6. Étude d'une résonance

On considère le circuit ci-contre en régime sinusoïdal forcé alimenté par un générateur délivrant une tension $e(t)=E_0\cos(\omega t)$.

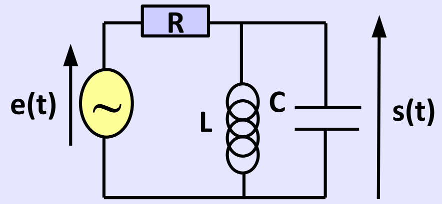
1) Donner l'expression de l'amplitude complexe associée à la tension $s(t) = S_m\cos(\omega t + \varphi)$ aux bornes de la bobine.

2) Montrer qu'il y a un phénomène de résonance pour la tension $s(t)$.
Déterminer la pulsation ω_0 à laquelle il y a résonance. Tracer $S_m(\omega)$

3) Déterminer la bande passante correspondante.En déduire le facteur le qualité $Q=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}$.

4) Quel est le déphasage à la résonance? Tracer $\varphi(\omega)$

5) Comparer cette résonance à la résonance d'intensité du circuit RLC série.



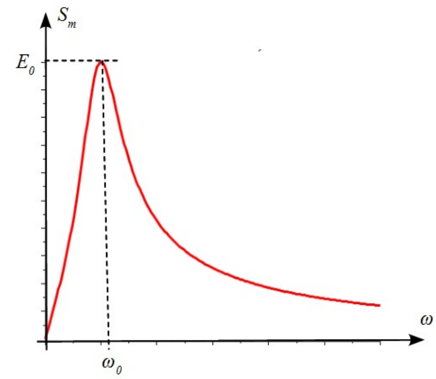
Solution

1) $\boxed{\underline{S}=S_m e^{j\phi}}$. On détermine l'impédance équivalente au condensateur et à la bobine en parallèle :

$$\underline{Z}_{eq}=\frac{jL\omega\times\frac{1}{jC\omega}}{jL\omega+\frac{1}{jC\omega}}=\frac{jL\omega}{1-LC\omega^2}$$. On a la structure d'un pont diviseur de tension donc $\underline{S}=\underline{E}\frac{\underline{Z}_{eq}}{R+\underline{Z}_{eq}}$ d'où

$$\underline{S}=\underline{E}\frac{\frac{jL\omega}{1-LC\omega^2}}{R+\frac{jL\omega}{1-LC\omega^2}}=\frac{jL\omega\underline{E}}{R-RLC\omega^2+jL\omega}$$ d'où $$\boxed{\underline{S}=\frac{\underline{E}}{1+jR\left(C\omega-\frac{1}{L\omega}\right)}}.$$

2) $$\boxed{S_m=\frac{E_0}{\sqrt{1+R^2\left(C\omega-\frac{1}{L\omega}\right)^2}}}$$. S_m est maximum pour la pulsation ω_0



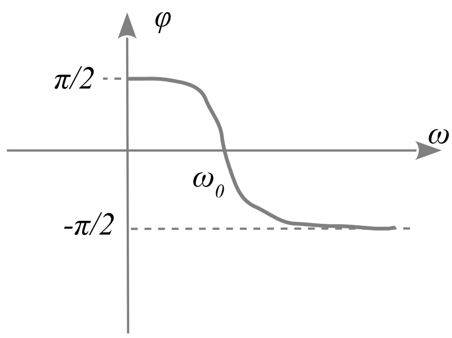
telle que : $C\omega_0=\frac{1}{L\omega_0}$ c'est à dire $\boxed{\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}}$

3) On cherche les pulsations telles que : $S_m(\omega)=\frac{E_0}{\sqrt{2}}$

d'où $\frac{E_0}{\sqrt{1+R^2\left(C\omega-\frac{1}{L\omega}\right)^2}}=\frac{E_0}{\sqrt{2}}$ d'où $R^2\left(C\omega-\frac{1}{L\omega}\right)^2=1$. Après résolution on trouve 2 pulsations :

$\boxed{\omega_1=\frac{-L+\sqrt{L^2+4R^2LC}}{2RLC}}$ et $\boxed{\omega_2=\frac{+L+\sqrt{L^2+4R^2LC}}{2RLC}}$ d'où $\boxed{\Delta\omega=\frac{1}{RC}}$ et $\boxed{Q=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}=\frac{RC}{\sqrt{LC}}=R\sqrt{\frac{C}{L}}}$

4) A la résonance $\boxed{\underline{S}=\underline{E}}$, le déphasage est nul.



$\boxed{arg(\underline{S})=arg(\underline{E})-arg\left(1+jR\left(C\omega-\frac{1}{L\omega}\right)\right)}$ D'où

$\boxed{\tan\phi=-R\left(C\omega-\frac{1}{L\omega}\right)}$ Et $\boxed{\cos\phi>0}$ donc $\boxed{\frac{-\pi}{2}<\phi<\frac{+\pi}{2}}$

5) Comparaison avec le circuit RLC :
Même pulsation de résonance ; déphasage nul à la résonance ; le facteur de qualité est inverse.