Dernière ligne droite

Chaque point de travail doit se faire en alternant regard sur le cours et sur les exercices faits durant l'année.

I Préliminaires

Revoir les notions de convergence absolue, uniforme et normale.
Revoir les différentes méthodes de calcul de primitive, ainsi que de résolution d'équation différentielle. Puis de résolution de système linéaire d'équations différentielles et enfin ce qui a été fait sur les équations aux dérivées partielles.

II Théorèmes

Pour chacun des théorèmes énumérés ci-dessous, remplir un tableau semblable **jusqu'à une parfaite connaissance des théorèmes**.
Dans la partie gauche, ajouter au contexte un exemple d'application du théorème, et, éventuellement, des remarques ou des exemples de cas où le théorème ne s'applique pas. (*Pour cela, observer les exercices, relire le cours, etc.*)

Interversion sur un **segment** d'une limite uniforme

Contexte : Suite de fonctions $(f_n)_n$, qu'on veut intégrer sur un segment $[a,b]$ ⋆ *nécessite CVU, ne marche que sur un segment* ⋆ *par contraposée, permet de montrer qu'une limite n'est pas uniforme*	*Hypothèses* • les f_n sont • CVU de ... sur ... vers f *Conclusion(s)* • f est ... • la suite $\left(\int_a^b f_n(t)dt\right)_n$ ... • $\int_a^b f_n \to$

Séries numériques

- Critère spécial des séries alternées

Suites de fonctions

- Théorème de la double limite (suite de fonctions)
- Intégration sur un segment d'une limite uniforme
- Théorème de convergence dominée (pour les séries : on peut l'appliquer à la suite des sommes partielles)
- Dérivabilité de la limite, et extension aux fonctions de classe $\mathcal{C}^k$ et $\mathcal{C}^\infty$ (trois théorèmes !)

Séries de fonctions

- Théorème d'interversion limite-somme
- Convergence uniforme et intégration sur un segment
- Théorème d'intégration terme à terme
- Dérivabilité de la somme d'une série de fonctions, extension aux fonctions de classe $\mathcal{C}^k$ et $\mathcal{C}^\infty$

Intégrales paramétrées

- Continuité d'une intégrale paramétrée
- Dérivabilité d'une intégrale paramétrée
- Extension aux fonctions de classe $\mathcal{C}^n$ et $\mathcal{C}^\infty$

III Précautions à prendre

Théorèmes de comparaisons de séries, règle de d'Alembert : mentionner la positivité des termes de chaque série.
⚠La règle de d'Alembert s'applique (pour vous) aux séries numériques, pas directement aux séries entières. Il faut donc considérer **pour** z **fixé** $\sum |a_n||z|^n$.
IPP, changement de variable : mentionner le caractère $\mathcal{C}^1$ des fonctions considérées. Dans le cas où on doit inverser φ, mentionner (éventuellement prouver, selon le cas) son caractère bijectif.
IPP avec éventuel problème aux bornes : prouver + mentionner la convergence des intégrales considérées, prouver la convergence du produit uv en chaque borne (on peut laisser une convergence de côté si les autres sont assurer, elle en découle). Ou intégrer sur un segment puis faire tendre les bornes de ce segment vers celles de l'intervalle considéré.
Dès qu'on divise par u, en vérifier sa non-nullité. Le cas échéant, restreindre le domaine d'étude, ou procéder à une disjonction de cas.

IV Réflexes - en vrac

Sont des réflexes ce qui doit être rapide et sans hésitation à mobiliser et utiliser.
Formule de stirling
La convergence absolue implique la convergence.
La convergence normale implique la convergence uniforme. La convergence uniforme implique la convergence simple.
La limite uniforme d'une suite de fonctions continues est continue. ⚠ne marche pas pour la dérivabilité
DL, séries entières, primitives usuelles.
Caractérisation de la diagonalisabilité et de la trigonalisabilité + conditions suffisantes (n valeurs propres distinctes, trigonalisabilité dans $\mathbb{C}$,...)
Matrice **réelle** symétrique : diagonalisable à valeurs propres réelles. ⚠Contre-exemple dans le cas non réel : $\begin{pmatrix} ... & ... \\ ... & ... \end{pmatrix}$ non-diagonalisable car ...
Propriétés de l'intégrale (croissance, positivité, ...)
Une intégrale de la forme $\displaystyle\int_{h_1(x)}^{h_2(x)} f(t)dt$: Théorème fondamental de l'intégration
Une intégrale de la forme $\displaystyle\int_a^b f(x,t)dt$: théorèmes intégrales paramétrées
Une série entière est de classe $\mathcal{C}^\infty$ sur son disque **ouvert** de convergence. Au bord du disque, les choses sont à étudier au cas par cas : exemples : ....
Linéarité de l'espérance ; pour la variance, la covariance entre en jeu, on utilise l'indépendance des variables deux-à-deux.
Lois usuelles, leur espérance et variance.
Distance : si on a un s.e.v. de dimension finie, on peut utiliser la projection. Sinon, $\inf\limits_{y\in F} d(x,y)$
savoir montrer : sev, produit scalaire, norme, probabilité, espérance (penser à la convergence absolue de la série) , variance (même remarque)