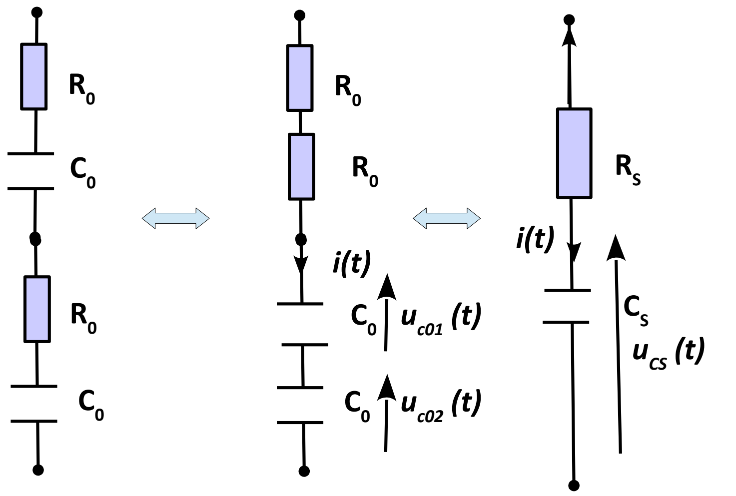
**10.** Dans un premier temps, on permute les dipôles de façon à associer les résistances en série ainsi $\boxed{R_S=R_0+R_0=2R_0}$.

$C_s$ est la capacité équivalente aux deux capacités $C_0$ en série.

Pour déterminer $C_s$, on considère l'intensité traversant les capacités et la tension à leurs bornes.

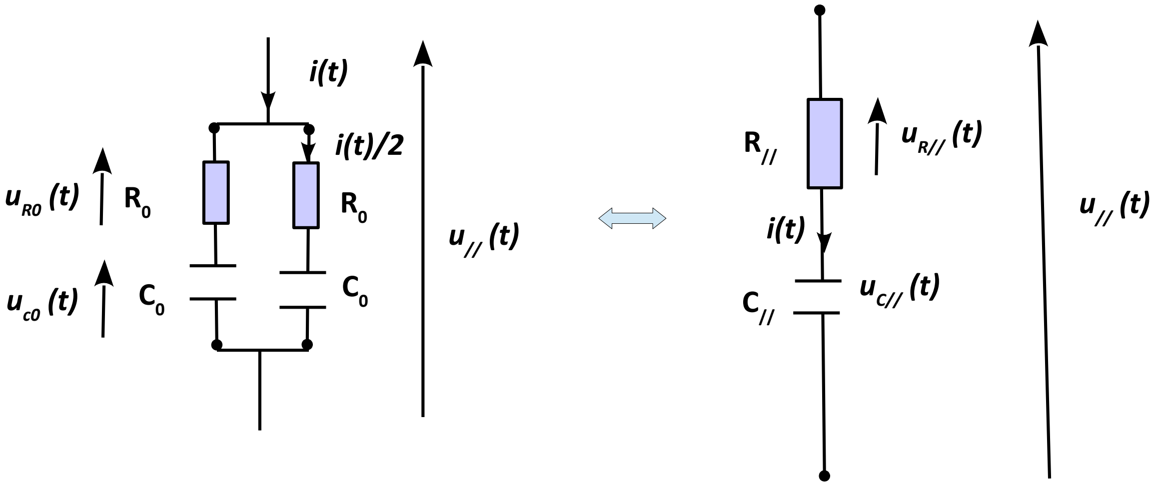
$\dfrac{du_{Cs}}{dt}=\dfrac{du_{C01}}{dt}+\dfrac{du_{C02}}{dt}=\dfrac{i}{C_0}+\dfrac{i}{C_0}=i\left(\dfrac{1}{C_0}+\dfrac{1}{C_0}\right)=\dfrac{i}{C_S}$ .

On en déduit : $\boxed{C_S=\dfrac{C_0}{2}}$.



Généralisation à n supercondensateurs en série : $\boxed{R_S = n\,R_0}$ et $\boxed{C_S = \frac{C_0}{n}}$.

**11.** On cherche à montrer l'équivalence entre les deux schémas ci-dessous.




Dans les deux branches en parallèle du réseau non simplifié, les supercondensateurs étant identiques l'intensité est i/2. Ainsi : $u_{//} = u_{R0} + u_{C_0} = R_0 \frac{i}{2} + u_{C_0}$. Par dérivation on obtient : $\frac{d\,u_{//}}{d\,t} = \frac{R_0}{2}\frac{d\,i}{dt} + \frac{d\,u_{C_0}}{d\,t}$ or $\frac{i}{2} = C_0 \frac{du_{C_0}}{dt}$ d'où : $\frac{d\,u_{//}}{d\,t} = 2\,R_0 \frac{d\,i}{dt} + \frac{i}{2\,C_0}$.

Dans le schéma équivalent la relation tension courant est : $\frac{d\,u_{//}}{d\,t} = R_{//} \frac{d\,i}{dt} + \frac{i}{C_{//}}$

Par identification on obtient : $\boxed{C_{//} = 2\,C_0}$ et $\boxed{R_{//} = \frac{R_0}{2}}$.

Généralisation à m supercondensateurs en parallèle : $\boxed{R_{//} = \frac{R_0}{m}}$ et $\boxed{C_{//} = m\,C_0}$.

**12.** Dans la matrice il faut d'abord associer les condensateurs en série, dans chaque branche le supercondensateur a les caractéristiques : : $\boxed{R_S = n\,R_0}$ et $\boxed{C_S = \frac{C_0}{n}}$. Ensuite on associe les supercondensteurs identiques en // : $\boxed{R_{n,m} = \frac{n}{m} R_0}$ et $\boxed{C_{n,m} = \frac{m}{n} C_0}$.