

(73 pts)

Q50. Partie amplificateur : $\{ALI + R_1 + R_2\}$; partie filtre : $\{R + C + (R//C)\}$.

Q51. L'impédance d'entrée d'un ALI est quasi infini et les courants en entrée sont de l'ordre de 10 pA et peuvent donc être négligés devant les autres courants.

Q52. On a $i = C \frac{dv_c}{dt}$ (E1).

Q53. Le courant partant dans la résistance R en parallèle avec C vaut $i_R = \frac{v_c}{R}$. Celui partant dans le condensateur en parallèle vaut alors : $i_C = C \frac{dv_c}{dt}$. On peut donc écrire la loi des nœuds en A :

$$i = \frac{v_c}{R} + C \frac{dv_c}{dt} \quad (E2)$$

Q54. On applique alors la loi des mailles : $v_s - Ri - v_C - v_e = 0$ ou encore $v_s = Ri + v_C + v_e$ (E3).

Q55. On dérive alors (E3) et il vient : $\frac{dv_s}{dt} = R \frac{di}{dt} + \frac{dv_C}{dt} + \frac{dv_e}{dt}$. On utilise alors (E1) : $\frac{dv_s}{dt} = R \frac{di}{dt} + \frac{v_c}{C} + \frac{dv_e}{dt}$. On remplace enfin i par l'expression donnée par (E2) et on trouve :

$$\frac{dv_s}{dt} = R \frac{d}{dt} \left(\frac{v_c}{R} + C \frac{dv_c}{dt} \right) + \frac{1}{C} \left(\frac{v_c}{R} + C \frac{dv_c}{dt} \right) + \frac{dv_e}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv_s}{dt} = RC \frac{d^2 v_c}{dt^2} + 3 \frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{RC} \quad (7)$$

On retrouve bien l'équation différentielle demandée en posant $\tau = RC$.

Q56. L'ALI a une rétroaction sur l'entrée inverseuse; il est donc susceptible d'être en fonctionnement linéaire. Supposons que c'est effectivement le cas et qu'en outre l'ALI est idéal, on a alors $v^+ = v^-$. On a $v^+ = v_e$. En outre $i^- = 0$. On peut donc utiliser le pont diviseur de tension à l'entrée inverseuse et écrire : $v^- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s$. Finalement, on trouve donc

$$v_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v_e \quad \text{Cela correspond alors à } A = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Q57. On remplace alors v_e dans l'équation différentielle (7) et on obtient :

$$\left(\frac{dv_s}{dt} = \tau \frac{d^2 v_s}{dt^2} + 3 \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{A\tau} \right) \times \tau A \Leftrightarrow \tau A \frac{dv_s}{dt} = \tau^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + 3\tau \frac{dv_s}{dt} + v_s \Leftrightarrow \tau^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \tau(3-A) \frac{dv_s}{dt} + v_s = 0$$

Q58. Pour obtenir un oscillateur harmonique, on doit avoir une équation différentielle du type $\ddot{v}_s + \omega_0^2 v_s = 0$, c'est-à-dire sans terme d'amortissement. Il faut donc choisir $A = 3$.

Q59. L'équation devient alors $\frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{1}{\tau^2} v_s = 0$ ce qui correspond à $2\pi f_0 = \omega_0 = \frac{1}{\tau}$. La fréquence d'oscillation est donc

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\tau}$$

Q60. L'énergie servant à entretenir les oscillations provient de l'alimentation de l'ALI, non représentée sur le schéma.

Q61. Non, le signal fourni n'est pas sinusoïdal puisqu'il présente 2 harmoniques (un sinusoïdal « pur » ne comporte qu'un harmonique).

Q62. Pour obtenir un meilleur signal, il faut filtrer le signal obtenu par un filtre passe-bas ayant une fréquence de coupure vérifiant $f_0 < f_c < f_1$ et une atténuation suffisante. On pourrait proposer un filtre passe-bas d'ordre 1 (RC aux bornes de C), mais il y a une décade entre f_0 et f_1 et l'atténuation risque de ne pas être assez grande. Un filtre passe-bas d'ordre 2 serait préférable (RLC aux bornes de C par exemple), en prenant $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 2kHc$.

① dans l'impédance
② valeurs R et C

31. La pression de vapeur saturante d'une espèce est la pression de l'espèce en phase gazeuse lorsque celle-ci est à l'équilibre avec la phase liquide. Pour que le sol sèche, il faut avoir $p_{ext} < p_{sat}(T)$ sans quoi l'eau est à l'équilibre et ne s'évapore pas.

32. La pression d'eau à proximité immédiate du sol est un peu plus grande que celle dans l'air. Le vent tend à homogénéiser cette pression, et donc en particulier à réduire la pression d'eau à la surface du sol, ce qui a pour effet de favoriser le phénomène d'évaporation, et donc le dessèchement du sol.

33. Loi de Fick.

$$\vec{j} = -D \cdot \text{grad}(n)$$

avec \vec{j} le vecteur densité volumique de courant de particules (en $m^{-2} \cdot s^{-1}$), D le coefficient de diffusion (en $m^2 \cdot s^{-1}$) et n la densité particulaire (en m^{-3}).

34. En régime stationnaire, l'équation de diffusion s'écrit $\text{div}(\vec{j}) = 0$ avec ici $\text{div}(\vec{j}) = dj/dz$ donc j est uniforme. Ayant par ailleurs $\Phi_s = j \cdot S$, le débit est uniforme également.

35. D'après la loi de Fick,

$$\Phi_s = -D \cdot S \cdot \frac{dn_{vap}}{dz}, \text{ soit } \frac{dn_{vap}}{dz} = -\frac{\Phi_s}{D \cdot S}$$

On intègre entre z et z_m :

$$n_{vap}(z) - n_{vap}(z_m) = -\frac{\Phi_s}{D \cdot S} \cdot (z - z_m)$$

soit :

$$n_{vap}(z) = n_{vap}(z_m) - \frac{\Phi_s}{D \cdot S} \cdot (z - z_m)$$

36. En $z = z_m$, l'eau est à la pression de vapeur saturante. D'après la loi des gaz parfait, $p \cdot V = N \cdot k_B \cdot T$ donc $p = n_{vap} \cdot k_B \cdot T$, et en particulier :

$$p_{sat} = n_{vap}(z_m) \cdot k_B \cdot T = n_{vap}(z_m) \cdot \frac{R \cdot T}{A_a}$$

d'où :

$$n_{vap}(z_m) = \frac{A_a \cdot p_{sat}}{R \cdot T}$$

37. On combine les résultats des deux questions précédentes :

$$n_{vap}(z) = \frac{A_a \cdot p_{sat}}{R \cdot T} - \frac{\Phi_s}{D \cdot S} \cdot (z - z_m)$$

diff + relat

unités

Δ m.g.

Δ m.g.

loi des gaz parfait

à z_m

38. On en déduit, d'après la loi des gaz parfaits,

$$p(H) = n_{\text{vap}}(H) \cdot \frac{R \cdot T}{\mathcal{N}_a} = p_{\text{sat}}(T) - \frac{R \cdot T \cdot \Phi_s}{\mathcal{N}_a \cdot D \cdot S} \cdot (H - z_m).$$

39. À la surface du sol, $\Phi_s = h \cdot S \cdot (p(H) - p_{\text{ext}})$, donc :

$$\Phi_s = h \cdot S \cdot \left(p_{\text{sat}}(T) - \frac{R \cdot T \cdot \Phi_s}{\mathcal{N}_a \cdot D \cdot S} \cdot (H - z_m) - p_{\text{ext}} \right).$$

On factorise les termes en Φ_s :

$$\Phi_s \cdot \left(1 + h \cdot S \cdot \frac{R \cdot T}{\mathcal{N}_a \cdot D \cdot S} \cdot (H - z_m) \right) = \Phi_s \cdot \left(1 + \frac{h \cdot R \cdot T}{\mathcal{N}_a \cdot D} \cdot (H - z_m) \right) = h \cdot S \cdot (p_{\text{sat}}(T) - p_{\text{ext}}),$$

soit :

$$\Phi_s = \frac{h \cdot S \cdot (p_{\text{sat}}(T) - p_{\text{ext}})}{1 + \frac{h \cdot R \cdot T}{\mathcal{N}_a \cdot D} \cdot (H - z_m)}.$$

40. Dans une tranche d'épaisseur dz de sol mouillé, il y a $dN = n_{\text{liq}} \cdot S \cdot dz$ molécules d'eau. Par ailleurs, pendant dt , il s'évapore $\Phi_s \cdot dt = -dN$ molécules, soit par identification :

$$n_{\text{liq}} \cdot S \cdot dz = -\Phi_s \cdot dt,$$

soit :

$$\frac{dz_m}{dt} = -\frac{\Phi_s}{n_{\text{liq}} \cdot S}.$$

41. On réinjecte l'expression du débit dans la relation précédente :

$$\frac{dz_m}{dt} = -\frac{h}{n_{\text{liq}}} \cdot \frac{(p_{\text{sat}}(T) - p_{\text{ext}})}{1 + \frac{h \cdot R \cdot T}{\mathcal{N}_a \cdot D} \cdot (H - z_m)}.$$

On résout par séparation des variables :

$$\left(1 + \frac{h \cdot R \cdot T}{\mathcal{N}_a \cdot D} \cdot (H - z_m) \right) \cdot dz_m = -\frac{h}{n_{\text{liq}}} \cdot (p_{\text{sat}}(T) - p_{\text{ext}}) \cdot dt,$$

soit :

$$d \left(\left(1 + \frac{h \cdot R \cdot T \cdot H}{\mathcal{N}_a \cdot D} \right) \cdot z_m - \frac{h \cdot R \cdot T}{2 \cdot \mathcal{N}_a \cdot D} \cdot z_m^2 \right) = d \left(-\frac{h}{n_{\text{liq}}} \cdot (p_{\text{sat}}(T) - p_{\text{ext}}) \cdot t \right).$$

On intègre entre $(t, z_m) = (0, H)$ et $(\tau_{\text{séchage}}, 0)$:

$$\left(1 + \frac{h \cdot R \cdot T \cdot H}{\mathcal{N}_a \cdot D} \right) \cdot H - \frac{h \cdot R \cdot T}{2 \cdot \mathcal{N}_a \cdot D} \cdot H^2 - 0 = \frac{h}{n_{\text{liq}}} \cdot (p_{\text{sat}}(T) - p_{\text{ext}}) \cdot \tau_{\text{séchage}}.$$

On simplifie :

$$H + \frac{h \cdot R \cdot T \cdot H^2}{2 \cdot \mathcal{N}_a \cdot D} = \frac{h}{n_{\text{liq}}} \cdot (p_{\text{sat}}(T) - p_{\text{ext}}) \cdot \tau_{\text{séchage}},$$

soit :

$$\tau_{\text{séchage}} = \frac{n_{\text{liq}} \cdot H}{h \cdot (p_{\text{sat}} - p_{\text{ext}})} \cdot \left(1 + \frac{h \cdot R \cdot T \cdot H}{2 \cdot \mathcal{N}_a \cdot D} \right).$$

42. On pose :

$$H_{\text{lim}} = \frac{2 \cdot \mathcal{N}_a \cdot D}{h \cdot R \cdot T}.$$

Le temps de séchage se réécrit :

$$\tau_{\text{séchage}} = \frac{n_{\text{liq}} \cdot H}{h \cdot (p_{\text{sat}} - p_{\text{ext}})} \cdot \left(1 + \frac{H}{H_{\text{lim}}} \right).$$

43. Pour $H \ll H_{\text{lim}}$, $\tau_{\text{séchage}}$ est proportionnel à H , ce qui semble assez bien vérifié à l'échelle de quelques heures (Fig. 12), tandis que $\tau_{\text{séchage}}$ est proportionnel à H^2 pour $H \gg H_{\text{lim}}$ (Fig. 11).

Numériquement, à l'aide des valeurs de l'énoncé, on trouve :

$$H_{\text{lim}} \approx \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{17} \cdot 10 \cdot 300} \approx \frac{12}{3000} \approx 4 \text{ mm}.$$

C'est, à un facteur 2 près, la hauteur maximale reportée sur la Fig. 12, ce qui est en accord avec les remarques précédentes : pour $H < H_{\text{lim}}/10$, la courbe est très bien approchée par une droite.

(FO)

hys
Schéma / del syst
Bilans
Calculs et résultat

4^{ème} partie : Refroidissement du supraconducteur

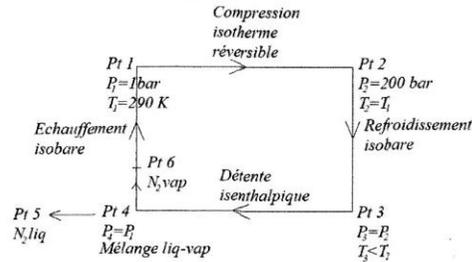
F. Premier et deuxième principes dans un écoulement

- F.1. h : enthalpie massique $\rightarrow h_e$: en entrée de l'organe / h_s : en sortie (x7)
 s : entropie massique
 s_c : entropie créée par unité de masse
 w_u : travail utile par unité de masse (travail autre que le travail des forces de pression)
 q : transfert thermique par unité de masse
 T_{ext} : température extérieur (à la surface de l'organe)

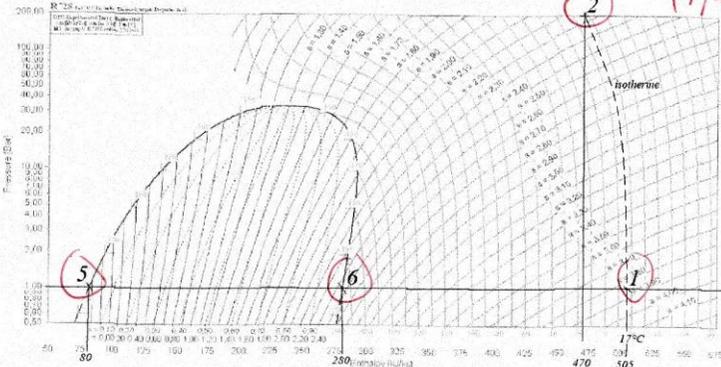
F.2. Ce système d'équations est établi en régime stationnaire.

G. Étude du cycle

Remarque : On trace le cycle au brouillon



- G.1. On a : Point 1 ($P_1=1 \text{ bar}$, $T_1=290 \text{ K} \rightarrow 17^\circ\text{C}$)
 Point 2 ($P_2=200 \text{ bar}$, $T_2=290 \text{ K} \rightarrow 17^\circ\text{C}$)
 Point 5 ($P_5=P_4=P_1=1 \text{ bar}$ sur courbe d'ébullition)
 Point 6 ($P_6=P_5=P_1=1 \text{ bar}$ sur courbe de rosée)



- G.2. Lecture graphique : Pt 1 : $h_1=505 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s_1=3,85 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$; Pt 2 : $h_2=470 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s_2=2,15 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
 Pt 5 : $h_5=80 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s_5=-0,05 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$; Pt 6 : $h_6=280 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s_6=2,45 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

Remarque : Les valeurs sont probablement acceptées avec une précision de $\pm 10 \text{ kJ.kg}^{-1}$ en enthalpie et $\pm 0,1 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ en entropie.

G.3. Pour un gaz parfait, on sait que l'enthalpie ne dépend que de la température (2^{ème} loi de Joule) donc : si la température est constante alors l'enthalpie est constante. Dans un diagramme (P,h), les isothermes et isenthalpes d'un gaz parfait sont des droites parallèles (et verticales).

G.4. Sur le diagramme (P,h), on peut voir qu'isothermes et isenthalpes sont des droites parallèles pour des pressions faibles, typiquement pour $P \leq 1 \text{ bar}$. Dans ce domaine de pression, le diazote peut alors être considéré comme un gaz parfait.

G.5. Lors de la transformation 1 \rightarrow 2, on a, d'après le 2^{ème} principe de la thermodynamique :

$$s_2 - s_1 = \frac{q_{12}}{T_{ext}} + s_c \text{ avec : } T_{ext} = T_1 \text{ car transformation isotherme}$$

$$s_c = 0 \text{ car transformation réversible}$$

Donc : $s_2 - s_1 = \frac{q_{12}}{T_1} \rightarrow q_{12} = T_1 (s_2 - s_1)$

A.N : $q_{12} = -493 \text{ kJ.kg}^{-1}$

G.6. D'après le 1^{er} principe de la thermodynamique : $h_2 - h_1 = w_{12} + q_{12}$

Donc : $w_{12} = h_2 - h_1 - q_{12}$

A.N : $w_{12} = 458 \text{ kJ.kg}^{-1}$

G.7. La transformation 3 \rightarrow 4 est une détente sans travail utile (pas de partie mobile) et adiabatique (détendeur calorifugé) donc $w_u=0$ et $q=0$, la détente est isenthalpique. C'est une détente de Joule-Thomson.

G.8. Soit x le titre en vapeur, on sait que : $x = \frac{h_4 - h_5}{h_6 - h_5}$

Soit y le titre en liquide : $y = 1 - x = \frac{h_6 - h_4}{h_6 - h_5}$

Alors : $h_4 = y h_5 + (1 - y) h_6$

Remarque : Cette formule peut s'écrire directement en voyant que $h_4 = \text{titre en liquide} \cdot \text{enthalpie liquide}(h_5) + \text{titre en vapeur} \cdot \text{enthalpie vapeur}(h_6)$

G.9. La transformation 3 \rightarrow 4 est isenthalpique donc $h_3 = h_4 = y h_5 + (1 - y) h_6$

De plus : $h_3 - h_2 + (1 - y)(h_1 - h_6) = 0$

Donc : $y h_5 + (1 - y) h_6 - h_2 + (1 - y)(h_1 - h_6) = 0$

Ce qui donne : $y h_5 - h_2 + h_1 - y h_1 = 0 \rightarrow y (h_5 - h_1) = h_2 - h_1$

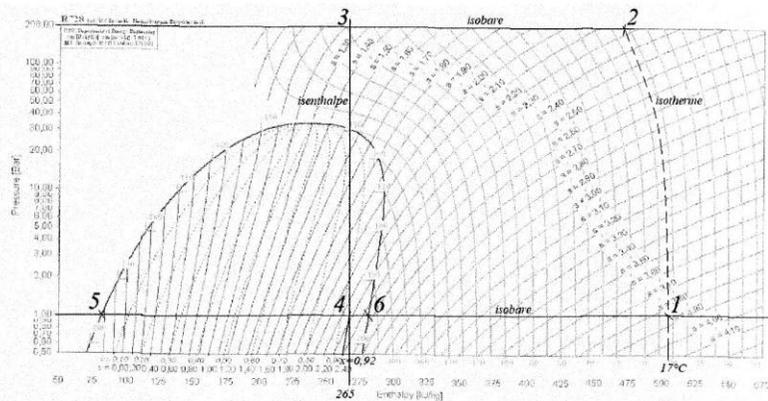
D'où : $y = \frac{h_2 - h_1}{h_5 - h_1} \rightarrow \text{A.N : } y = 0,08 = 8\%$

G.10. On veut 1 kg d'azote liquide, ce qui revient à une masse totale : $m_{tot} = \frac{m_{liq}}{y} = 12,5 \text{ kg}$

Le travail fourni par le compresseur est alors : $W = w_{12} \cdot m_{tot} = 5,7 \text{ MJ}$

G.11. Le point 4 est tel que : $P_4 = P_1 = 1 \text{ bar}$ et $y = 0,08$ donc $x = 0,92$.

On détermine graphiquement : $h_4 = 265 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $s_4 = 2,25 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$



G.12. Le point 3 est tel que $P_3=P_2=200 \text{ bar}$ et $h_3=h_4$ *→ graphe*
 On détermine graphiquement : $h_3=265 \text{ kJ.kg}^{-1}$
 $s_3=1,2 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

G.13. On a : $s_4-s_3=1,05 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
 La détente est adiabatique, donc, d'après le 2^{ème} principe de la thermodynamique :
 $s_e=s_4-s_3=1,05 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} > 0$. La transformation est irréversible.
 Cette irréversibilité est due à l'écoulement irréversible d'un milieu de haute pression (N_2 vapeur à $P_3=200 \text{ bar}$) vers un milieu de pression plus faible (N_2 diphasé liquide-vapeur à $P_4=1 \text{ bar}$).

G.14. On veut 10 L de diazote liquide, c'est à dire une masse : $m_{liq}=\rho(N_2) \times V=8,1 \text{ kg}$

Ce qui revient à une masse totale de diazote : $m_{tot}=\frac{m_{liq}}{y}=101 \text{ kg}$

Pour cela, l'énergie nécessaire est : $W=w_{12} \cdot m_{tot}=48 \text{ MJ}$

Or 1 kWh=3,6 MJ coûte 0,15 euros, ce qui donne 2 euros pour 48 MJ.