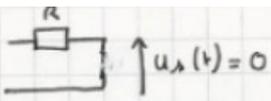
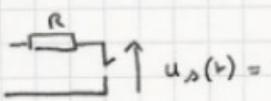


2. Filtre RL

1) En BF $L \Leftrightarrow \text{---}$ circuit \Rightarrow  $u_s(t) = 0$

En HF $L \Leftrightarrow \text{---}$ circuit \Rightarrow  $u_s(t) = u_e(t)$

Le filtre est un filtre passe-haut.

2)
$$H = \frac{Z_L}{R + Z_L} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{j\omega L/R}{1 + j\omega L/R} = \frac{jx}{1 + jx}$$
 avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et $\omega_0 = \frac{R}{L}$

3) Quand $x \rightarrow \infty$ $H_{\infty} = 1 \Rightarrow GdB_{\infty} = 0$ et $\varphi_{\infty} = 0$

Quand $x \rightarrow 0$ $H_0 = jx \Rightarrow GdB_0 = 20 \log x$ et $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

Intersection des asymptotes : $GdB_0 = GdB_{\infty} \Rightarrow \log x_1 = 0$

Diagramme de Bode :

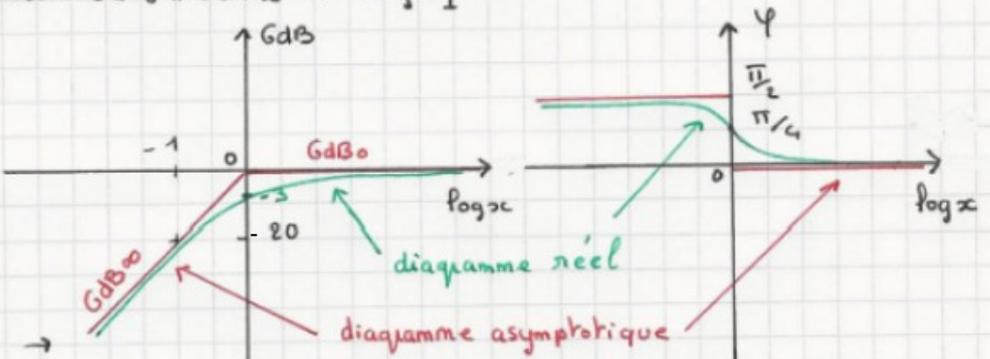


Diagramme de Bode :
 - Diagramme asymptotique (red lines): pente de +20 dB/décade pour $\log x < 0$, puis 0 dB/décade pour $\log x > 0$.
 - Diagramme réel (green line): courbe lisse qui s'approche des asymptotes.
 - Phase φ (blue line): part de $\pi/2$ à basse fréquence et tend vers 0 à haute fréquence.

4) Pour tracer le diagramme de Bode réel, il faut déterminer x_c tq $H(x_c) = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$

$H_{max} = H_{\infty} = 1$ $H(x_c) = \frac{x_c}{\sqrt{1+x_c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2 + 2x_c^2 = 1 + x_c^2 \Rightarrow x_c = 1$

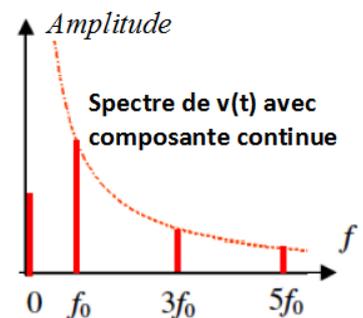
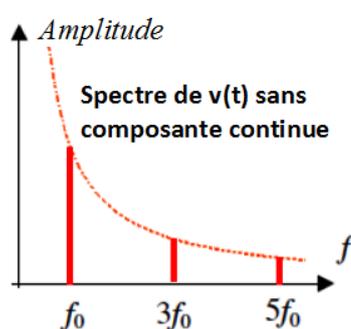
$H(jx_c) = \frac{j}{1+j} \Rightarrow \varphi(x_c) = \arg j - \arg(1+j) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

5)
$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} \Rightarrow (R + j\omega L) U_s = j\omega L U_e \Rightarrow U_s(t) + \frac{L}{R} \frac{du_s(t)}{dt} = \frac{L}{R} \frac{du_e(t)}{dt}$$

4. Filtre passe-bas idéal

- 1) Filtre passe-bas du 1er ordre, la pulsation de coupure est ω_1 .
- 2) Tous les signaux dont la pulsation est supérieure à ω_c sont éliminés. $v_s(t) = U_0$. Le filtre joue le rôle de moyenneur.
- 3) En sortie le signal sera $v_s(t) = \frac{4E}{\pi} \sin(\omega_0 t)$ sinusoïdal. Car $\omega_0 = \frac{\omega_c}{2} < \omega_c$. Les autres composantes du signal ont une pulsation supérieure à ω_c .

4) En sortie le signal sera
$$v_s(t) = E + \frac{4E}{\pi} \sin(\omega_0 t)$$



5. Comparaison de filtres

1)

Filtre	a	b	c
quand $\omega \rightarrow \infty$	C \leftrightarrow Fil $U_s = 0$	L \leftrightarrow Interrupteur ouvert $U_s = 0$	L \leftrightarrow Interrupteur ouvert $U_s = 0$
quand $\omega \rightarrow 0$	C \leftrightarrow Interrupteur ouvert $U_s = \frac{R_2}{R_2 + R} U_e$	L \leftrightarrow Fil $U_s = U_e$	L \leftrightarrow Fil C \leftrightarrow Interrupteur ouvert $U_s = U_e$
Nature du filtre	Passé-bas	Passé-bas	Passé-bas

$$2) \text{ Cas a) } \underline{Z}_{eq} = \frac{\frac{R_2}{jC\omega}}{R_2 + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R_2}{jR_2C\omega + 1} \quad \underline{H}_a(j\omega) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{\underline{Z}_{eq}}{\underline{Z}_{eq} + R} = \frac{\frac{R_2}{jR_2C\omega + 1}}{R + \frac{R_2}{jR_2C\omega + 1}}$$

$$\underline{H}_a(j\omega) = \frac{R_2}{jR R_2 C \omega + R + R_2}; \quad \underline{H}_b(j\omega) = \frac{R}{R + jL\omega}; \quad \underline{H}_c(j\omega) = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

3) L'étude asymptotique montre que c'est les filtre a) qui correspond au diagramme de Bode :

Dans le cas a) $GdB_0 = 20 \log |H_a(j\omega)| = 20 \log \left(\frac{R_2}{R_2 + R} \right) < 0$

Dans le cas b) $GdB_0 = 20 \log |H_b(j\omega)| = 0$. Dans le cas c) $GdB_0 = 20 \log |H_c(j\omega)| = 0$

4) Détermination de R_2 :

D'après le diagramme $20 \log \left(\frac{R_2}{R_2 + R} \right) = -10$ donc $\log \left(\frac{R_2}{R_2 + R} \right) = \frac{-1}{2}$ donc $\left(\frac{R_2}{R_2 + R} \right) = 10^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ d'où

$$\sqrt{10} R_2 = R_2 + R \text{ d'où } R_2 = \frac{R}{\sqrt{10} - 1} \text{ AN: } R_2 = \frac{150}{\sqrt{10} - 1} = 69,4 \Omega .$$

Détermination de C :

1ère méthode :

Quand $\omega \rightarrow \infty$ $\underline{H}_a(j\omega) = \frac{1}{jRC\omega}$ on en déduit l'équation de l'asymptote à la courbe :

$$GdB = -20 \log RC\omega = -20 \log (RC 2\pi f) = -20 \log (2\pi RC) - 20 \log f$$

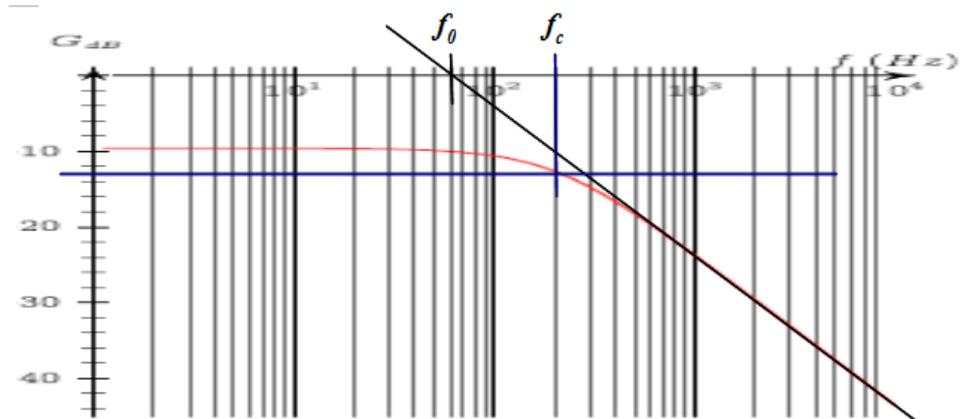
Cette asymptote coupe l'axe des abscisses en $20 \log f_0 = -20 \log (2\pi RC) = 20 \log \left(\frac{1}{2\pi RC} \right)$ soit $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$

Par lecture graphique $f_0 = 60 \text{ Hz}$

on déduit $C = \frac{1}{2\pi R f_0}$

AN : $C = \frac{1}{2\pi 150 \times 60}$

Soit : $C = 17,7 \approx 18 \mu F$



2ème méthode :

On détermine la fréquence de coupure en mettant la fonction de transfert sous sa forme canonique :

$$\underline{Ha}(j\omega) = \frac{\frac{R_2}{R_2 + R}}{\frac{jRR_2C\omega}{R_2 + R} + 1} = \frac{H_0}{\frac{j\omega}{\omega_c} + 1} \text{ par identification : } \omega_c = \frac{R_2 + R}{RR_2C} = 2\pi f_c$$

Pour f_c : GdB = GdBmax -3. On en déduit par lecture graphique $f_c = 200\text{Hz}$.

$$C = \frac{R_2 + R}{RR_2 2\pi f_c} \text{ AN : } C = \frac{69,4 + 150}{150 \times 69,4 \times 2\pi \times 200} \quad C = 16,7 \approx 17 \mu F$$

On trouve le même ordre de grandeur