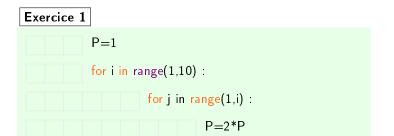
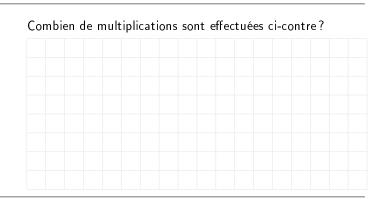


Las calculatrices sont interdites. Répondez sur ce document-réponse.

Prénom NOM:





Exercice 2 Formule de Leibniz

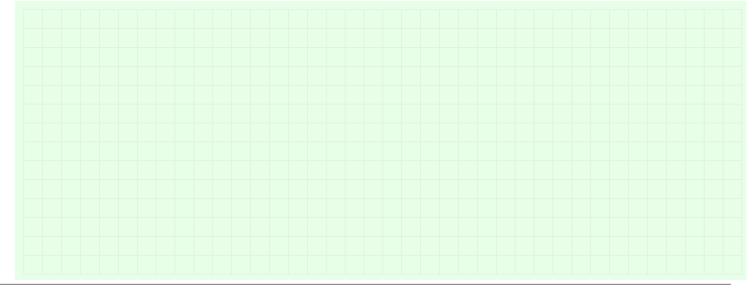
On admet que $\pi = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \times 4}{2n+1}$. On considère la série numérique $\sum_{n \geq 0} u_n$ de terme général $u_n = \frac{(-1)^n \times 4}{2n+1}$.

- 1. Quel est le nom du résultat du cours de mathématiques assure que cette série converge et que pour tout $N \in \mathbb{N}$, le reste $R_N = \sum_{n=N+1}^{+\infty} \frac{(-1)^n \times 4}{2n+1}$ d'ordre N vérifie : $|R_N| \leq |u_{N+1}|$?
- 2. Pour $\varepsilon>0$ fixé, proposer une expression d'une valeur approchée V de π à ε près, à l'aide de la formule admise ci-dessus.



3. Ecrire une fonction Python approche(err) qui prend comme argument un réel err strictement positif et renvoie une valeur approchée V de π , telle que $|\pi - V| \le \varepsilon$.

Note : vous ferez TRÈS attention à l'indentation, et à la syntaxe des fonctions, et des structures de contrôle en Python



Devoir Surveillé d'Informatique



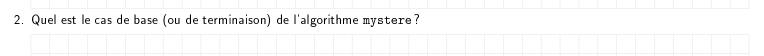


Exercice 3 | Algorithme mystère

On considère l'algorithme mystere suivant. On rappelle que la commande $L_1 + L_2$ permet de fusionner deux listes L_1 et L_2 Python.

def mystere(a,b,p) :
 #arguments d'entrée : a,b réels, a < b, p entier naturel
 #sortie : on renvoie une liste
 if p==0 :
 return([a])
 else :
 m=a+(b-a)/2
 return(mystere(a,m,p-1)+mystere(m,b,p-1))</pre>

1. L'algorithme mystere ci-dessus est un algorithme récursif. Pourquoi?

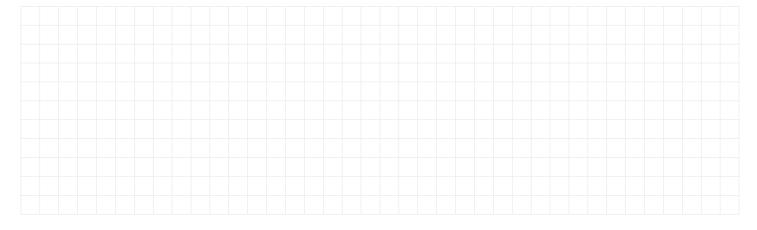


3. Si a < b, que représente la valeur m = a + (b - a)/2 ?



5. Pour quel valeur de l'entier p le résultat obtenu pour l'appel mystere(0,1,p) sera-t-il [0, 0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.625, 0.75, 0.875]?

Détaillez les appels récursifs. On remarquera que le nombre de valeurs obtenues au final double à chaque incrémentation de p.



DS 1

Devoir Surveillé d'Informatique

PC 2019-2020



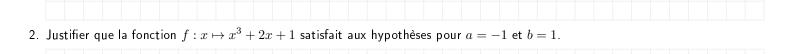
Exercice 4 Recherche de racine par dichotomie

On considere une fonction continue $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ telle que f(a)f(b)<0.

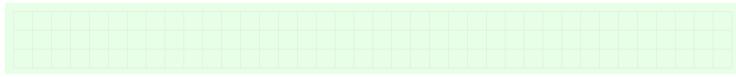
Le théorème des valeurs intermédiaires assure l'existence d'(au moins) une valeur $c \in]a,b[$ telle que f(c)=0.

On souhaite réaliser un algorithme récursif dicho(f,a,b,e) qui à partir d'une fonction Python f et de deux réels a < b comme ci-dessus et d'une valeur e > 0, fournit une valeur approchée de c à e près.

1. Pour a < b et $m = \frac{a+b}{2}$, pourquoi a-t-on $f(a)f(m) \le 0$ ou $f(m)f(b) \le 0$?

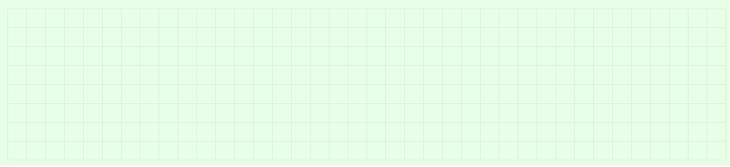


3. Ecrire une syntaxe Python d'une fonction f(x), qui à une valeur de x en entrée renvoie la valeur de $f(x) = x^3 + 2x + 1$.



4. Ecrire une syntaxe Python permettant de tracer le graphe de f sur [-5,5].

On utilisera les commandes import numpy as np, import matplotlib.pyplot as plt, np.linspace(), plt.plot() et plt.show().



5. Ecrire une fonction récursive dicho(f,a,b,e) satisfaisant le cahier des charges. Pour la gestion des appels récursifs on pourra tester la condition $f(a)f(m) \leq 0$.

