## Ex 1 : Corps de chauffe d'une chaudière à bois déchiqueté (16 points)

**Question 1.**

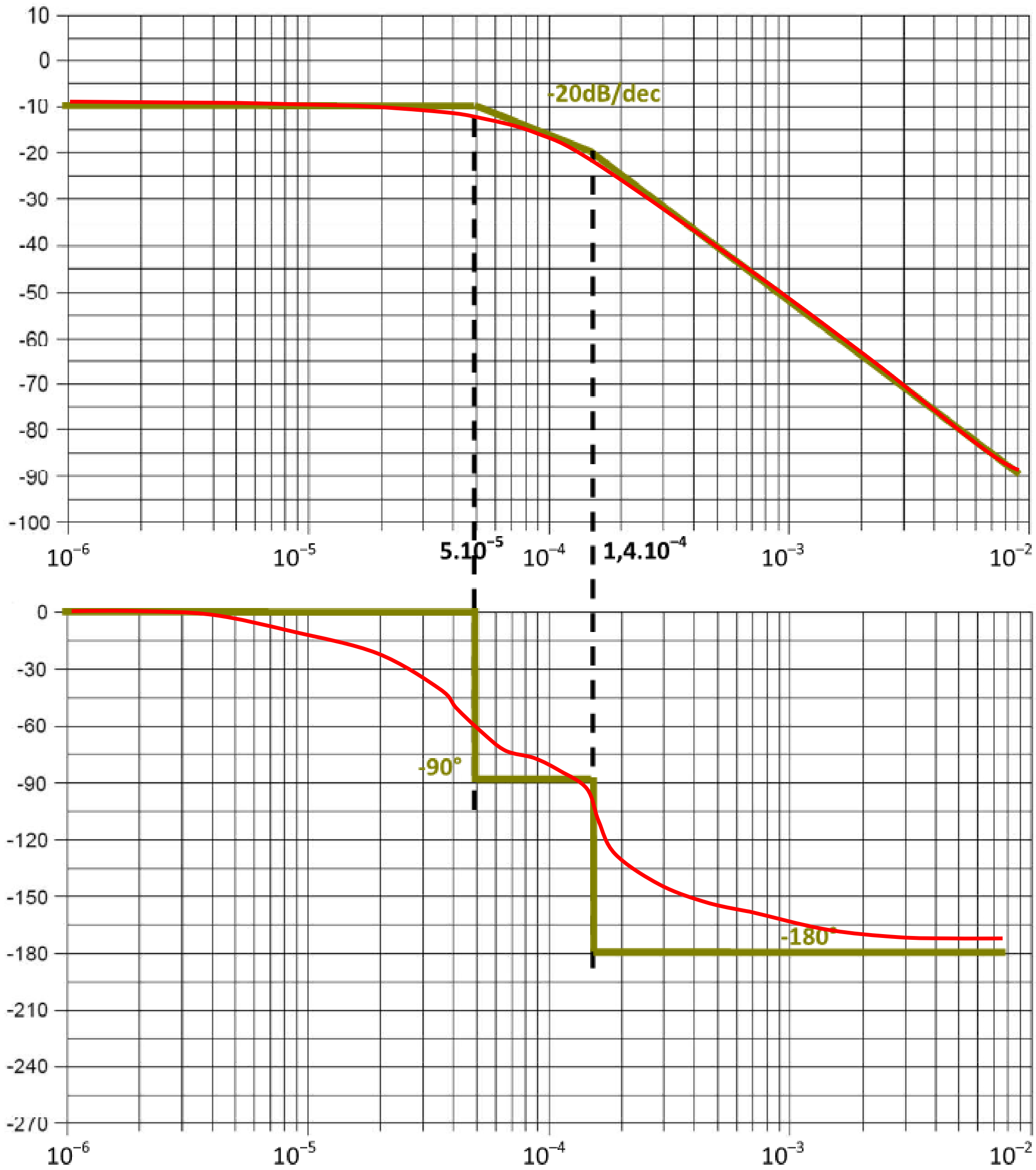
$$H_{MC}(j\omega) = \frac{K_{MC}}{(1 + j.\tau_A.\omega)(1 + j.\tau_B.\omega)}$$

$$G_{dB}(\omega) = 20\log(|H_{MC}(\omega)|) = 20\log(K_{MC}) - 20\log\left(\sqrt{1 + (\tau_A.\omega)^2} * \sqrt{1 + (\tau_B.\omega)^2}\right)$$

$$\varphi(\omega) = \arg\big(H_{MC}(\omega)\big) = -\arctan(\tau_A.\omega) - \arctan(\tau_B.\omega)$$

**Question 2.** $\omega_{cassure\ A} = 1/\tau_A$ et $\omega_{cassure\ B} = 1/\tau_B$

**Question 3.**



$$20\log(K_{MC}) = 20\log(0{,}3) = -10{,}4\ dB$$

$$\omega_{cassure\ A} = 1/7000 = 1{,}4.10^{-4}\ rad/s \quad \text{et} \quad \omega_{cassure\ B} = 1/20000 = 5.10^{-5}\ rad/s$$

**Question 4.**

$$G_{dB}(\omega_{cassure\ B}) = 20\log(K_{MC}) - 20\log\left(\sqrt{1+(\tau_A/\tau_B)^2} * \sqrt{1+(\tau_B/\tau_B)^2}\right)$$

$$= 20\log(0{,}3) - 20\log\left(\sqrt{1+(7/20)^2} * \sqrt{2}\right) = -14\ dB$$

$$\varphi(\omega_{cassure\ B}) = -\arctan(\tau_A/\tau_B) - \arctan(\tau_B/\tau_B) = -19{,}3° - 45° = -64{,}3°$$

$$G_{dB}(\omega_{cassure\ A}) = 20\log(K_{MC}) - 20\log\left(\sqrt{1+(\tau_A/\tau_A)^2} * \sqrt{1+(\tau_B/\tau_A)^2}\right)$$

$$= 20\log(0{,}3) - 20\log\left(\sqrt{2} * \sqrt{1+(20/7)^2}\right) = -23{,}1\ dB$$

$$\varphi(\omega_{cassure\ A}) = -\arctan(\tau_A/\tau_A) - \arctan(\tau_B/\tau_A) = -45° - 70{,}7° = -115{,}7°$$

**Question 5.** Voir diagramme au-dessus

## Ex 2 : Tuyère à ouverture variable de turboréacteur (35,75 points)

**Question 1.** Donner la fonction de transfert du vérin $H_v(p) = X(p)/Q(p)$. Mettre le résultat sous la forme ci-dessous en précisant $K_v$, $a_1$ et $a_2$.

$$\frac{X(p)}{F_v(p)} = \frac{\dfrac{1}{f.p + M_{eq}p^2}}{1 + \dfrac{K_e}{f.p + M_{eq}p^2}} = \frac{1}{K_e + f.p + M_{eq}p^2}$$

$$H_v(p) = \frac{\dfrac{2B.S}{V.p.\left(K_e + f.p + M_{eq}p^2\right)}}{1 + S.p\dfrac{2B.S}{V.p.\left(K_e + f.p + M_{eq}p^2\right)}} = \frac{2B.S}{V.p.\left(K_e + f.p + M_{eq}p^2\right) + S.p.2B.S}$$

$$= \frac{1}{p}.\frac{2B.S}{V.\left(K_e + f.p + M_{eq}p^2\right) + S.2B.S}$$

$$= \frac{\dfrac{2B.S}{V.K_e + 2BS^2}}{p\left(1 + \dfrac{f.V}{V.K_e + 2BS^2}p + \dfrac{M_{eq}.V}{V.K_e + 2BS^2}p^2\right)}$$

On a alors :

$$K_v = \frac{2B.S}{V.K_e + 2BS^2}, \quad a_1 = \frac{f.V}{V.K_e + 2BS^2} \quad \text{et} \quad a_2 = \frac{M_{eq}.V}{V.K_e + 2BS^2}$$

**Question 2.** Donner l'expression littérale du gain $G_{dB}(\omega)$ et de la phase $\varphi(\omega)$ de la fonction de transfert $H_v(j\omega)$ en fonction de $K_v$, $a_1$ et $a_2$.

$$H_v(j\omega) = \frac{K_v}{j\omega(1 + j.a_1.\omega + a_2(j\omega)^2)} = \frac{K_v}{j\omega(1 - a_2.\omega^2 + j.a_1.\omega)}$$

$$G_{dB}(\omega) = 20\log(K_v) - 20\log(\omega) - 20\log\left(\sqrt{(1 - a_2.\omega^2)^2 + (a_1.\omega)^2}\right)$$

$$\varphi(\omega) = \arg\big(H_v(\omega)\big) = -\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{a_1.\omega}{1 - a_2.\omega^2}\right)$$

**Question 3.** Déterminer $\omega_{cassure}$ : $\omega_{cassure} = \omega_0 = 1/\sqrt{a_2}$

**Question 4.** Déterminer la valeur du gain $G_{dB}(\omega_{cassure})$ et de la phase $\varphi(\omega_{cassure})$.

$$G_{dB}(\omega_{cassure}) = 20\log(K_v) - 20\log\big(1/\sqrt{a_2}\big) - 20\log\big(a_1/\sqrt{a_2}\big)$$

$$G_{dB}(\omega_{cassure}) = 20\log(4.10^{-2}) - 20\log\big(1/\sqrt{45}\big) - 20\log\big(3/\sqrt{45}\big) = -4{,}4\ dB$$

$$\varphi(\omega_{cassure}) = -90° - 90° = -180°$$

**Question 5.** Tracer sur le document réponse 4 le diagramme de Bode **asymptotique et réel** de la fonction de transfert $H_V(j\omega)$ avec $K_V$=4.10$^{-2}$ m$^{-2}$, $a_1 = 3$ et $a_2$=45 s .

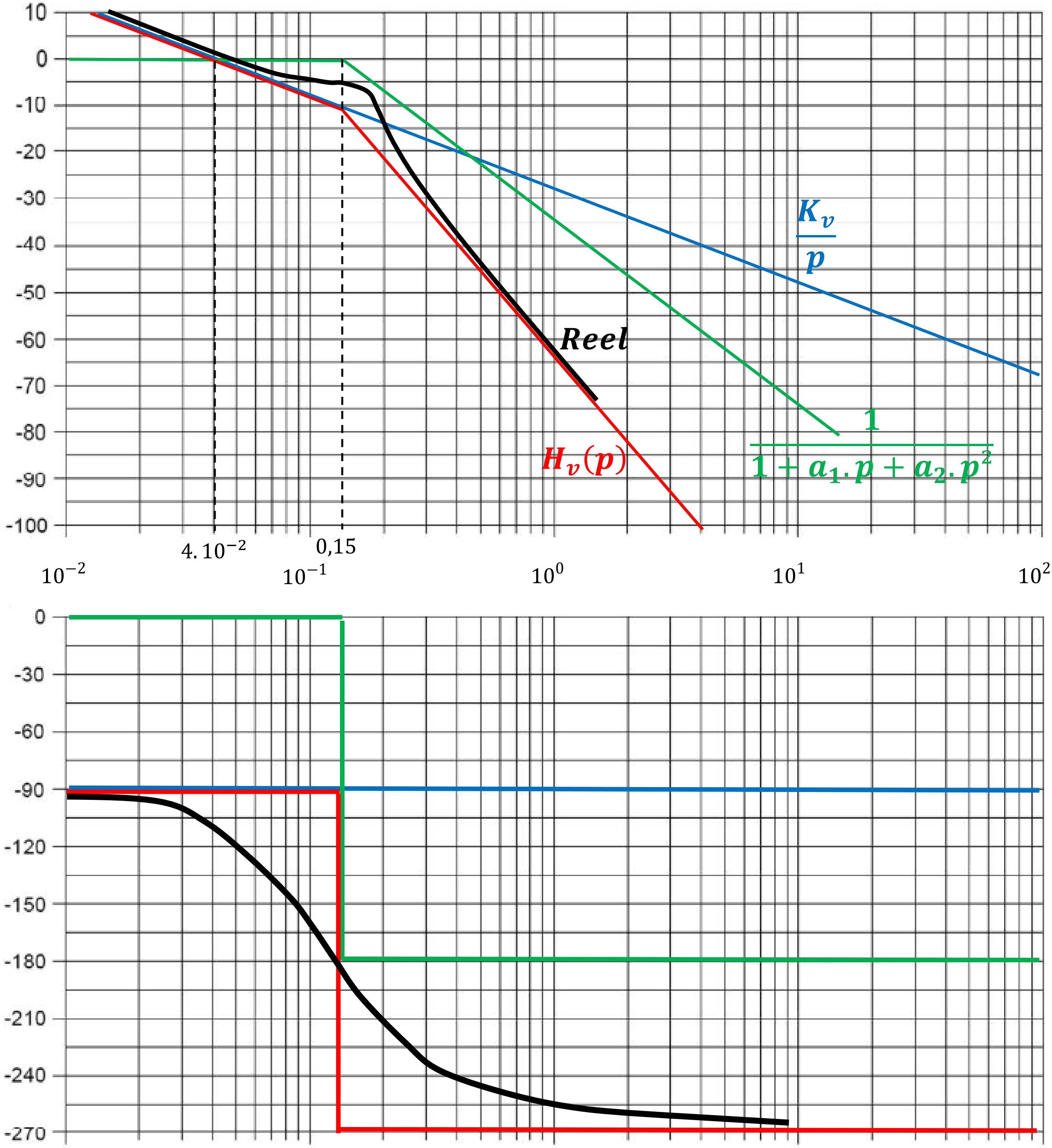
On décompose en deux fonctions de transferts :

$$\frac{K_v}{p} \quad \text{et} \quad \frac{1}{1 + a_1.p + a_2.p^2}$$

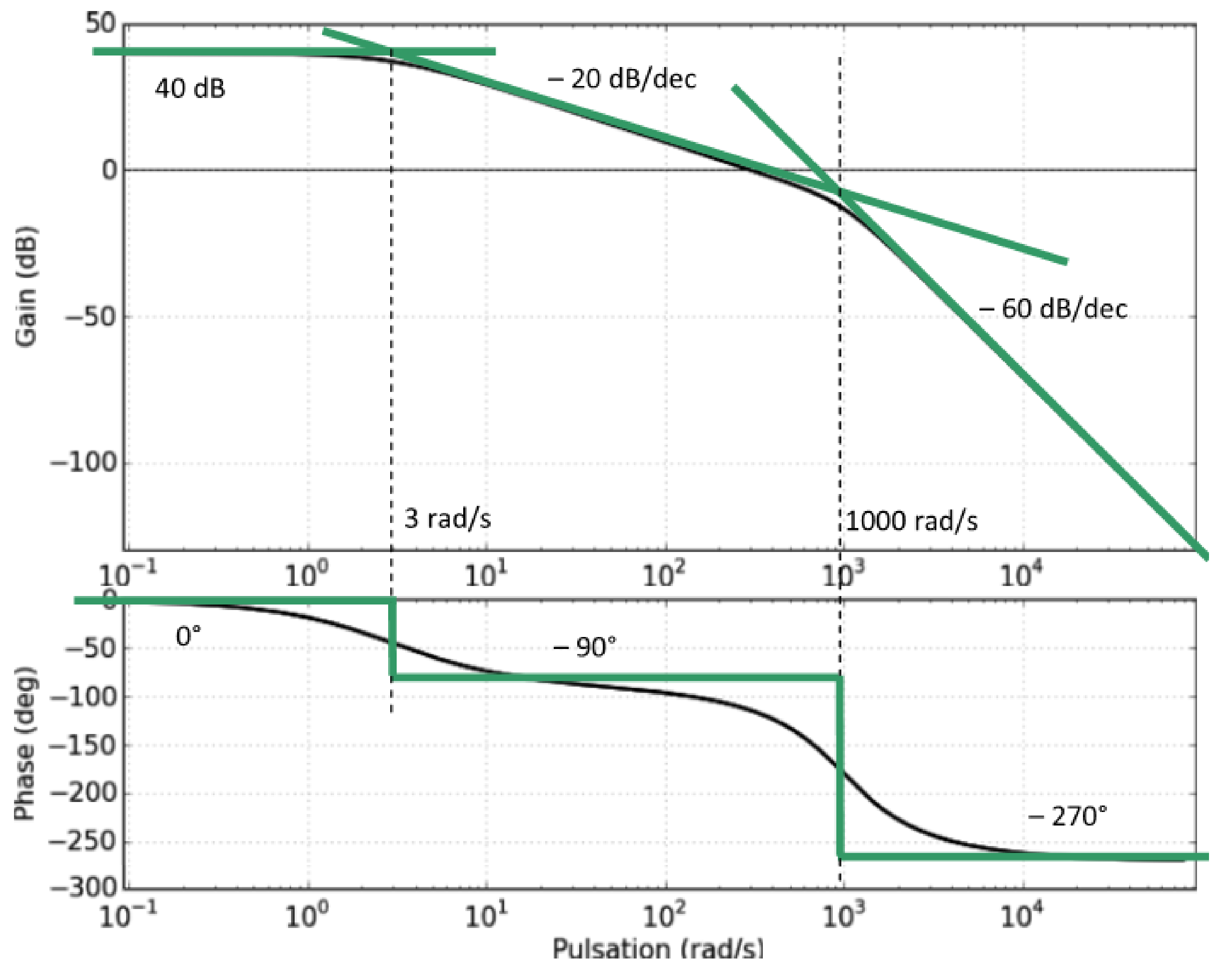
La première fonction de transfert correspond à un intégrateur ayant constamment une pente de -20 dB/décade et coupant l'axe des abscisses lorsque $\omega = K_v = 4.10^{-2}$ rad/s. La phase est constante, égale à -90°.

La seconde fonction de transfert correspond à un filtre passe bas du second ordre ayant une pente nulle et un gain de 0 dB à l'origine. A partir de $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{45} = 0{,}15$ rad/s, le diagramme asymptotique possède une pente de -40 dB/décade. Le diagramme asymptotique de la phase passe de 0° à -180° lorsque $\omega = \omega_0$.

Pour déterminer le diagramme de Bode réel, on utilise les points $G_{dB}(\omega_{cassure}) = -4{,}4\ dB$ et $\varphi(\omega_{cassure}) = -180°$.




**Question 6.** Proposer à partir de ce tracé, une expression pour la fonction de transfert $H_{EF}(p)$. On justifiera la réponse en traçant les diagrammes asymptotiques correspondants sur le document réponse 3.




Graphiquement, on observe une fonction de transfert de la forme :

$$H_{EF}(p)=\frac{K}{1+\tau.p}*\frac{1}{1+\left(\frac{2z}{\omega_0}\right)p+\left(\frac{1}{\omega_0^2}\right)p^2}$$

**Question 7.** Déterminer ensuite tous les coefficients sachant que les réglages ont été choisis afin d'obtenir le temps de réponse maximal du vérin (soit avec un coefficient d'amortissement égal à 0,7).

On relève alors $K=10^{40/20}=100$ , $\tau=1/3=0{,}33\ s$, $\omega_0=1000\ rad/s$ et on nous donne $z=0{,}7$.

On a alors :

$$H_{EF}(p)=\frac{100}{1+\frac{1}{3}.p}*\frac{1}{1+1{,}4.10^{-3}.p+10^{-6}.p^2}$$

**Question 8.** Donner l'expression littérale du gain $G_{dB}(\omega)$ et de la phase $\varphi(\omega)$

$$H_{EF}(j\omega)=\frac{100}{1+j\frac{1}{3}.\omega}*\frac{1}{1-10^{-6}.\omega^2+j1{,}4.10^{-3}.\omega}$$

$$G_{dB}(\omega)=20\log(100)-20\log\left(\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{3}\right)^2}\right)-20\log\left(\sqrt{(1-10^{-6}.\omega^2)^2+(1{,}4.10^{-3}.\omega)^2}\right)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{1}{3}\omega\right) - \arctan\left(\frac{1{,}4.10^{-3}.\omega}{1-10^{-6}.\omega^2}\right)$$

**Question 9.** En déduire $x(t)$ avec l'entrée $x_{ref}(t) = 2\sin(20t)$.

$$x(t) = 2.G(\omega = 20).\sin\big(20t + \varphi(\omega = 20)\big)$$

$$G_{dB}(20) = 20\log(100) - 20\log\left(\sqrt{1+\frac{400}{9}}\right) - 20\log\left(\sqrt{(1-10^{-6}.400)^2 + (1{,}4.10^{-3}.20)^2}\right)$$
$$= 23{,}4 \ dB$$

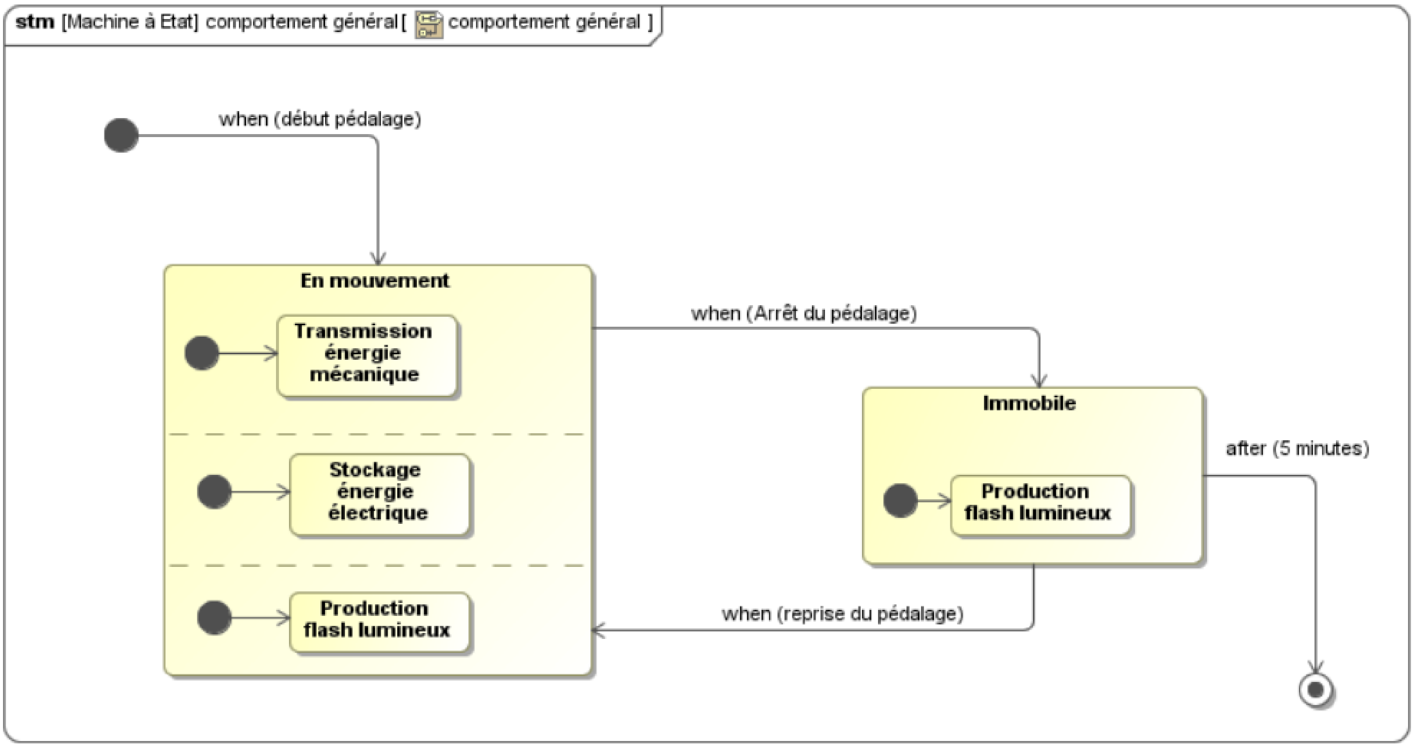
$$G(20) = 10^{\frac{G_{dB}(20)}{20}} = 10^{\frac{23{,}4}{20}} = 14{,}8$$

$$\varphi(20) = -\arctan\left(\frac{20}{3}\right) - \arctan\left(\frac{1{,}4.10^{-3}.20}{1-10^{-6}.400}\right) = 83{,}2° = 1{,}45\ rad$$

$$x(t) = 2 * 14{,}8.\sin(20t + 1{,}45) = 29{,}6\sin(20t + 1{,}45)$$

## Ex 3 : Pédale lumineuse KPL 200 (10 points)

**Question 1.**



## Ex 4 : Portail à deux vantaux (15,75 points)

**Question 1.** Quel est l'état initial ? Quelle est la durée supposée de FS ?

L'état initial est l'état porte fermée. FS est instantanée.

**Question 2.** À partir de l'état "portail fermé", quelles sont les conditions pour activer l'état "cycle de fermeture" ?

Il faut dans un premier temps un appui sur la télécommande sans qu'il y ait d'obstacle détecté. Ensuite, une fois la durée T1 passée, il faut qu'à l'instant ou la durée T2 est passée, il n'y ait pas d'obstacle de détecté.

**Question 3.** Représenter le chronogramme.

**Question 4.** Représenter, en pointillé, l'évolution des variables sur le chronogramme en ne tenant pas compte de la deuxième détection d'obstacle afin de mettre en évidence la phase de fermeture "normale" du portail.