ENAC 2018 (Pilotes 2h)

Partie 1 :

1) D
2) B
3) B et D
4) D et A
5) B
6) D

Partie 2 :

7) B
8) D
9) [illegible]
10) B
11) C et D
12) A et B

Partie 3 :

13) B
14) B
15) B et A
16) A
17) C
18) D

Partie 4 :

19) B et C
20) A et C
21) D
22) B et D
23) A
24) A

Partie 5 :

25) A et C
26) A
27) A
28) B
29) A
30) B

Partie 6 :

31) B
32) B
33) C
34) B
35) B et D
36) B et D

Partie I :

1) D g_L en ms^{-2}

2) C $\mathcal{E}_{p,p} = (m+M)\, g_L\, z = -(m+M)\, \vec{g_L} \cdot \vec{OA}$

3) affirmations exactes :

B $E_m = cte$

D $E_m = cte = (m+M)\, g_L\, z_M$ donc juste après le décollement, $z = z_0$ et $E_m = (m+M)\, g\, z_0 + \mathcal{E}_k$

$\Rightarrow \mathcal{E}_k = (m+M)\, g_L\, h$

4) $\mathcal{E}_k = \frac{1}{2}(m+M)\, v_0^2 = (m+M)\, g_L\, h$

$\Rightarrow \boxed{v_0 = \sqrt{2 g_L h}}$

D A

5) B $v_0 \approx 1{,}2\ ms^{-1} = 120\ cm\, s^{-1}$

6) on raisonne sur Terre avec un point matériel de masse $m = 75$ kg. Cependant, on a vu précédemment que la masse n'intervenait pas dans l'expression de v_0 :

$\Rightarrow \frac{v_0}{v_{0,T}} = \sqrt{\frac{g_L}{g_T}}$ D

Partie II :

7) B mH

8) loi des mailles à $t > 0$:

$E = (r+R)\, i + L \frac{di}{dt} \iff \frac{di}{dt} + \frac{(r+R)}{L} i = \frac{E}{L}$

avec $\tau = L/_{r+R}$ D

9) $i(t) = Ae^{-t/\tau} + \dfrac{E}{r+R}$

or à $t<0$ $i=0$

Par continuité de i à $t=0$ (présence de la bobine) :

$i(0^+) = 0 = A + E/_{r+R} \Rightarrow A = -E/_{r+R}$

$$\boxed{i(t) = E/_{r+R}\left(1-e^{-t/\tau}\right)} \quad \boxed{B}$$

10) $u_L = L\dfrac{di}{dt} = Ee^{-t/\tau}$ $\boxed{B}$

11) $\boxed{C}$ et $\boxed{D}$

en régime permanent, $\dfrac{di}{dt} = 0$ et $u_g = \dfrac{R}{r+R}E$.

12) $\underline{u_L} = jL\omega\,\underline{i}$

$\boxed{A}$ et $\boxed{B}$

Partie 3:

13) $\boxed{B}$

14) $\boxed{B}$

15) $\boxed{B}$ $\boxed{A}$

16) $\boxed{A}$

17) $\boxed{C}$

18) Avec une limite de résolution angulaire de l'oeil de 3.10^{-4} rad et $\lambda = 600$ nm, on obtient $D \sim 2$mm

$\boxed{D}$

Partie 4 :

19)

$$P_a V = \frac{m_a}{M_a} RT \Rightarrow P_a = \rho_a \frac{RT}{M_a}$$ de même pour P_v

$\boxed{B}$ et $\boxed{C}$

20) L'air humide a pour masse $m = m_a + m_v$ donc pour masse volumique $\rho = \rho_a + \rho_v$. $\boxed{A}$

D'après la déf. de T_e, la pression de l'air humide à T valant P, sa masse volumique ρ, l'équation d'état du gaz parfait appliqué à l'air sec est :

$$P V = \frac{m}{M_a} R T_e \quad \text{soit} \quad \boxed{T_e = \frac{P M_a}{\rho R}}. \quad \boxed{C}$$

21) $\boxed{D}$

- déf de T_e : $\rho R T_e = P M_a$ (1)
- air sec dans air humide : $\rho_a RT = P_a M_a$ (2)

$\Rightarrow$ (1)/(2) : $\frac{\rho T_e}{\rho_a T} = \frac{P}{P_a}$ soit $T_e = T \times \frac{\rho_a}{\rho} \times \frac{P}{P_a}$

- de plus $\rho = \rho_a + \rho_v$

et $P = P_a + P_v$

$$\Rightarrow T_e = T \times \frac{\rho_a}{\rho_a + \rho_v} \times \frac{P_a + P_v}{P_a} = T \times \frac{1}{\left(1 + \frac{\rho_v}{\rho_a}\right)} \times \left(1 + \frac{P_v}{P_a}\right)$$

- vapeur d'eau dans air humide : $\rho_v RT = P_v M_v$ (3)

(2)/(3) $\Rightarrow$ $\frac{P_a M_a}{P_v M_v} = \frac{\rho_a}{\rho_v}$ et $\varepsilon = \frac{M_v}{M_a} = \frac{P_a \rho_v}{P_v \rho_a}$

Finalement

$$T_e = T \times \frac{1}{\left(1+ \varepsilon \frac{P_v}{P_a}\right)} \times \left(1+\frac{P_v}{P_a}\right) = \frac{(P_a+P_v)}{(P_a+\varepsilon P_v)} \times T$$

$$\boxed{T_e = \frac{T}{\frac{P_a}{P} + \varepsilon \frac{P_v}{P}} = \frac{T}{\frac{P-P_v}{P} + \varepsilon \frac{P_v}{P}} = \frac{T}{1+(\varepsilon-1)\frac{P_v}{P}}}$$

Il y a sûrement plus simple pour y arriver !

22) $\boxed{B}$ $M_e < M_a$

$\boxed{D}$

23) $\boxed{A}$

$$\left.\begin{array}{l} P_a V = \frac{m_a}{M_a} RT \\ P_v V = \frac{m_v}{M_v} RT \end{array}\right\}$$ on fait le rapport des 2 équations

$$\Rightarrow \frac{m_v}{M_v} \frac{M_a}{m_a} = \frac{P_v}{P_a} = \frac{P_v}{P-P_v}$$

$$\Rightarrow \frac{m_v}{m_a} = x = \frac{M_v}{M_a} \times \frac{P_v}{P-P_v} = \boxed{\varepsilon \frac{P_v}{P} \times \frac{1}{\left(1-\frac{P_v}{P}\right)}}$$

$$\simeq \varepsilon \frac{P_v}{P}$$ au 1er ordre en $\frac{P_v}{P}$

24) $$x = 5.10^{-3} = \frac{2}{3} \frac{P_v}{P}$$ $\boxed{A}$

$$\Rightarrow P_v = \frac{3}{2} \times 5.10^{-3} \times 10^5 = \underline{750 \text{ Pa}}$$

Partie V :

25) $\boxed{A}$ $\boxed{C}$ sont exactes

26) $\boxed{A}$

27) Pour retrouver la dimension de B, on peut utiliser la force de Lorentz ou de Laplace.

$$[F_{Lorentz}] = [q v B]$$

$$\text{donc } [B] = \frac{MLT^{-2}}{IT \times LT^{-1}} = MI^{-1}T^{-2}$$

$$[\mu_0] = \frac{[\text{inductance}]}{L}$$ d'après l'unité donnée de μ_0

$$[\text{inductance}] = \frac{[\text{énergie}]}{I^2}$$ d'après $E_{magn} = \frac{1}{2} L i^2$

$$\text{donc } [\mu_0] = \frac{ML^2T^{-2}}{I^2 L} = MLT^{-2}I^{-2}$$

Finalement, $B = \frac{\mu_0}{8 z^3} I^{\alpha} D^{\beta}$ devient avec une analyse dimensionnelle

$$MI^{-1}T^{-2} = MLT^{-2}I^{-2} \times L^{-3} I^{\alpha} L^{\beta}$$

qui se simplifie ont

$$I^{-1} = L^{-2+\beta} I^{-2+\alpha}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \alpha = +1 \\ \beta = +2 \end{array}}$$

réponse $\boxed{A}$

28) $[M] = IL^2$

$$\text{donc } MI^{-1}T^{-2} = MLT^{-2}I^{-2} L^{-3} I^{\gamma} L^{2\gamma}$$

$$I^{-1} = L^{-2+2\gamma} \times I^{-2+\gamma}$$

$-2+2\gamma = 0$

$-2+\gamma = -1$

$\Rightarrow \gamma = 1$ $\boxed{B}$

29) $\boxed{A}$ $\vec{\mathcal{M}} = I\vec{S}$ $\vec{S}$ orienté selon Oz ($m^{\hat{}}$ sens)

$L_{Oz} = m_e\, r\, v$ avec $v = \frac{2\pi r}{T}$

30)

$\boxed{B}$ $L_z = n\hbar \iff \frac{2\pi r^2 m_e}{T} = n\hbar$

$\Rightarrow r^2 = \frac{n\hbar T}{2\pi m_e}$

et $\mathcal{M}_z = \frac{-\pi e}{T} \times \frac{n\hbar T}{2\pi m_e} = \frac{-n\hbar e}{2m_e}$

Partie 6 :

31) 2^e loi de Newton selon Ox appliquée au palet :

$m\ddot{x} = -Kx + \varepsilon\mu m g$ $\boxed{B}$

$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{K}{m}x = \varepsilon\mu g$ et on pose $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$

32) sens des x décroissants $\Rightarrow \varepsilon = 1$

l'équation à résoudre est $\ddot{x} + \omega_0^2 x = \mu g$

$x(t) = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t + \frac{\mu g}{\omega_0^2}$

$\dot{x}(t) = -A\omega_0 \sin\omega_0 t + B\omega_0\cos\omega_0 t$

A $t=0$ $x = x_m = A + \frac{\mu g}{\omega_0^2}$ et $\dot{x} = 0 = B\omega_0$

$\Rightarrow B = 0$ et $A = x_m - \frac{\mu g}{\omega_0^2}$ d'où $x(t) = \left(x_m - \frac{\mu g}{\omega_0^2}\right)\cos\omega_0 t + \frac{\mu g}{\omega_0^2}$

réponse $\boxed{B}$

33) Cette première phase se termine lorsque $\dot{x}$ s'annule pour la première fois à $t_1 > 0$

donc pour $\sin\omega_0 t_1 = 0$ soit $t_1 = \frac{\pi}{\omega_0} = \frac{T_0}{2}$

réponse $\boxed{C}$

34) à $t_1 = T_0/2 = \frac{\pi}{\omega_0}$

$$x(t_1) = x_1 = \left(x_m - \frac{\mu g}{\omega_0^2}\right)\cos\pi + \frac{\mu g}{\omega_0^2}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{2\mu g}{\omega_0^2} - x_m}$$ réponse $\boxed{B}$

35) l'équation est de la forme :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = -\mu g \qquad \text{avec } x(0) = x_1, \quad \dot{x}(0) = 0$$

La solution en $x(t)$ est cette fois (on change μg en $-\mu g$ et x_m en x_1) :

$$x(t) = \left(x_1 + \frac{\mu g}{\omega_0^2}\right)\cos\omega_0 t - \frac{\mu g}{\omega_0^2}$$

$\dot{x}$ s'annule en t_2 tel que $\sin\omega_0 t_2 = 0$

avec $t_2 > 0$: $t_2 = \frac{\omega_0}{\pi} = \frac{T_0}{2}$ (nouvelle origine des temps en $t = t_1$)

réponse $\boxed{B}$

on a alors $x(t_2) = x_2 = -x_1 - \frac{2\mu g}{\omega_0^2} = \boxed{x_m - \frac{4\mu g}{\omega_0^2}}$

réponse $\boxed{D}$

36) $\boxed{B}$ $t_n = \frac{T_0}{2}$ (durée de la n-ième phase)

$\boxed{D}$ $x_n = (-1)^n\left(x_m - \frac{2n\mu g}{\omega_0^2}\right)$

à défaut d'une récurrence, on vérifie l'expression pour $n = 1$ et $n = 2$.