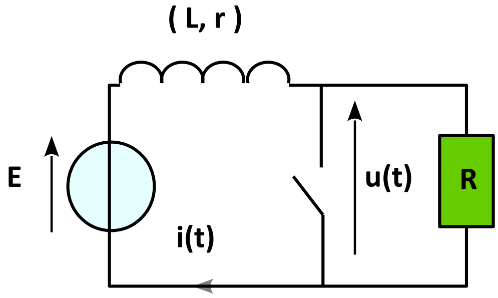
Régime transitoire des circuits linéaires du 1^er ordre

4. Étincelle de rupture ☺☺



On considère le circuit ci-contre.

Données numériques : $L = 3\ mH$, $R=10k\Omega$, $r=3\Omega$, $E = 12V$, la résistance interne du générateur est négligeable devant r.

Initialement l'interrupteur est fermé et on considère le régime permanent atteint.

A une date prise comme origine des temps, on ouvre l'interrupteur.

1. Quelle est la valeur de l'intensité I_0 du courant $i(t)$ juste avant l'ouverture de l'interrupteur ? En déduire la valeur de l'intensité juste après l'ouverture de l'interrupteur.

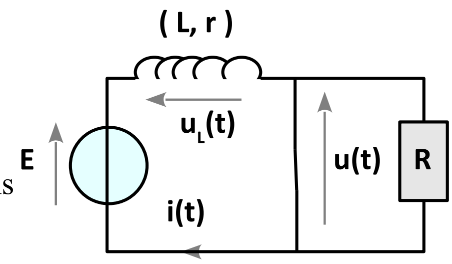
Pour t > 0 :

2. Représenter le circuit , indiquer la résistance équivalente à prendre en compte.

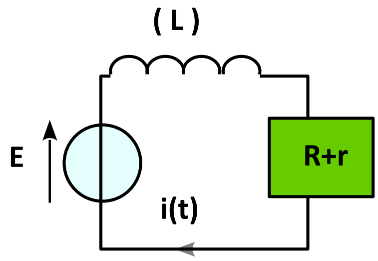
3. Établir l'équation différentielle vérifiée pas $i(t)$ en déduire l'expression du temps caractéristique τ du circuit en fonction de R_{eq} et L. Calculer τ . Déterminer $i(t)$. Tracer $i(t)$.

4. Établir l'expression de la tension $u(t)$ aux bornes de l'interrupteur. Calculer $u(0)$ et commenter la valeur.

Correction:



1. Quand l'interrupteur est fermé, la résistance est court-circuitée donc $i_R = 0$. La bobine est équivalente à un fil en série avec une résistance r donc $u_L(0^-)=ri(0^-)=E$ donc $\boxed{i(0^-)=I_0=\frac{E}{r}}$. D'après la continuité de l'intensité dans la bobine $\boxed{i(0^-)=i(0^+)=I_0}$.



2. Circuit équivalent ci-contre. $\boxed{R_{eq}=R+r}$.

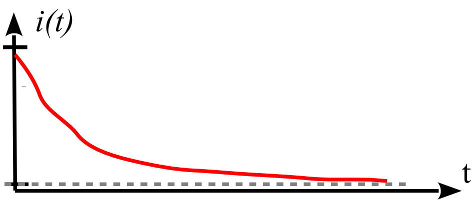
3. Grâce à la loi des mailles on établit : $\boxed{\frac{di(t)}{dt}+\frac{i(t)}{\tau}=\frac{E}{L}}$ avec $\boxed{\tau=\frac{L}{R+r}}$.

Application numérique : $\boxed{\tau=\frac{3.10^{-3}}{10^4+3}=0{,}3\mu s}$.

$\boxed{i(t)=i_h+i_p(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{E}{R+r}}$. Or $i(0+)=I_0=\frac{E}{r}$. On en déduit que : $\frac{E}{r}=A+\frac{E}{R+r}$ d'où

$$A=\frac{-E}{R+r}+\frac{E}{r}=\frac{ER}{r(R+r)}$$ d'où :

$$\boxed{i(t)=\frac{E}{R+r}\left(1+\frac{R}{r}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}.$$



Rem : E/r = 12/3 = 4A et E/(R+r) = 1,2 mA. E/(R+r)

4. $\boxed{u(t)=Ri(t)=R\frac{E}{R+r}\left(1+\frac{R}{r}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$. Ainsi

$$\boxed{u(0)=R\frac{E}{R+r}\left(1+\frac{R}{r}\right)=\frac{ER}{r}=\frac{12.10^4}{3}=40000V\,!}$$

Cette forte surtension qui se dissipe très rapidement est à l'origine d'un arc électrique.