

## Préparation devoir surveillé n°11

### Données, formules, notations utiles :

Par souci de clarté, les figures ne sont pas réalisées à l'échelle.

On note  $P^\circ$  la pression standard égale à  $P^\circ = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$  et on assimilera la pression atmosphérique à cette valeur au niveau de l'altitude nulle en Islande.

La constante du gaz parfait vaut  $R = 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .

L'eau à l'état gaz est assimilée à un gaz parfait de masse molaire  $M = 18 \text{ g.mol}^{-1}$ .

L'eau à l'état liquide est caractérisée par :

- une masse volumique supposée invariante et uniforme égale à  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ,

- une capacité thermique massique  $c_e = 4,2 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ .

L'eau à l'état solide est caractérisée par sa capacité thermique massique  $c_s = 2,1 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ .

L'enthalpie massique de fusion de la glace est  $L_f = 337 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

On considère le champ de pesanteur uniforme égal à  $\vec{g} = -g\vec{u}_z$  avec  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

### PROBLÈME 1 : Balade Islandaise

*Barème sur 30 points*

Un des atouts touristiques de l'Islande est l'observation des geysers (du mot jaillir en islandais). Il s'agit de jaillissements intermittents de colonne d'eau au niveau des sommets de cheminées coniques dans le sol (**photo illustration 1 : éruption de Strokkur, Islande**).

On considère que de l'eau liquide s'infiltré dans le sol et vient s'accumuler dans des réservoirs qui sont proches de magma chaud (**figure 1, illustrations 2**). L'eau continuant à s'accumuler, il y a alors ascension de l'eau liquide dans les cheminées étroites.

- 1) Établir la condition d'équilibre d'une tranche cylindrique de section  $S$  et d'épaisseur  $dz$  (**figure 1**) de la colonne d'eau (du sommet de la cheminée jusqu'au niveau de la cavité la plus profonde) soumise à la pesanteur et aux forces de pression. On explicitera le lien entre champ de pesanteur, masse volumique et gradient de pression.
- 2) En déduire l'expression littérale de la pression dans une cavité à la profondeur  $H$  quand la colonne de la cheminée est remplie. Quelle est la valeur de la surpression pour  $H = 150 \text{ m}$  ?
- 3) On donne la formule empirique de la pression saturante  $P_{sat}$  de l'eau à la température  $T$  (pour  $T > 273 \text{ K}$ ) :

$$\frac{P_{sat}}{P^\circ} = \left( \frac{T - 273}{100} \right)^4$$

Pourquoi n'y a-t-il pas vaporisation de l'eau dans les cavités quand l'eau d'infiltration s'introduit à la température  $T_{ext} = 293 \text{ K}$  ? On considère que les échanges thermiques avec les roches chauffées par le magma sont beaucoup plus lents que le phénomène d'infiltration.

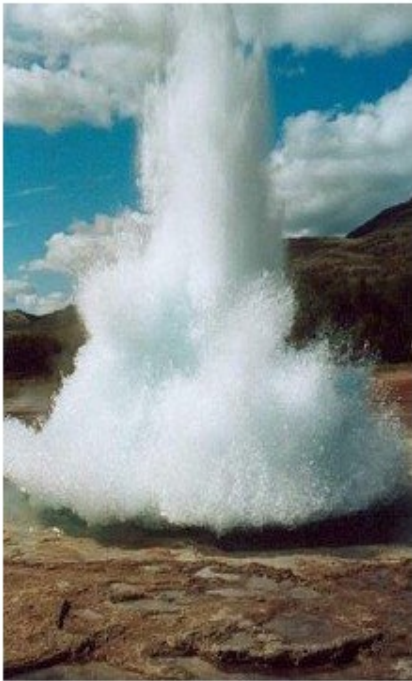
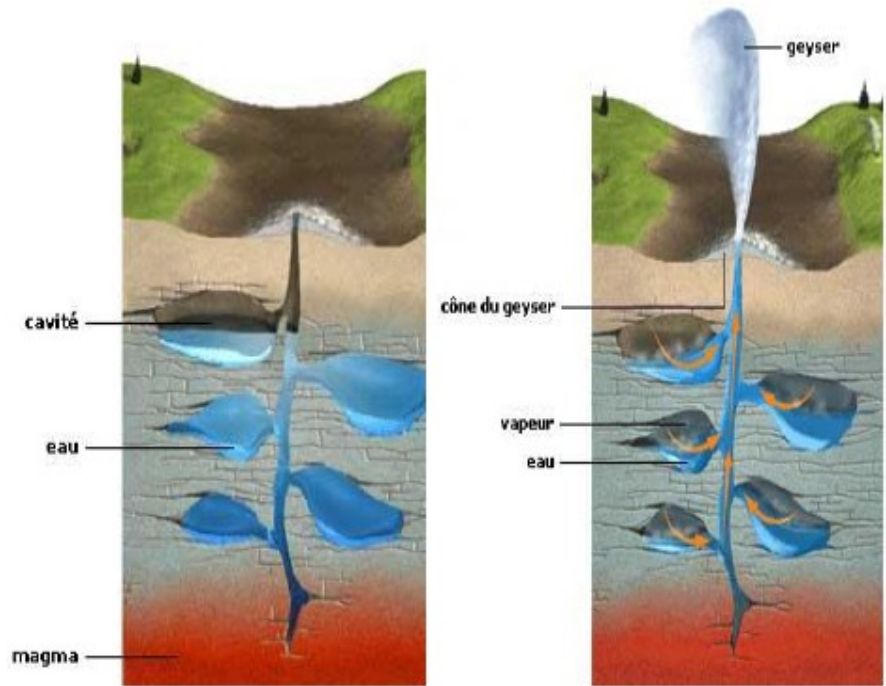


Illustration 1



Illustrations 2

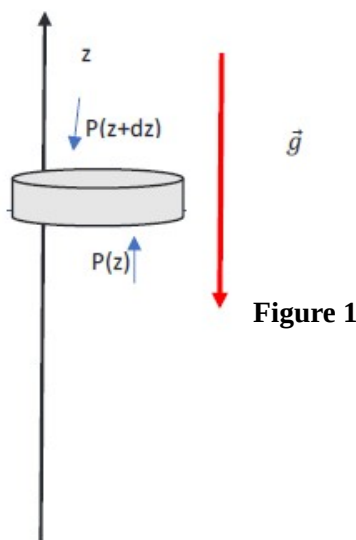


Figure 1

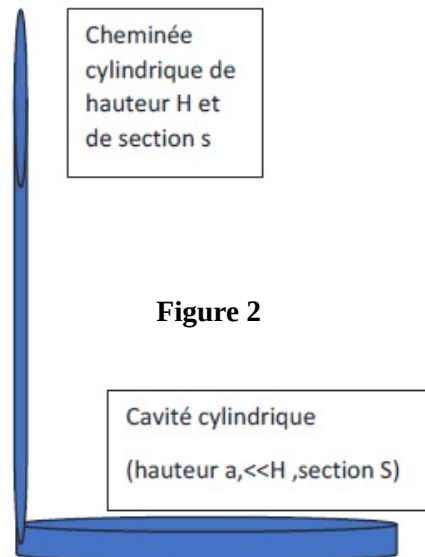


Figure 2

4) Au bout d'un temps suffisamment long, l'eau des cavités se réchauffe en contact avec les roches proches du magma. Quelle est la valeur de la température  $T(H)$ , dans une cavité à la profondeur  $H$ , pour laquelle l'eau qu'elle contient va se vaporiser ?

En Islande, on trouve des zones (au moins une cinquantaine) où la température des roches non poreuses qui contiennent les cavités, dépasse 523 K à moins de 1 km de profondeur.

Utilisons un modèle simplifié (**figure 2**) avec une unique cavité cylindrique à la profondeur  $H$  (section  $S$ , hauteur  $a \ll H$ ) remplie d'eau par infiltration et une cheminée cylindrique pleine d'eau aussi. Au cours du réchauffement par les roches de l'eau de la cavité, il y aura vaporisation totale de l'eau dans celle-ci.

Application :

La cavité de volume  $V_0 = aS = 1 \text{ L}$  est à la profondeur  $H = 150 \text{ m}$ .

- 5) Quelle est la valeur de la température de changement d'état ? Quelle est la masse d'eau vaporisée ?
- 6) Quel est l'ordre de grandeur en litre du volume de gaz qui va « pousser » l'eau de la cheminée ? Expliquer pourquoi le phénomène est intermittent et nécessite la présence de roches non-poreuses.

## PROBLEME 2: Formation d'une couche de glace à la surface d'une patinoire naturelle (barème sur 20 points)

Dans certains pays, des patinoires naturelles se forment en hiver à la surface des lacs gelés et sont alors utilisées pour des matchs de hockey amateurs.

### Document 1 - La solidité de la glace

La couleur de la glace peut donner une indication de sa solidité.

La glace bleue pâle est la plus solide. La glace blanche opaque ou glace de neige est, en général, seulement à moitié aussi solide que la glace bleue pâle. La glace grise n'est pas sécuritaire. L'épaisseur de la glace doit être de 15 cm pour la marche ou le patinage individuels, 20 cm pour le patinage en groupe ou les jeux et 25 cm pour les motoneiges.

Source : <http://www.croixrouge.ca>

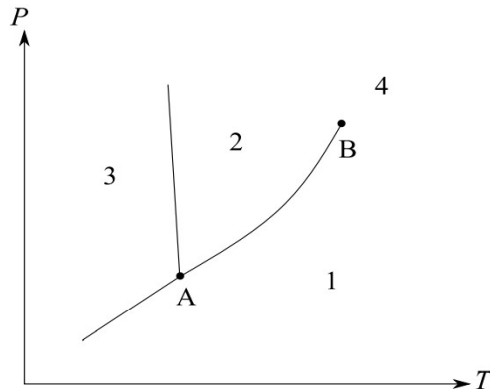


Figure 1- Diagramme (P,T) de l'eau

1. Le diagramme de phases de l'eau est présenté sur la figure 1. Recopier ce diagramme et identifier les domaines d'existence des différentes phases. Préciser le nom des points caractéristiques A et B.
2. Quand un patineur glisse sur la glace, la lame du patin crée une fine couche d'eau liquide à la surface de la glace. Donner une cause physique à sa création en vous appuyant sur le diagramme précédent.

L'eau liquide d'un grand lac est à la température de congélation  $T_E = 0^\circ\text{C}$ . L'air au-dessus du lac est à la température  $T_A < T_E$ . Ces deux températures sont supposées constantes. À l'instant initial, l'eau est liquide puis le lac se couvre progressivement d'une couche de glace (figure 2).

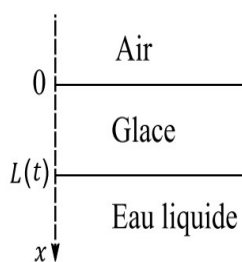


Figure 2 - Formation d'une couche de glace à la surface d'un lac

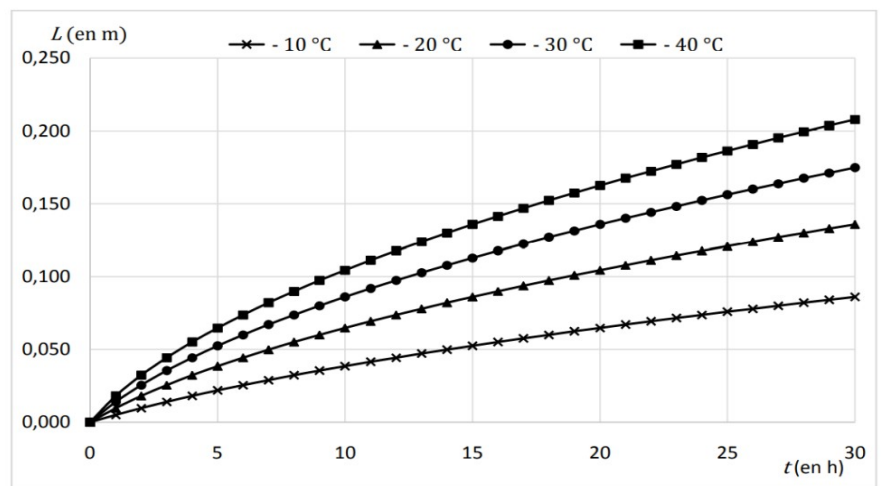


Figure 3 - Simulation graphique représentant l'épaisseur de la couche de glace  $L$  en fonction du temps  $t$  pour différentes températures  $T_A$  de l'air

3. Citer 3 modes de transfert thermique.
4. On admet que l'épaisseur de la couche de glace en fonction du temps est représentée par la simulation graphique en figure 3. Au bout de 20 heures, des joueurs de hockey peuvent-ils considérer que la glace est suffisamment solide pour pouvoir jouer dessus ?
5. En utilisant la figure 3, commenter puis expliquer l'évolution de la vitesse de formation de la glace pour une même température de l'air  $T_A$ , puis pour différentes températures de l'air  $T_A$ .
6. Suite à une contracture musculaire au niveau du pied, un joueur souhaite plonger son pied dans un seau d'eau dont la température n'excède pas  $10^\circ\text{C}$ .

Pour cela il dispose d'eau sortant du robinet à  $\theta_1=16^\circ\text{C}$ , et de glace à  $\theta_2=-10^\circ\text{C}$ .

Il remplit un seau avec 5L d'eau sortant du robinet, quelle masse  $m_g$  de glace doit-il mettre au minimum dedans ?

On pourra négliger tout échange thermique entre , l'eau et la glace , avec l'atmosphère extérieure.

## **PROBLÈME 3: Étude d'un système de chauffage**

(barème sur 70 points)

### **I - Préliminaire :**

**Q1 :** Qu'appelle-t-on thermostat ou source de chaleur ?

Donner un exemple de système thermodynamique assimilable à un thermostat.

Quelle est en théorie la capacité thermique d'un thermostat idéal ? Justifier.

### **II – Chauffage d'un appartement par convecteurs électriques :**

**Donnée :** La masse volumique de l'air de l'appartement est prise égale à  $\rho_{\text{air}} = 1,0 \text{ kg.m}^{-3}$  et supposée constante au cours des transformations thermodynamiques.

La chaleur massique de l'air sec à pression constante est de :  $c_{pm} = 1,0 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ .

**Les transformations thermodynamiques de l'air seront supposées isobares.**

**Q2 :** On considère un appartement standard de surface au sol 100 mètres carrés modélisé par une seule pièce de hauteur sous plafond de 3,0 mètres.

Calculer le volume et la masse d'air sec contenu dans la pièce.

**Q3 :** Calculer la capacité thermique à pression constante  $C_p$  de l'air sec de l'appartement. En supposant l'appartement idéalement isolé et donc sans aucune déperdition, calculer la durée de chauffage avec des convecteurs électriques de puissance totale 5 kW pour amener l'air sec de l'appartement de  $10^\circ\text{C}$  à  $20^\circ\text{C}$ . Commenter physiquement le résultat.

### **III – Etude d'une pompe à chaleur air/eau :**

**Q4 :** Rappeler à l'aide d'un schéma annoté le principe général de fonctionnement d'une pompe à chaleur fonctionnant entre deux sources de chaleur idéales, source chaude notée  $S_C$  et source froide notée  $S_F$  et préciser les signes des grandeurs échangées, sachant que le système considéré est le fluide de la machine.

**Définir** en français ce que sont en général pour une PAC la source chaude et la source froide.

**Q5 :** Etablir à partir des deux premiers principes de la thermodynamique le  $COP$  (coefficient de performance) ou efficacité de la machine **pour un fonctionnement réversible** en fonction de  $T_C$  et  $T_F$ , températures des sources chaudes et froides.

**Q6 : Diagramme des frigorigènes de la PAC.**

On considère une PAC air / eau utilisée en hiver dont le fluide frigorigère est le R410A dont le diagramme des frigorigères est donné en annexe. Ce gaz n'a pas d'effet sur la couche d'ozone mais un impact non négligeable sur le réchauffement climatique.

On rappelle le premier principe de la thermodynamique industrielle (Formule de Zeuner) :

$$h_s - h_e = w_{\text{u massique}} + q_{\text{massique}}$$

**Cycle décrit par le fluide :**

- Le fluide est vaporisé entièrement (Etape 1-2), puis surchauffé de manière isobare (Etape 2-3).
- Le compresseur isentropique (transformation isentropique) amène le fluide à une pression de 20 bars (Etape 3-4).
- Le fluide est liquéfié (Etape 4-5) puis sous refroidi (Etape 5-6).
- Une détente isenthalpique le ramène à l'état 1.

On donne les coordonnées ( $h$ ,  $P$ ,  $s$ ) suivants à différents états du cycle.

**Les unités sont celles du diagramme fourni en annexe.**

Etat du fluide	$h$ : Enthalpie massique en $\text{kJ.kg}^{-1}$	$P$ : Pression en bars	$s$ : Entropie massique en $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Etat 1	240	5,0	
Etat 2 (vapeur saturante)	$h_2$	5,0	
Etat 3 (vapeur surchauffée)	$h_3$	5,0	1900
Etat 4	$h_4$	20	1900
Etat 5	$h_5$	20	
Etat 6	240	20	

On note  $h$  l'enthalpie massique du fluide,  $w$  le travail utile massique reçu algébriquement par le fluide,  $q$  le transfert thermique reçu algébriquement par l'unité de masse de fluide.

- Positionner les six points et représenter le cycle sur le diagramme des frigoristes fourni en annexe en l'orientant. **Le document doit être remis avec la copie. On fera attention au changement d'échelle dans le document.**
- Déterminer graphiquement les valeurs numériques de :  $h_2, h_3, h_4, h_5$ .
- A quelle(s) étape(s) correspond(ent) le passage dans le condenseur ? Expliquer pourquoi il est en contact avec la source chaude. Le passage dans le condenseur correspond-t-il à une transformation isotherme ? Quelle est la température  $T_C$  de la source chaude de votre point de vue ? Expliquer.
- Exprimer, en fonction des enthalpies nécessaires, puis calculer les valeurs approchées de :

$$q_{1 \rightarrow 2}; q_{2 \rightarrow 3}; w_{3 \rightarrow 4}; q_{4 \rightarrow 5} \text{ et } q_{5 \rightarrow 6}.$$

- Définir le  $COP$  de la  $PAC$  et l'exprimer en fonction de certaines des grandeurs exprimées et calculées en Q6d). Le calculer.

Quel serait le  $COP$  si la machine fonctionnait de façon idéale ? Conclure.

- Quel est le débit massique du fluide en  $\text{kg/h}$  pour une puissance chauffante de la  $PAC$  de  $5 \text{ kW}$ .

## **PROBLÈME 4: Cluster Ballooning**

(barème sur 20 points)

*Ce problème n'est pas guidé, il demande de l'initiative de la part du candidat.*

N'avez-vous jamais rêvé d'être porté dans le ciel par un énorme bouquet de ballons ? C'est le « cluster ballooning ».

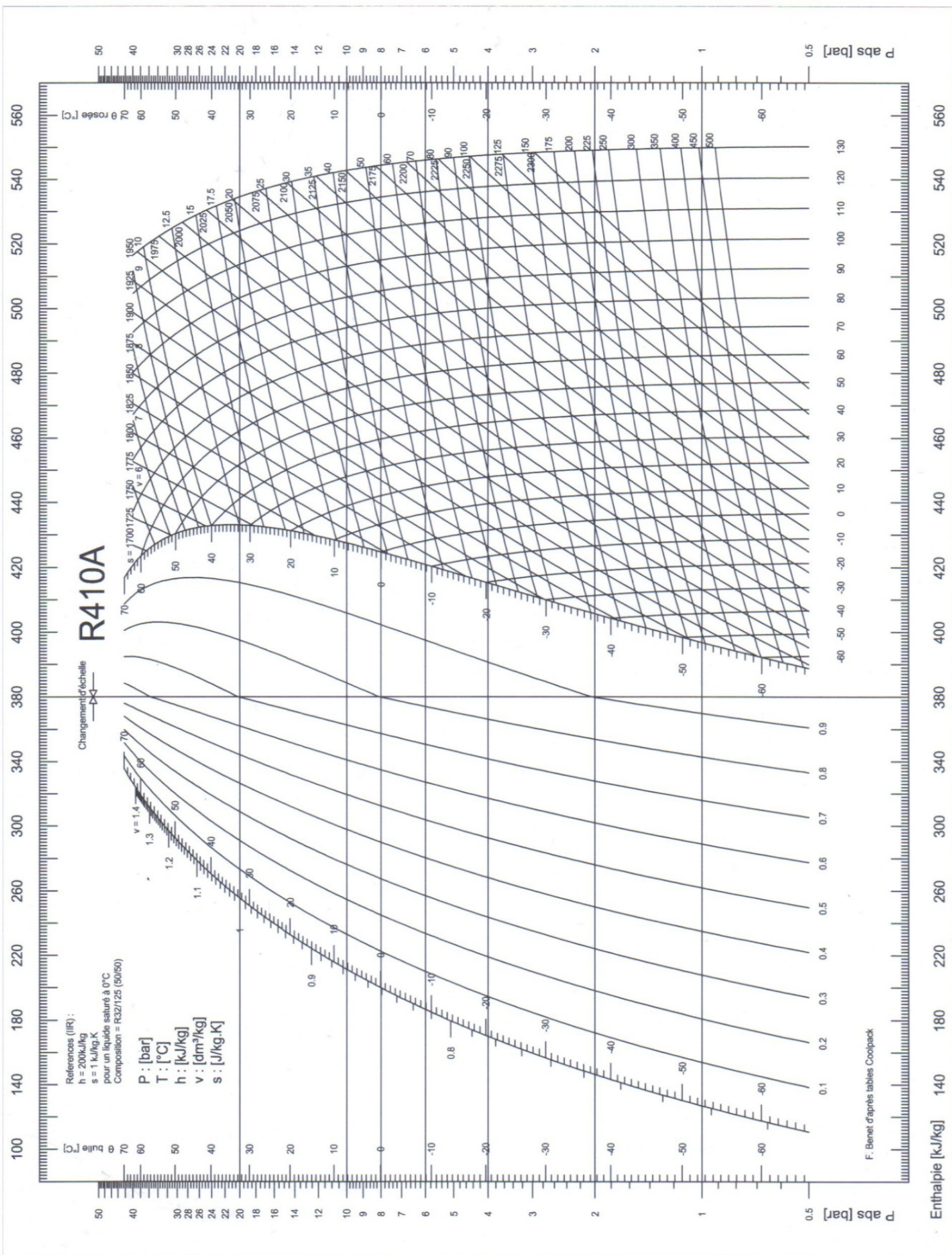
Le pilote porte un harnais auquel est attaché un très grand nombre de ballons de baudruche gonflés à l'hélium. Le contrôle est réalisé par le largage de lest pour monter, ou par éclatement des ballons pour descendre.

Combien de ballons gonflés à l'hélium faut-il, au minimum, pour faire décoller un homme ?



**Fin de l'énoncé**

Nom Prénom : .....



## Correction preparation devoir surveillé n°9

### Problème 1 : Balade Islandaise *d'après Banque PT 2023*

1) Soit une tranche d'eau cylindrique de section  $S$  et de hauteur  $dz$ . Son volume est  $dV = S dz$  et sa masse  $dm = \rho S dz$ .

Bilan des forces s'exerçant sur la tranche :

$$\text{Poids : } \vec{dP} = \rho S dz \vec{g} = \rho dV \vec{g}$$

$$\text{Forces de pression extérieures : } \vec{dF}_{p_{ext}} = p(z) S \vec{u}_z - P(z+dz) S \vec{u}_z \text{ soit}$$

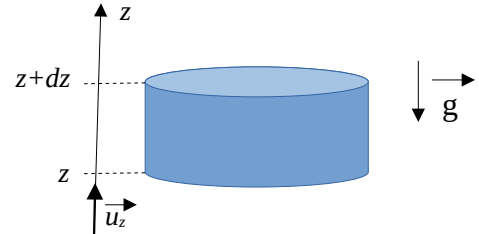
$$\vec{dF}_{p_{ext}} = -\frac{P(z+dz) - p(z)}{dz} S dz \vec{u}_z \text{ soit}$$

$$\vec{dF}_{p_{ext}} = -\frac{dP(z)}{dz} dV \vec{u}_z = -\vec{grad} P dV. \text{ On ne tient pas compte des forces}$$

latérales qui se compensent.

La tranche d'eau étant en équilibre dans le référentiel terrestre supposé galiléen  $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$  d'où

$$\vec{dP} + \vec{dF}_{p_{ext}} = \rho dV \vec{g} - \vec{grad} P dV = \vec{0} \text{ soit } \rho \vec{g} = \vec{grad} P \text{ ou } \frac{dP}{dz} = -\rho g.$$



2) Par intégration de l'expression précédente, on obtient :  $P(z) = P^0 - \rho g z$  en prenant  $z=0$  au niveau du sol et  $p(0) = P^0$ . A la profondeur  $H$ ,  $z = -H$  d'où :  $P(-H) = P^0 + \rho g H$ .

La surpression est :  $\Delta P = P(-H) - P^0 = \rho g H = 1000 \times 10 \times 150 = 15.10^5 \text{ Pa} = 15 \text{ bars}$ .

3) On calcule  $P_{sat}$  pour  $T_{ext} = 293 \text{ K}$   $P_{sat} = P^0 \left( \frac{T_{ext} - 273}{100} \right)^4 = 10^5 \left( \frac{20}{100} \right)^4 = 160 \ll P^0$ . L'eau reste liquide.

4) L'eau se vaporise quand  $P(-H) = P_{sat}$  soit  $P^0 + \rho g H = P^0 \left( \frac{T(H) - 273}{100} \right)^4$  soit  $\frac{P^0 + \rho g H}{P^0} = \left( \frac{T(H) - 273}{100} \right)^4$

$$T(H) = 100 \left[ \frac{P^0 + \rho g H}{P^0} \right]^{\frac{1}{4}} + 273. \text{ AN :}$$

$$T(H) = 100 \left[ \frac{10^5 + 1000 \times 10 \times 150}{10^5} \right]^{\frac{1}{4}} + 273 = 100 \times 16^{\frac{1}{4}} + 273 = 200 + 273 = 473 \text{ K} \approx 200^\circ \text{ C}$$

5) Le calcul a déjà été fait dans la question précédente La température de changement d'état à la profondeur  $H$  est  $T(H) = 473 \text{ K} \approx 200^\circ \text{ C}$ . L'eau se vaporise totalement car la température est supérieure à la température de changement d'état. La masse d'eau vaporisée est donc de 1kg.

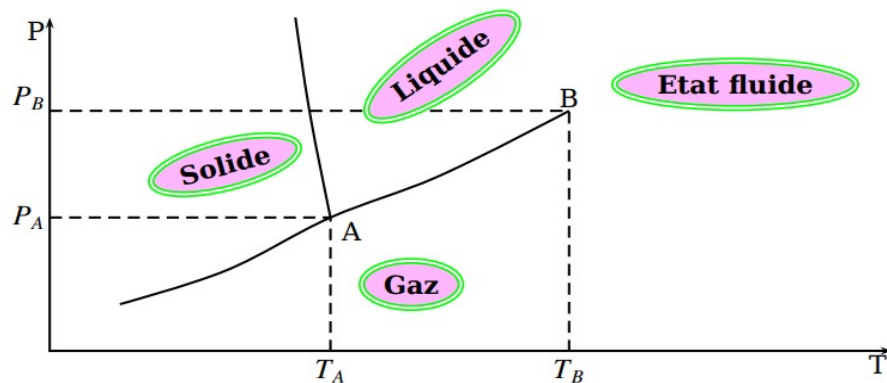
6) On estime le volume de l'eau vapeur à la pression  $P(-H)$  à la température de 473K. On utilise le modèle du gaz parfait :  $PV = \frac{m}{M} RT$  soit  $V = \frac{m}{PM} RT$ . AN :

$$V = \frac{1}{16.10^5 \times 18.10^{-3}} 8,3 \times 473 \approx \frac{1}{15.10^5 \times 20.10^{-3}} 10 \times 500 \approx \frac{1}{300.10^2} 10 \times 500 \approx \frac{50}{3} .10^{-2} \approx 0,1 \text{ L}$$

La cavité ne pouvant pas contenir ces 100 L de gaz, la vapeur d'eau s'échappe en repoussant l'eau encore liquide contenue dans le cheminée cylindrique, c'est le geyser. Une fois le gaz échappé, de l'eau liquide a été infiltré de nouveau dans la cavité. Il faut attendre que cette eau liquide soit réchauffée par le magma pour que le jaillissement se reproduise. Il est nécessaire que les parois de la cavité soient non-poreuses car l'eau doit rester **dans la cavité pendant le temps du chauffage**.

## PROBLEME 2: Formation d'une couche de glace à la surface d'une patinoire naturelle d'après PC/CCINP/TSI/2020

1. Les domaines d'existence des différentes phases.



- A : point triple : coexistence des trois phases.
- B : Point critique, au delà de T<sub>B</sub> on ne peut pas distinguer les phases liquide et vapeur ; on parle de l'état fluide.

2. La lame du patin de surface S en contact avec la glace, supporte le poids du joueur ce qui crée une surpression de mg/S s'ajoute ; c'est à dire la pression augmente par contre la température reste constant : la glace se transforme en liquide ( transformation isotherme représentée ci-dessus) .

3. Conduction. • Convection. • Rayonnement

4. Pour que les joueurs puissent jouer, il faut que l'épaisseur de la glace soit au moins 20 cm. D'après la simulation et pour t = 20h et même pour une température de -40 °C en surface, l'épaisseur L de la glace est insuffisante.

5. Pour une température donnée la vitesse de formation augmente avec le temps puis devient constante car les courbes sont modélisables par des droites. La vitesse de formation est d'autant plus grande que la température T<sub>A</sub> est faible.

6. On pose m<sub>e</sub>=5 kg la masse d'eau liquide initialement à θ<sub>1</sub>. Lors du mélange, le système S={m<sub>e</sub>, m<sub>g</sub>} subit une transformation adiabatique isobare.

$$\Delta H_s = \Delta H_e + \Delta H_g = 0 \quad (1).$$

$$\Delta H_e = m_e c_e (\theta_F - \theta_1).$$

Pour le glaçon , il faut tenir compte du chauffage du solide jusqu'à la température de fusion, du changement d'état et du chauffage du glaçon fondu jusqu'à la température finale θ<sub>F</sub>.

$$\Delta H_g = m_g c_s (\theta_{fus} - \theta_2) + m_g L_f + m_g c_e (\theta_F - \theta_{fus}).$$

De (1) on tire :  $m_e c_e (\theta_F - \theta_1) + m_g c_s (\theta_{fus} - \theta_2) + m_g L_f + m_g c_e (\theta_F - \theta_{fus}) = 0$  .

$$m_e c_e (\theta_F - \theta_1) = -m_g [c_s (\theta_{fus} - \theta_2) + L_f + c_e (\theta_F - \theta_{fus})] . \theta_{fus} = 0^\circ C , \text{ en } ^\circ C \text{ la formule se simplifie :}$$

$$m_e c_e (\theta_F - \theta_1) = m_g (c_s \theta_2 - L_f - c_e \theta_F) \quad \text{d'où} \quad m_g = \frac{m_e c_e (\theta_F - \theta_1)}{c_s \theta_2 - L_f - c_e \theta_F} .$$

AN :  $m_g = \frac{5 \times 4,2 \times (-6)}{2,10 \times (-10) - 337 - 4,2 \times 10} = \frac{-30 \times 4,2}{-21 - 337 - 42} = \frac{126}{400} = 0,315 \text{ kg} .$  Il faut au moins

315g de glace .

## PROBLÈME 3: Étude d'un système de chauffage (D'après Banque PT 2018)

### I - Préliminaire :

Q1 - Un thermostat est un **système de grande dimension** dont la **température reste constante**.

✚ Une pièce dans une maison, l'intérieur d'un réfrigérateur, l'air à l'extérieur d'une maison, un lac peuvent jouer le rôle de thermostats.

✚ Un thermostat idéal aurait en théorie une **capacité thermique infinie**. En effet,  $dU = \delta Q = CdT$ , Or comme  $dT \rightarrow 0$ , il faut que  $C \rightarrow \infty$ .

### II – Chauffage d'un appartement par convecteurs électriques :

Q2 - Le volume de l'appartement :  $V = S \times h$ . **AN :  $V = 3.10^2 \text{ m}^3$ .**

✚ La masse d'air sec correspondante :  $m_{\text{air}} = \rho_{\text{air}} V$ . **AN :  $m_{\text{air}} = 300 \text{ kg}$ .**

Q3 - Capacité thermique de l'air sec :  $C_p = m_{\text{air}} \times C_{p_m}$ ; **AN :  $C_p = 300 \times 1$  d'où  $C_p = 300 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$ .**

✚ Pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$ , les convecteurs libèrent le transfert thermique :  $Q_{\text{chauffage}} = P \Delta t$ .

✚ Ce transfert thermique est égal au transfert thermique reçu par l'air.

✚ L'air subit une transformation isobare sans travail autre que le travail des forces de pression donc  $\Delta H = Cp\Delta T = Q_{\text{chauffage}} = P\Delta t$ .

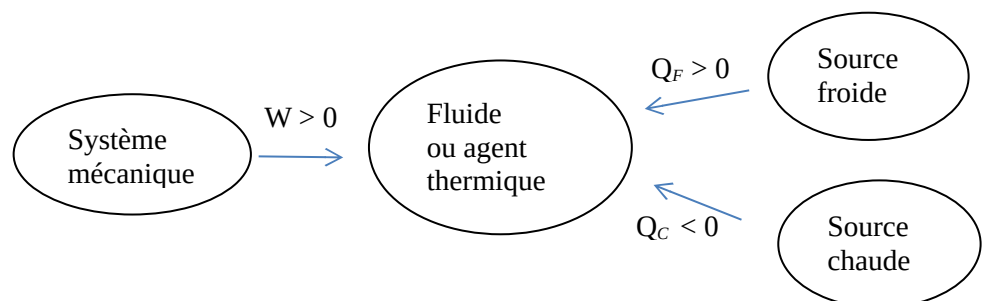
✚ D'où :  $\Delta t = \frac{C_p \Delta T}{P}$  **AN :  $\Delta t = \frac{3.10^5 \times 10}{5.10^3}$  ; On trouve  $\Delta t = 600 \text{ s}$ .**

✚ Il faudrait donc environ **10 minutes** pour augmenter la température de l'appartement de façon uniforme de  $10^\circ\text{C}$  ce qui semble trop peu. Le **modèle est irréaliste**.

### III – Etude d'une pompe à chaleur air/eau :

Q4 – Principe de la PAC :

Le fluide circulant dans la pompe à chaleur reçoit un travail  $W > 0$ , il fournit  $Q_C < 0$  à la source chaude et reçoit  $Q_F > 0$  de la part de la source froide.



Pour une pompe à chaleur ditherme, la **source chaude** est en général **la pièce à réchauffer à l'intérieur de l'habitation**. La **source froide** est constituée par **le milieu extérieur** (air extérieur ou sous-sol).

Q5. Système = fluide thermique :

On écrit le premier principe pour un cycle :  $\Delta U_{\text{cycle}} = Q_C + Q_F + W = 0$ .

Le second principe, dans le cas d'un cycle réversible :  $\Delta S_{\text{cycle}} = S_{\text{echan}} + S_{\text{créé}} = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} + 0$ .

L'efficacité de la pompe à chaleur :  $COP = \left| \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie couteuse}} \right| = \frac{-Q_C}{W}$ .

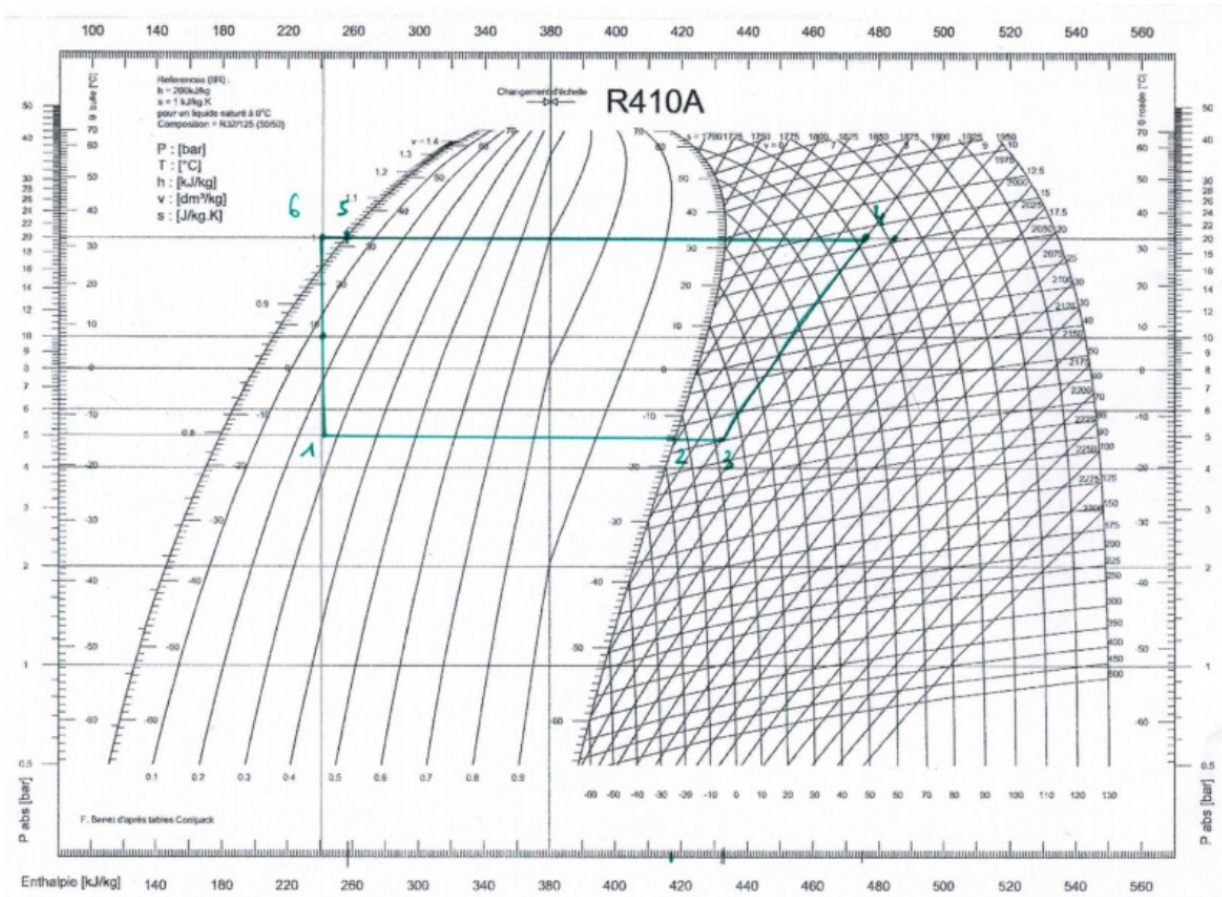
De plus,  $W = -Q_C - Q_F$  ; Ainsi  $COP = \frac{Q_C}{Q_C + Q_F} = \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}} = \frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C}}$ . soit  **$COP = \frac{T_c}{T_c - T_F}$** .

## Q6 - Diagramme des frigorigères de la PAC.

- a) Cf annexe.  
 b) Sur le diagramme, on lit  $\text{kJ.kg}^{-1}$  :

$h_2$	$h_3$	$h_4$	$h_5$
<b>418</b>	<b>432</b>	<b>475</b>	<b>258</b>

- c) Dans le condenseur, le **fluide se liquéfie**. Cela correspond donc à **l'étape globale 4-6**. La transformation n'est pas isotherme. On peut penser que le fluide pénètre dans le condenseur à une température plus élevée ( $70^\circ\text{C}$ ) que la source chaude et ressort à la température de la source chaude soit  $T_c = 32^\circ\text{C}$ .



- d)
- $q_{1 \rightarrow 2}$  ? D'après le 1<sup>er</sup> principe industriel :  $h_2 - h_1 = w_{1 \rightarrow 2} + q_{1 \rightarrow 2}$  ; or pas de travail massique utile :  $w_{1 \rightarrow 2} = 0$ , donc  $q_{1 \rightarrow 2} = h_2 - h_1$  ; AN :  $q_{1 \rightarrow 2} \approx 418 - 240$  ; soit  $q_{1 \rightarrow 2} \approx 178 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .
  - $q_{2 \rightarrow 3}$  ? D'après le 1<sup>er</sup> principe industriel :  $h_3 - h_2 = w_{2 \rightarrow 3} + q_{2 \rightarrow 3}$  ; or  $w_{2 \rightarrow 3} = 0$ , donc  $q_{2 \rightarrow 3} = h_3 - h_2$  ; AN :  $q_{2 \rightarrow 3} \approx 432 - 418$  ; soit  $q_{2 \rightarrow 3} \approx 14 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .
  - $w_{3 \rightarrow 4}$  ? D'après le 1<sup>er</sup> principe industriel :  $h_4 - h_3 = w_{3 \rightarrow 4} + q_{3 \rightarrow 4}$  ; or dans le compresseur la transformation est isentrope, donc **adiabatique et réversible**, donc  $q_{3 \rightarrow 4} = 0$  ; et  $w_{3 \rightarrow 4} = h_4 - h_3$  ; AN :  $w_{3 \rightarrow 4} \approx 475 - 432$  ; On trouve  $w_{3 \rightarrow 4} \approx 43 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .
  - $q_{4 \rightarrow 5}$  ? D'après le 1<sup>er</sup> principe industriel :  $h_5 - h_4 = w_{4 \rightarrow 5} + q_{4 \rightarrow 5}$  ; or  $w_{4 \rightarrow 5} = 0$ , donc  $q_{4 \rightarrow 5} = h_5 - h_4$  ; AN :  $q_{4 \rightarrow 5} \approx 258 - 475$  ; soit  $q_{4 \rightarrow 5} \approx 217 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .
  - $q_{5 \rightarrow 6}$  ? D'après le 1<sup>er</sup> principe industriel :  $h_6 - h_5 = w_{5 \rightarrow 6} + q_{5 \rightarrow 6}$  ; or  $w_{5 \rightarrow 6} = 0$ , donc  $q_{5 \rightarrow 6} = h_6 - h_5$  ; AN :  $q_{5 \rightarrow 6} \approx 240 - 258$  ; soit  $q_{5 \rightarrow 6} \approx -18 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

d) 
$$COP = \left| \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie couteuse}} \right|$$
. Ici  $COP = \frac{-Q_C}{W_{comp}}$  ; or  $W_{comp} = w_{3 \rightarrow 4} > 0$  et  $Q_C = q_{4 \rightarrow 6} = q_{4 \rightarrow 5} + q_{5 \rightarrow 6} \leq 0$

Ainsi :  $COP = \frac{-q_{4 \rightarrow 5} + q_{5 \rightarrow 6}}{w_{3 \rightarrow 4}}$ . AN :  $COP \approx -\frac{-217 - 18}{43} = \frac{217 + 18}{43}$ ; soit  **$COP \approx 5,5$** .

Et le  $COP_{idéal} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$  avec  $\theta_F = \theta_3 \approx 3^\circ C$  (comme pour le condenseur, on peut penser que le fluide

ne rentre pas à la température de la source froide mais à sa température en sortant) ;

$T_C = T_6 \approx 32 + 273 = 305 K$  et  $T_F = T_3 \approx 273 + 3 = 276 K$  ;

On trouve  $COP_{idéal} \approx \frac{305}{305 - 276}$  ; d'où  $COP_{idéal} \approx 10 > COP$ .

e) Au niveau de la source chaude, la puissance chauffante s'écrit :  $P_c = D_m |h_6 - h_4|$  ; soit :  $D_m = \frac{P_c}{h_4 - h_6}$ .

AN :  $D_m = \frac{5}{475 - 240}$  d'où  **$D_m \approx 2.10^{-2} kg \cdot s^{-1} = 7200 kg \cdot h^{-1} = 10^{-2} kg \cdot s^{-1} = 77 kg \cdot h^{-1}$** ..

## **PROBLÈME 4: CLUSTER BALLOONING**

### **Hypothèses sur les données du problème :**

On cherche le nombre minimale N de ballons nécessaire pour soulever l'enfant.

L'individu pèse environ  $M = 80 kg$

On néglige le poids des membranes constituant les ballons.

On estime la température de l'atmosphère à  $T_0 = 300K$

le volume d'un ballon de baudruche est d'environ  $V = 1L$

on assimile l'air et l'hélium à des gaz parfaits

La masse molaire de l'air à  $M_{air} = 29 g \cdot mol^{-1}$

La masse molaire de l'hélium est  $M_{He} = 4 g \cdot mol^{-1}$

On suppose la constante des gaz parfaits  $R = 8 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

On suppose l'intensité de la pesanteur  $g = 10 m \cdot s^{-1}$

On suppose la pression de l'air  $P_0 = 10^5 Pa$ .

### **Stratégie de résolution :**

A tout moment les parois des ballons sont en équilibre mécanique si bien que la pression de l'hélium est égale à  $P_0$ .

Le système envisagé est l'enfant + les ballons

L'enfant s'envole quand la poussée d'Archimède exercée sur les ballons est supérieure au poids des ballons et de l'enfant.

### **Mise en œuvre :**

Bilan des forces :

Poids de l'homme et des ballons:  $P = Mg + N \rho_{He} V g$

Poussée d'Archimède :  $\pi = N \rho_{air} V g$

Le nombre N de ballons correspond à l'égalité des deux forces :  $Mg + N \rho_{He} V g = N \rho_{air} V g$

On déduit :  $M = N \rho_{air} V - N \rho_{He} V = N V (\rho_{air} - \rho_{He})$ .

On assimile l'air et l'hélium à des gaz parfaits si bien que :  $\rho_{He} = \frac{P_0 M_{He}}{R T_0}$  et  $\rho_{air} = \frac{P_0 M_{air}}{R T_0}$

Ainsi :  $M = N \frac{V P_0}{R T_0} (M_{air} - M_{He})$  et  $N = \frac{M R T_0}{V P_0 (M_{air} - M_{He})}$  (1)

AN :  $N = \frac{80 \times 8 \times 300}{10^{-3} \times 10^5 (29 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3})} = \frac{80 \times 8 \times 300}{10^{-1} (25)} = 800 \times 8 \times 12 = 6400 \times 12 = 76800$ .

**Il faut environ 80000 ballons.**