## 3. Circuit R-R//C

**1.**

**a)** Pour t < 0, K est ouvert donc $i_2(0^-)=0$. Le circuit est en régime permanent donc le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert donc $i_1(0^-)=0$. Le circuit est globalement ouvert donc $i(0^-)=0$. D'après la loi des mailles E= u(0⁻) + Ri(0⁻) donc $u(0^-)=E$.

**b)** D'après la continuité de La tension aux bornes du condensateur: $u(0^-)=u(0^+)=E$.

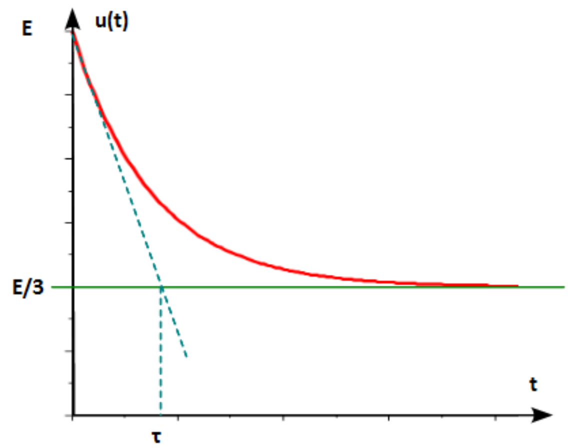
D'après la loi des mailles E= u(0⁺) + Ri(0⁺) = E + R i(0⁺) on en déduit que $i(0^+)=0$.

$u=\frac{R}{2}i_2(0^+)=E$ Donc $i_2(0^+)=\frac{2E}{R}$. D'après la loi des nœuds $i_1(0^+)=-i_2(0^+)=\frac{-2E}{R}$

**c)** Pour t = ∞, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert donc $i_1(\infty)=0$ donc $i(\infty)=i_2(\infty)=\frac{2E}{3R}$ d'où $u(\infty)=\frac{R}{2}i_2(\infty)=\frac{E}{3}$.

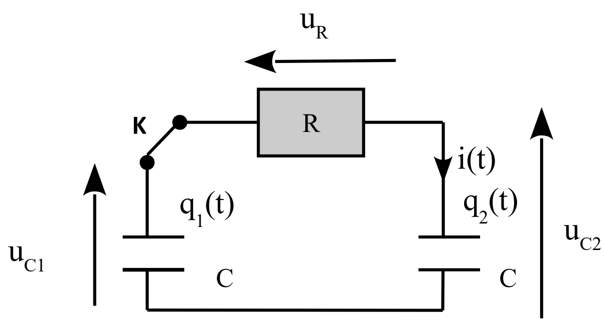
**2.** D'après la loi des nœuds : $i=i_1+i_2$ (1) or $u=E-Ri$ d'où $i=\frac{E-u}{R}$ de plus $u=\frac{R}{2}i_2$ d'où $i_2=\frac{2u}{R}$ et enfin $i_1=C\frac{du}{dt}$. En remplaçant chaque intensité dans (1) on obtient : $\frac{E-u}{R}=C\frac{du}{dt}+\frac{2u}{R}$ d'où $\boxed{\frac{du}{dt}+\frac{u}{\tau}=\frac{E}{RC}}$ avec $\boxed{\tau=\frac{RC}{3}}$.

**3.** La solution est de type: $\boxed{u(t)=u_h+u_p(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{E}{3}}$ On détermine A grâce aux nouvelles conditions initiales: $\boxed{u(0+)=E}$. On en déduit que : $E=A+\frac{E}{3}$ d'où $A=2\frac{E}{3}$ d'où : $\boxed{u(t)=\frac{E}{3}\left(1+2e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$.



## 4. Charge puis décharge *(d'après ENAC )*

1) Pour t > 0, le circuit à considérer est le circuit ci-contre.




D'après les conventions d'orientation choisies, on peut écrire

$i=\frac{d\,q_2(t)}{dt}=-\frac{d\,q_1(t)}{dt}$ d'où

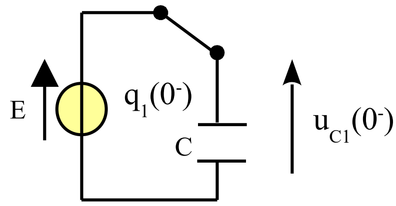
$\frac{d\,q_2(t)}{d\,t}+\frac{d\,q_1(t)}{d\,t}=\frac{d}{d\,t}(q_1(t)+q_2(t))=0$ d'où

$q_1(t)+q_2(t)=K$ où K étant une constante déterminer grâce aux conditions initiales , cad : $K=q_1(0^+)+q_2(0^+)$

Détermination de K :

$q_2(0^-)=0$ car le condensateur n'est pas chargé. D'après la continuité de la charge de condensateur on en déduit : $q_2(0^+)=q_2(0^-)=0$

Pour déterminer $q_1(0^+)$ , faut considérer dans un premier temps le circuit ci-contre pour t= $0^-$.




D'après la loi des mailles $u_{C1}(0^-)=\frac{q_1(0^-)}{C}=E$ d'où $q_1(0^-)=CE$

D'après la continuité de la charge de condensateur on en déduit :

$q_1(0^+)=q_1(0^-)=CE$

Finalement $K=CE$ d'où $\boxed{q_1(t)+q_2(t)=CE}$.

Equation différentielle vérifiée par $q_2$(t):

On applique la loi des mailles au circuit à considérer pour t > 0 : $u_{C1}=u_{C2}+u_R$ d'où $\frac{q_1(t)}{C}=\frac{q_2(t)}{C}+R\,i(t)$

or $i=\frac{d\,q_2(t)}{dt}$ et $q_1(t)=CE-q_2(t)$ d'où $\frac{CE-q_2(t)}{C}=\frac{q_2(t)}{C}+R\frac{dq_2(t)}{d\,t}$ .

En écrivant l'équation sous sa forme canonique : $\frac{dq_2(t)}{d\,t}+\frac{2\,q_2(t)}{RC}=\frac{E}{R}$ soit $\boxed{\frac{dq_2(t)}{d\,t}+\frac{q_2(t)}{\tau}=\frac{E}{R}}$ avec $\tau=\frac{RC}{2}$

Résolution de l'équation :

$q_2(t)=q_{2h}(t)+q_{2p}(t)$ .

$q_{2h}(t)=A\,e^{\frac{-t}{\tau}}$ ; $q_{2p}(t)=\tau\frac{E}{R}=\frac{\frac{RC}{2}\times E}{R}=\frac{E\,C}{2}$ (constante de la forme du $2^{nd}$ membre).

D'où : $q_2(t)=A\,e^{\frac{-t}{\tau}}+\frac{E\,C}{2}$

On détermine A grâce à la condition initiale : $q_2(0^+)=0=A+\frac{E\,C}{2}$ d'où $A=-\frac{E\,C}{2}$

Finalement : $\boxed{q_2(t)=\frac{E\,C}{2}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}$

Application numérique : $\boxed{q_2(10^{-4})=\frac{100\times10^{-6}}{2}(1-e^{-\frac{2.10^{-4}}{200.10^{-6}}})=\frac{10^{-4}}{2}(1-\frac{1}{e})=3{,}16.10^{-5}\,C}$

2) L'énergie perdue par effet joule et l'énergie électrique $W_R$ reçue par la résistance.

On sait que la puissance reçue est $P=u(t)\,i(t)=R\,i^2=\frac{d\,W_R}{d\,t}$ soit $d\,W_R=R\,i^2d\,t$ d'où

$W_R = \int_0^{10^{-4}} R i^2(t)\, dt$ . Pour faire ce calcul, il faut déterminer $i = \frac{d\, q_2(t)}{dt} = \frac{d\, \frac{E\, C}{2}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = \frac{EC}{2\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

$W_R = \int_0^{10^{-4}} R(\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}})^2(t)\, dt = \int_0^{10^{-4}} (\frac{E^2}{R} e^{-\frac{2t}{\tau}})(t)\, dt = -\tau \frac{E^2}{2R}[e^{-\frac{2t}{\tau}}]_0^{10^{-4}} = -C\frac{E^2}{4}[e^{-\frac{4t}{RC}}]_0^{10^{-4}} = \frac{-10^{-6} \times 100^2}{4}(e^{-\frac{4.10^{-4}}{200.10^{-6}}} - 1)$ d'où $\boxed{W_R = 2{,}16.10^{-3}\, J}$.