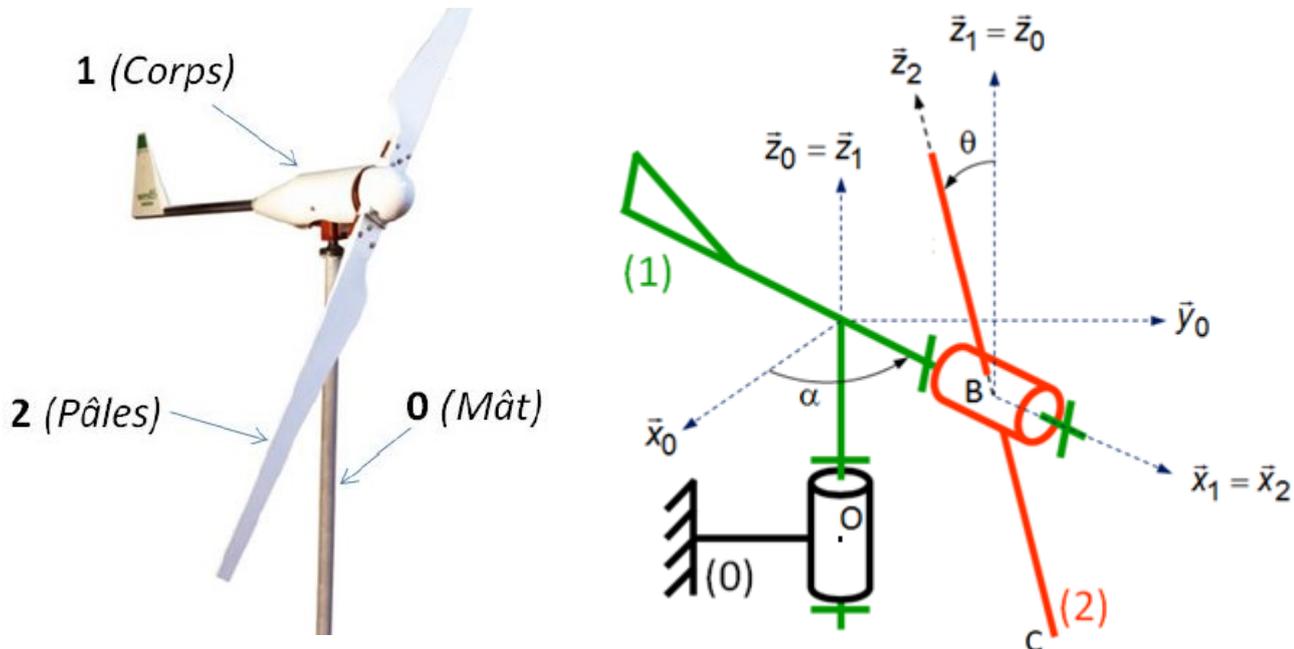


Ex. 1 : Freinage d'une éolienne

Dans cet exercice, on s'intéresse à une éolienne. L'éolienne est constituée de deux pâles. Pour produire le maximum d'énergie, l'éolienne est orientée face au vent grâce à un actionneur. On donne ci-dessous, la photo et la représentation sous forme de schéma cinématique de cette éolienne.



Ce système est constitué de trois solides :

- le mât 0, de repère associé $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, fixe par rapport au sol tel que l'axe (O, \vec{z}_0) soit dirigé suivant la verticale ascendante ;
- le corps 1 de repère $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, en mouvement de rotation d'axe (O, \vec{z}_0) par rapport au mât 0 tel que $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ et $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \alpha$;
- les pâles 2, de repère $R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, en mouvement de rotation d'axe (B, \vec{x}_1) par rapport au corps 1 tel que $\vec{OB} = a \vec{x}_1 + b \vec{z}_1$ avec $a = b/2 = 20 \text{ cm}$, $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$ et $(\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \theta$;

On note C le point en extrémité d'une des deux pâles tel que $\vec{BC} = -c \vec{z}_2$ avec $c = 1 \text{ m}$. On note aussi m la masse des pâles et G leur centre de gravité. On considère le point G confondu avec le point B .

Lorsque le vent a une vitesse supérieure à 25 m/s , pour des raisons de sécurité, l'éolienne doit s'arrêter de produire de l'énergie. L'actionneur qui permet de placer l'éolienne face au vent est alors utilisé pour placer l'éolienne en drapeau (dans le sens du vent). Une fois l'éolienne dans cette position, un premier frein (frein 1) permet de maintenir fixe le corps 1 par rapport au mât 0 en fournissant un couple $C_{01} \cdot \vec{z}_0$ au point O . Un second frein (frein 2) permet également de maintenir fixe les pâles 2 par rapport au corps 1 en fournissant un couple $C_{12} \cdot \vec{x}_1$ au point B .

Ces deux freins doivent fournir un couple résistant important afin de lutter contre l'action mécanique du vent. On donne ci-dessous le torseur lié aux actions mécaniques du vent :

$$\{T_{vent \rightarrow 2}\}_C = \begin{cases} F_v \cdot \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{cases} \text{ avec } F_v = 45 \text{ N}$$

Le concepteur de l'éolienne a prévu deux freins pouvant fournir un couple résistant allant jusqu'à 10 Nm pour le frein 1 et 50 Nm pour le frein 2. L'objectif de cet exercice est de vérifier que les freins permettent bien de maintenir l'éolienne en drapeau.

Question 1. Réaliser le graphe d'analyse de ce mécanisme.

Question 2. Réaliser la ou les figures de changement de base.

Question 3. Positionner sur le document réponse 1 les actions mécaniques de la pesanteur, des freins et du vent.

Question 4. Ecrire les torseurs des actions mécaniques du frein 1 et du frein 2.

Question 5. Ecrire les torseurs des actions mécaniques transmissibles par les différentes liaisons.

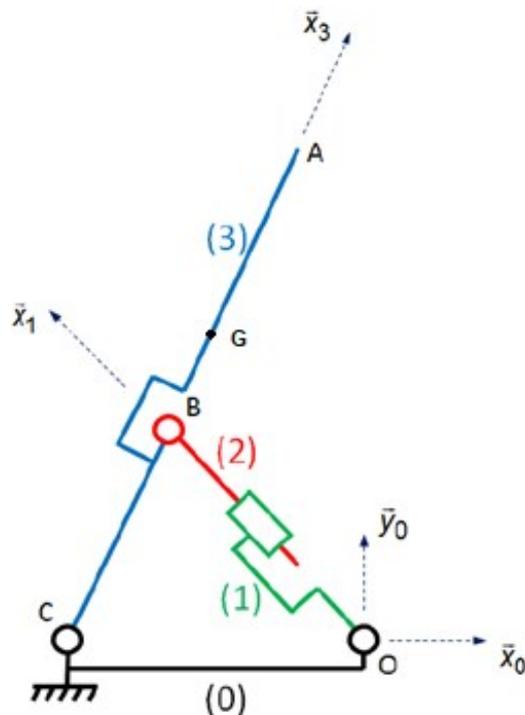
Question 6. Déterminer l'expression du couple C_{12} en fonction de l'action du vent permettant de maintenir les pâles 2 en équilibre statique par rapport au corps 1.

Question 7. Déterminer l'expression du couple C_{01} en fonction de l'action du vent permettant de maintenir le corps 1 en équilibre statique par rapport au mât 0.

Question 8. Vérifier que les freins prévus par le concepteur sont adaptés quel que soit la position des pâles.

Ex. 2 : Maintient inclinée d'une benne de camion

Le camion présenté dans cet exercice est utilisé sur les chantiers afin de transporter des éléments volumineux tel que du sable, de la terre... La photo ainsi que le schéma cinématique ci-dessous correspondent au camion étudié.



Afin de vider la benne, le camion est équipé de deux vérins. Lorsque la tige des vérins est rentrée dans le corps des vérins, la benne est en position horizontale. La sortie des deux tiges permet de positionner la benne en position quasiment verticale afin de vider le contenu de la benne.

Le système étudié est constitué de quatre solides :

- le châssis 0, de repère associé $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ avec $\vec{OC} = -K \vec{x}_0$;
- le corps 1 d'un des deux vérins hydrauliques, de repère associé $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, tel que $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ et $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \alpha$;
- la tige 2 d'un des deux vérins hydrauliques, de repère $R_2 = (O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, tel que les bases B_1 et B_2 sont identiques et $\vec{OB} = \lambda \vec{x}_1$. On notera F_{03} la force exercée par ce vérin ;
- la benne 3, de repère $R_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, tel que $(\vec{x}_0, \vec{x}_3) = \beta$ et $\vec{CB} = L \vec{x}_3$. On notera m la masse de la benne et G son centre de gravité tel que $\vec{BG} = e \vec{x}_3$;

On souhaite étudier dans cet exercice l'action mécanique que doit fournir un actionneur en fonction de l'inclinaison de la benne.

Question 1. Réaliser le graphe d'analyse de ce mécanisme.

Question 2. Réaliser la ou les figures de changement de base.

Question 3. Positionner sur le document réponse 2 les résultantes des glisseurs des actions mécaniques du vérin et de la pesanteur.

Question 4. Ecrire les torseurs des actions mécaniques du vérin et de la pesanteur.

Question 5. Ecrire les torseurs des actions mécaniques transmissibles par les différentes liaisons.

Question 6. Déterminer, lorsque le mécanisme est à l'équilibre, l'expression du torseur des actions mécaniques effectivement transmises dans la liaison entre 3 et 0. En déduire son expression la plus simple.

Question 7. Préciser l'équation issue du principe fondamental de la statique qui a permis de déterminer l'action à fournir par le vérin pour maintenir le mécanisme à l'équilibre. Donner son expression.

Le concepteur du système souhaite remplacer le vérin par un motoréducteur afin d'incliner la benne. On notera C_{03} le couple exercé par cette motorisation (moteur + réducteur) au point C au niveau de la liaison pivot entre le châssis 0 et la benne 3.

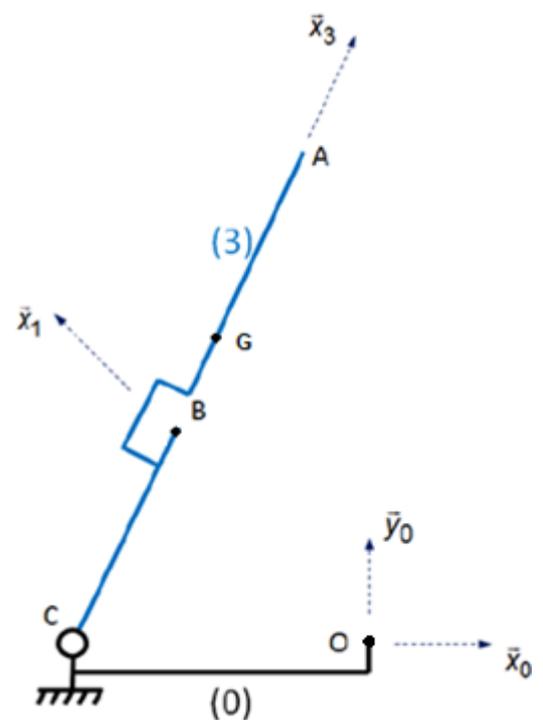
Question 8. Réaliser le graphe d'analyse de ce mécanisme modifié.

Question 9. Positionner sur le document réponse 2 l'action mécanique du motoréducteur.

Question 10. Déterminer, lorsque le mécanisme est à l'équilibre, l'expression du torseur des actions mécaniques effectivement transmises dans la liaison entre 1 et 0 pour ce nouveau mécanisme. En déduire son expression la plus simple.

Question 11. Préciser l'équation issue du principe fondamental de la statique qui a permis de déterminer l'action à fournir par le motoréducteur pour maintenir le mécanisme à l'équilibre. Donner son expression.

Question 12. Le rapport de réduction de la partie réducteur du motoréducteur vaut r (avec $0 < r < 1$). Donner alors la valeur du couple C_m en sortie de la partie moteur du motoréducteur.



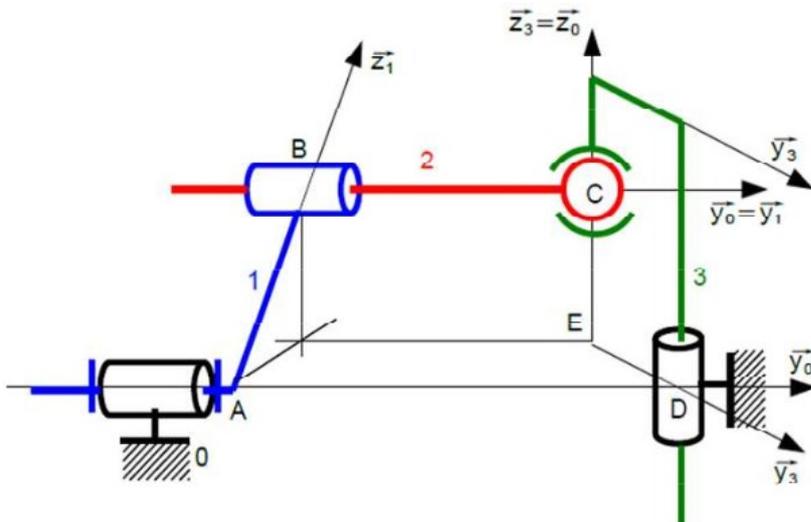
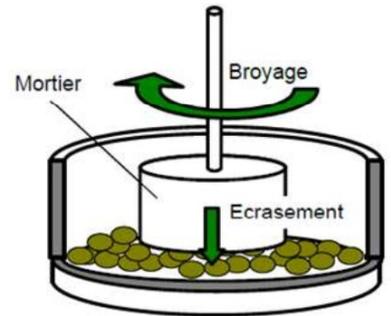
Ex. 3 : Broyeur

On s'intéresse à un broyeur dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. La fonction principale de ce système est de réduire en poudre des matériaux dur et cassant (levures, sels, substances homéopathiques, ...).



Exigences	Critères	Niveaux
...
1.1 Le système doit réduire en poudre des granulats de matériaux	Taille initiale granulat Taille finale granulat Effort écrasement minimal	Diamètre 8 mm Diamètre 0,001 mm 5 N mini
...

Pour réduire en poudre les matériaux, on utilise un mortier (pièce cylindrique) qui effectue un mouvement combiné de rotation et de translation, afin de broyer et d'écraser les agglomérats de matériaux. On donne ci-dessous le modèle cinématique du mécanisme permettant la mise en mouvement du mortier 3 :



Un motoréducteur (non représenté ici) entraîne le volant 1 en rotation autour de l'axe (A, \vec{y}_0) . Le déplacement de la bielle 2 provoque la rotation et la translation simultanées du mortier 3 par rapport au bâti 0 réalisant ainsi la réduction en poudre correcte du produit.

Données : $\vec{AB} = R \cdot \vec{z}_1$, $\vec{BC} = \lambda(t) \cdot \vec{y}_1$
 $\vec{AD} = d \cdot \vec{y}_1$, $\vec{EC} = h(t) \cdot \vec{z}_0$
 $\vec{ED} = L \cdot \vec{y}_3$

Les dimensions géométriques du système sont les suivantes : $R = 3 \text{ cm}$, $d = 7 \text{ cm}$, $L = 4 \text{ cm}$.

On pose :

$R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère lié au bâti 0 ;

$R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère lié au volant 1 tel que $\vec{y}_0 = \vec{y}_1$ et $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \theta_{10}$;

$R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère lié à la bielle 2 tel que $\vec{y}_1 = \vec{y}_2$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \theta_{21}$;

$R_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ le repère lié au mortier 3 tel que $\vec{z}_0 = \vec{z}_3$ et $(\vec{x}_0, \vec{x}_3) = \theta_{30}$;

On notera C_{01} le couple exercé par la motorisation (moteur + réducteur) au point A au niveau de la liaison pivot entre le bâti 0 et le volant 1. On néglige l'action mécanique de la pesanteur devant les autres actions mécaniques et on considère que toutes les liaisons entre les solides

sont parfaites. Les actions mécaniques exercées par le matériau à écraser sur le mortier 3 sont modélisables par le torseur suivant :

$$\{T_{P \rightarrow 3}\} = \begin{cases} Z_P \cdot \vec{z}_0 \\ N_P \cdot \vec{z}_0 \end{cases}_D$$

On note le torseur des actions mécaniques transmissibles dans la liaison entre i et j au point A :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} = \begin{cases} X_{i \rightarrow j} \cdot \vec{x} + Y_{i \rightarrow j} \cdot \vec{y} + Z_{i \rightarrow j} \cdot \vec{z} \\ L_{A, i \rightarrow j} \cdot \vec{x} + M_{A, i \rightarrow j} \cdot \vec{y} + N_{A, i \rightarrow j} \cdot \vec{z} \end{cases}_A$$

On donne alors les torseurs des actions mécaniques transmissibles par les deux liaisons pivots glissantes dans la base 0 :

$$\{T_{1 \xrightarrow{\text{liaison}} 2}\} = \begin{cases} X_{1 \rightarrow 2} \cdot \vec{x}_0 + Z_{1 \rightarrow 2} \cdot \vec{z}_0 \\ L_{B, 1 \rightarrow 2} \cdot \vec{x}_0 + N_{B, 1 \rightarrow 2} \cdot \vec{z}_0 \end{cases}_B \quad \{T_{0 \xrightarrow{\text{liaison}} 3}\} = \begin{cases} X_{0 \rightarrow 3} \cdot \vec{x}_0 + Y_{0 \rightarrow 3} \cdot \vec{y}_0 \\ L_{D, 0 \rightarrow 3} \cdot \vec{x}_0 + M_{D, 0 \rightarrow 3} \cdot \vec{y}_0 \end{cases}_D$$

Question 1. Réaliser le graphe d'analyse de ce mécanisme.

Question 2. Réaliser la ou les figures de changement de base.

Question 3. Ecrire les torseurs des actions mécaniques transmissibles par la liaison entre 0 et 1 et entre 2 et 3. On exprimera toutes les inconnues de liaison dans la base 0.

On rappelle que $\{T_{i \rightarrow j}\} = -\{T_{j \rightarrow i}\}$

Question 4. A partir d'un isolement de la pièce {1} et d'une équation du PFS, déterminer une relation entre le couple C_{01} , R , θ_{10} , et les inconnues de la liaison $X_{1 \rightarrow 2}$, $Z_{1 \rightarrow 2}$.

Question 5. A partir d'un isolement de la pièce {2} et des équations du PFS en résultante, déterminer des relations liant $X_{1 \rightarrow 2}$, $Z_{1 \rightarrow 2}$, $X_{2 \rightarrow 3}$ et $Z_{2 \rightarrow 3}$. En déduire que $Y_{2 \rightarrow 3} = 0$.

Question 6. A partir d'un isolement de la pièce {3} et des équations du PFS, déterminer deux relations liant Z_P , N_P , $X_{2 \rightarrow 3}$, $Z_{2 \rightarrow 3}$, L et θ_{30} .

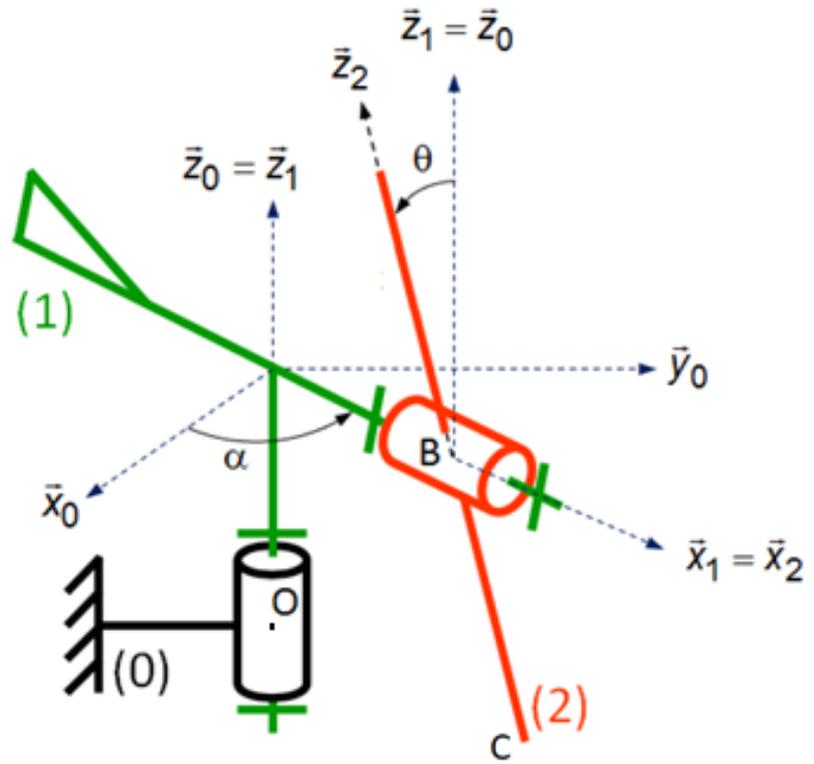
Question 7. A partir des précédents résultats, déterminer une expression du couple C_{01} qui ne dépend pas des inconnues de liaisons.

Question 8. Le rapport de réduction de la partie réducteur du motoréducteur vaut i (avec $i = 4$). Donner alors la valeur du couple C_{m01} en sortie de la partie moteur du motoréducteur.

Le moteur du broyeur permet de fournir un couple nominal : $C_{m01} = 0,04 \text{ N.m}$

Question 9. En considérant le couple de broyage nul ($N_P = 0 \text{ N.m}$), déterminer l'effort d'écrasement minimal que peut obtenir avec le broyeur. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Document réponse 1



Document réponse 2

