

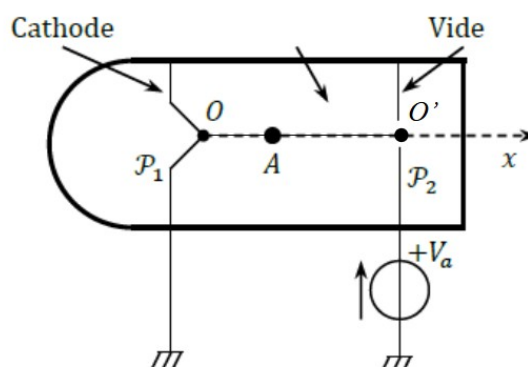
Préparation devoir surveillé n°8 sciences physiques

PROBLÈME 1 : Électron accéléré et champ magnétostatique

(barème sur 30 points)

Dans un canon de microscope électronique, un électron A (masse m_e , charge électrique $-e$) est émis, avec une vitesse initiale négligeable, le long d'un axe Ox , par une plaque métallique $\mathcal{P}_1$ portée à un potentiel nul. Cet électron est accéléré, dans le vide, grâce à une grille métallique $\mathcal{P}_2$ portée à un potentiel constant $V_a=100\text{ V}$. Les plaques $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont habituellement appelées cathode et anode, respectivement.

Le dispositif est représenté ci-dessous.



1. Établir, en fonction des données, l'expression de la vitesse $v_{O'}$ de l'électron quand il atteint l'anode en O' .
2. Calculer $v_{O'}$. On indique les valeurs approximatives des constantes fondamentales suivantes : $m_e \approx 9 \times 10^{-31}\text{ kg}$ et la charge élémentaire $e \approx 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$.

Une fois la vitesse $v_{O'}$ acquise, on s'arrange à la sortie (non représentée sur la figure) du canon pour que l'électron pénètre dans une région où règne seulement un champ magnétique $\vec{B}$, stationnaire et uniforme, dont la direction est perpendiculaire à la direction de la vitesse incidente de l'électron. La trajectoire de l'électron dans cette région devient circulaire.

3. Choisir un sens pour $\vec{B}$ et représenter la trajectoire de l'électron à la sortie du canon en justifiant votre tracé.
4. Montrer que le mouvement de l'électron est uniforme.
5. Établir l'expression du rayon R de sa trajectoire.
6. Lorsque l'électron quitte la région où règne le champ magnétique, que peut-on dire de son vecteur vitesse $\vec{v}_s$ et de sa trajectoire, choisir **après justification** une ou plusieurs des propositions suivantes :
 - A) Le vecteur vitesse $\vec{v}_s$ possède une norme égale à $6 \times 10^6\text{ m.s}^{-1}$.
 - B) Le vecteur vitesse $\vec{v}_s$ a la même direction que lorsque l'électron est rentré dans la région du champ magnétique.
 - C) La trajectoire de l'électron est toujours circulaire.
 - D) La trajectoire de l'électron est rectiligne.
7. On s'intéresse à l'angle θ_m , dit de **déflexion magnétique**, que forme la direction de $\vec{v}_s$ avec l'axe Ox lorsque A sort de la région du champ magnétique. Cet angle est $\theta_m = \sqrt{\frac{e}{2m_e V_a}} B L^\alpha$ où α un nombre réel et L la longueur de la trajectoire de l'électron dans la région du champ magnétique. À l'aide d'une analyse dimensionnel, déterminer la valeur de α .

PROBLÈME 2 : Étude d'une crosse de Hockey sur glace (barème sur 20 points)

Pour manipuler le palet, les joueurs utilisent une crosse de hockey composée d'un manche et d'une palette. La crosse est suspendue par l'extrémité supérieure du manche (point O) à un axe horizontal (Oz) fixe par une liaison pivot supposée parfaite et peut ainsi osciller. L'axe (Oz) est dirigé vers l'avant de la *figure 2*. L'écart de la crosse de hockey avec la verticale est repéré par l'angle θ .

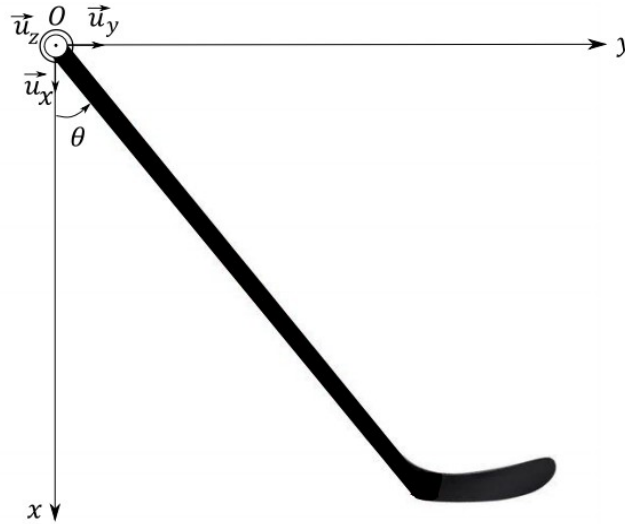


Figure 2 - Schéma de la crosse de hockey

La crosse possède :

- une masse totale M
- un centre de masse G qu'on considérera situé sur le manche avec $OG = h$
- un moment d'inertie total J (en kg.m^2) par rapport à l'axe (Oz)

Les vecteurs $\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$ et $\vec{u}_z$ sont des vecteurs unitaires dirigés respectivement selon les axes (Ox), (Oy) et (Oz).

- 1) Rappeler la loi du moment cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe orienté (Oz). En l'appliquant et en négligeant les frottements de l'air, montrer que l'équation différentielle du mouvement de la crosse peut se mettre sous la forme : $J \ddot{\theta} + M g h \sin \theta = 0$ (1)
- 2) Dans le cas d'oscillations de faible amplitude au voisinage de la position d'équilibre, réécrire l'équation (1). L'équation obtenue sera notée (2).
- 3) En déduire l'expression de la période T_0 des oscillations.
- 4) Établir une intégrale première du mouvement à partir de l'équation (1). Cette équation sera notée (3).
- 5) Expliquer en quoi cette équation (3) fait apparaître les différentes formes d'énergies. Vérifier, à partir des unités de base du Système International, que les différents termes sont homogènes à des énergies.

Correction préparation devoir surveillé n°8 sciences physiques

PROBLÈME 1 : Électron accéléré et champ magnétostatique (d'après ENAC 2023)

1. On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'électron entre le point O où il quitte la cathode et le point O' où il arrive à l'anode en négligeant le poids : $\frac{1}{2} m v_{O'}^2 - 0 = W_{\vec{F}_E} O \rightarrow O' = 0 - q V_a = e V_a$ d'où $v_{O'} = \sqrt{2 e \frac{V_a}{m}}$.

2. AN : $v_{O'} = 6,0 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$

3. Quand l'électron pénètre dans la région où règne le champ $\vec{B}$, il est soumis à la force magnétique (poids négligeable) :

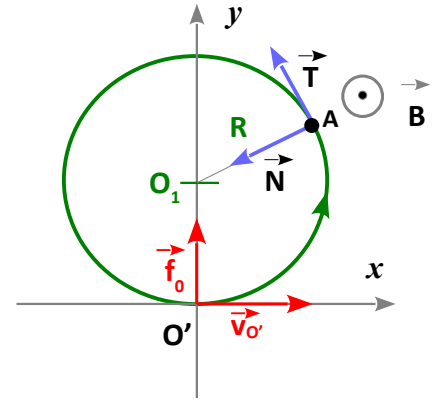
$\vec{f}_0 = -e \vec{v}_{O'} \wedge \vec{B} = -e v_{O'} \vec{u}_x \wedge B \vec{u}_z = e v_{O'} B \vec{u}_y$ d'où la trajectoire orientée vers « le haut ».

4. Pour montrer que le mouvement est uniforme on applique le théorème de la puissance cinétique à l'électron au cours de son mouvement :

$$\frac{dE_c}{dt} = -e \vec{v} \wedge \vec{B} \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{d'où } E_c = \text{cste d'où } \|\vec{v}\| = v_{O'} = \text{cste}.$$

5. Dans référentiel terrestre de repère d'espace $R(O', \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. On exprime le vecteur vitesse et le vecteur accélération grâce à la base de Frenet. $\vec{v} = v_{O'} \vec{T}$ et

$$\vec{a} = \frac{v_{O'}^2}{R} \vec{N}. \text{ La force magnétique est } \vec{f} = -e \vec{v} \wedge \vec{B} = -e v_{O'} \vec{T} \wedge B \vec{u}_z = e v_{O'} B \vec{N}.$$



D'après la 2^{ème} loi de Newton : $m \vec{a} = \vec{f}$ d'où $m \frac{v_{O'}^2}{R} = e v_{O'} B$ en prenant la valeur absolue, on obtient : $R = \frac{m v_{O'}}{e B}$.

6. Dans la zone où l'électron est soumis au champ magnétique son mouvement est uniforme donc le vecteur $\vec{v}_s$ possède la même norme que $\vec{v}_{O'}$, égale à $6 \times 10^6 \text{ m.s}^{-1}$. **Rep A.** Ensuite la somme des forces s'exerçant sur l'électron peut être considérée comme nulle donc son mouvement est rectiligne uniforme. **Rep D.**

7. $\theta_m = \frac{eB}{m_e} \sqrt{\frac{m_e}{2eV_a}} L^\alpha$. D'un point de vue dimensionnel $[\theta_m] = 0$; $\left[\frac{eB}{m_e} \right] = T^{-1}$ d'après Q5 et $\left[\sqrt{\frac{m_e}{2eV_a}} \right] = T L^{-1}$ d'après Q1

, on en déduit $\left[\frac{eB}{m_e} \sqrt{\frac{m_e}{2eV_a}} L^\alpha \right] = T^{-1} T L^{-1} L^\alpha = L^{-1+\alpha}$ d'où $\alpha = 1$.

PROBLÈME 2 : Étude d'une crosse de Hockey sur glace

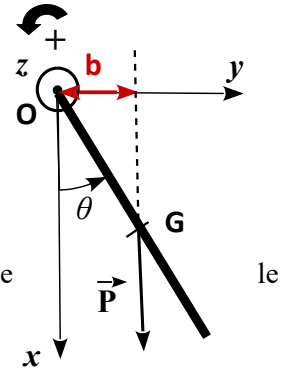
1) Loi du moment cinétique :

Dans un référentiel galiléen, quand un solide en mouvement de rotation autour d'un axe Oz fixe orienté est soumis au moment des forces extérieures par rapport à Oz : $M_{Oz}(\vec{f}_{iext})$, alors :

$$\frac{dL_{Oz}}{dt} = J \frac{d\omega}{dt} = \sum_i M_{Oz}(\vec{f}_{iext}) \quad (0)$$

Dans le cas présent, $\sum_i M_{Oz}(\vec{f}_{iext}) = M_{Oz}(\vec{P}) + M_{Oz}(liaison)$.

- $M_{Oz}(liaison) = 0$ car la liaison pivot est supposée parfaite
- $M_{Oz}(\vec{P}) = -M g b = -M g h \sin \theta$ où b est le bras de levier. Le signe $-$ provient du fait que poids fait tourner dans le sens négatif. (schéma ci-contre).



D'après (0), on en déduit : $J \ddot{\theta} + M g h \sin \theta = 0$.

2) Dans le cas d'oscillations de faible amplitude, $\sin \theta \approx \theta$, l'équation précédente devient : $J \ddot{\theta} + M g h \theta = 0$ (2).

3) L'équation (2) est du type $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{M g h}{J}} = \frac{2\pi}{T_0}$ d'où : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{M g h}}$.

4) D'après (1), on en déduit : $J \ddot{\theta} + M g h \sin \theta = 0$ d'où $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \right) + \frac{d}{dt} (-M g h \cos \theta) = 0$ soit :

$$\frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 - M g h \cos \theta = cste \quad (3)$$

5) L'équation (3) traduit la conservation de l'énergie.

$\frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 = E_c$ est l'énergie cinétique du solide. Unité : $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} = \text{J}$ (le terme est bien homogène à une énergie).

$-M g h \cos \theta = -M g z_G = E_p$ est l'énergie potentielle de pesanteur en considérant $E_p(z_G = 0) = 0$.

Unité : $\text{kg m s}^{-2} \text{ m} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} = \text{J}$ (le terme est bien homogène à une énergie).