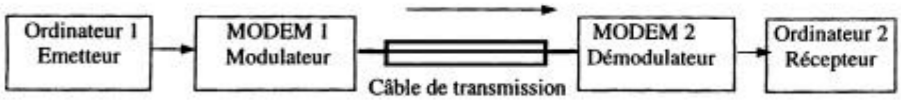
PROBLEME DE PHYSIQUE

TRANSMISSION DE L' INFORMATION

Introduction

La multiplication des moyens de transmission de l' information, par exemple entre deux ordinateurs, rend de plus en plus nécessaire la connaissance des techniques de télécommunication.

Le problème à résoudre est le suivant : comment **transmettre** **une** **information**, entre un émetteur (ordinateur 1) et un récepteur (ordinateur 2).



Pour des raisons que nous ne développerons pas ici, il est impossible de transmettre directement l'information sur un câble coaxial longue portée, comme on peut le faire à courte distance.

Il est donc nécessaire de **véhiculer** cette information par l'intermédiaire d'une onde de haute fréquence que l'on désignera par **signal porteur** ou « **porteuse** ».

Ce dernier est en général sinusoïdal, nous l' écrirons sous la forme :

$$v_R(t) = V_{RM} \sin(\omega_R t + \Psi_R).$$

L' information (de fréquence très inférieure à celle de la porteuse) pourra alors être « **incluse dans le signal porteur** » à condition qu'elle perturbe de manière contrôlée l'une de ses caractéristiques :
- soit l'amplitude V_{RM} de la porteuse,
- soit sa pulsation ω_R (ou, ce qui revient au même, sa fréquence f_R).

L' une de ces grandeurs est alors modifiée « **à l' image de l' information** » : c'est l'opération appelée **modulation**.
Le signal obtenu s' appelle « **porteuse modulée** » : c'est celui qui sera propagé sur le câble.

Selon que la modulation agit sur l'amplitude de la porteuse ou sur sa fréquence on parlera :
- soit de modulation d'amplitude (AM)
- soit de modulation de fréquence (FM)

L' opération inverse consiste à extraire, en bout de ligne, l'information de la porteuse modulée : on l'appelle la **démodulation**.

Le schéma synoptique ci-dessus décrit une liaison en modulation de fréquence dans laquelle les « MODEM » assurent à la fois les deux opérations de modulation (mod) et de démodulation (dem) de fréquence. Les techniques modernes utilisant à la fois la « FM » et la « AM », nous étudierons ces deux modes de modulation.

Définitions préalables

1°) Spectre d'un signal périodique

Concernant l' analyse spectrale d'un signal périodique, on peut décomposer son expression en une série de Fourier à termes complexes.

Considérons $\underline{C}_n$, le coefficient de rang n.

Nous désignerons par raie spectrale du $n^{ième}$ harmonique, le module de $\underline{C}_n$: l' ensemble de ces raies constituera le spectre du signal, sans oublier sa valeur moyenne.

2°) Formalisme de Laplace

Dans l' ensemble du problème le candidat pourra considérer que l'opérateur de Laplace p est égal à jω, uniquement si cela lui semble plus commode. En conséquence toute fonction de transfert H(p) est égale H(jω).

3°) Image complexe associée

Soit une fonction sinusoïdale $\mathbf{v(t) = V_M \sin(\omega t + \Psi)}$
nous désignerons par : $\mathbf{\underline{v}(t) = V_M \exp j(\omega t + \Psi) = \underline{V}\sqrt{2} \exp j(\omega t)}$ son image complexe.

V est la valeur efficace et $\underline{V} = V \exp j\Psi$, désigne l'amplitude complexe associée.

1ère PARTIE : ÉTUDE DES FONCTIONS DE BASE

(Les questions 1.1 et 1.2 sont indépendantes).

1.1/ MODULATEUR D'AMPLITUDE

1.1.1/ Multiplieur - (figure 1)

La fonction d'un tel circuit décrit figure 1 est de fournir une tension de sortie proportionnelle au produit des tensions d'entrée, sous la forme :

$$v_\Phi(t) = k_M\, V_R(t) \times V_S\,(t),$$

où k_M est un paramètre réglable exprimé en Volt $^{-1}$
$\times$ est le signe “ multiplié par ”.

Les tensions d'entrée sinusoïdales seront notées respectivement :

$$v_R(t) = E \sin(\omega_R t + \Psi_R) \qquad \text{et} \qquad v_S\,(t) = E \cos(\omega_S t + \Psi_S)$$

On posera de plus : $\Phi = \Psi_R - \Psi_S$

Dans un premier temps, les phases et les pulsations sont toutes supposées indépendantes du temps.

Dans toute la suite le multiplieur sera réglé de telle sorte que $k_M = 1/E$ (en volt^{-1}).

Question 1.1.1 :

Donner l' allure du spectre de la tension $v_\Phi(t)$

1.1.2/ Modulation d'amplitude

Dans ce cas $v_R(t)$ représente la porteuse et $v_S(t)$ l'information à transmettre. Reprendre le montage précédent avec :

$$\omega_S = \omega_0 \text{ et } \omega_s = \Delta\omega$$

avec les conditions supplémentaires : $\omega << \omega_0$ mais avec ω 0

On considérera que Ψ_R et Ψ_S sont nuls, pour ce calcul.

Question 1.1.2 :

a) Exprimer $v_\Phi(t)$

b) Sur l'annexe 1 dessiner le signal $v_\Phi(t)$ pour E = 1 V, en se plaçant dans l' hypothèse $\omega << \omega_0$

c) Pourquoi parle-t-on de modulation d' amplitude ?

d) Donner le spectre de $v_\Phi(t)$

L'annexe 1 est à rendre avec la copie.

1.2/ MODULATEUR DE FREQUENCE - (figures 4 et 5)

Le principe d' un tel modulateur peut être décrit (figure 4) par un oscillateur commandé en tension ou (OCT).
On désigne ainsi un circuit délivrant une tension sinusoïdale **$v_S(t) = V_{SM} \cos(\omega_S t + \Psi_S)$ dont 1' excursion de pulsation $\omega_S(t)$ est proportionnelle à l'amplitude de l'excursion de la tension d'entrée $v_F(t)$: cf figure 5.**
On notera que le signal de commande v_F (t) peut être de forme absolument **quelconque.**

La figure 5 décrit sa caractéristique de transfert au voisinage du point de fonctionnement M_0 (V_{F0}, ω_{S0}).

Il en résulte l'expression ci-dessous :

$$\boxed{\omega_S(t) = K_0 \quad v_F(t)}$$

K_0 est une constante appelée sensibilité de l' OCT.

<u>NB</u> : l' excursion définit une variation autour d'un point de repos lorsque la caractéristique n'est linéaire que sur un domaine limité, appelé zone linéaire de l' OCT.

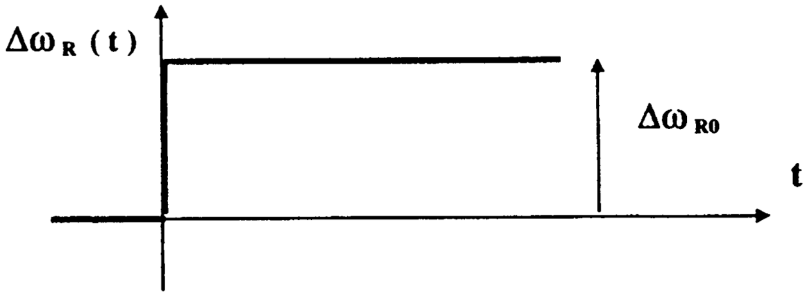
Question 1.2 :

On désire connaître le signal $v_F(t)$ correspondant à la sortie $v_S(t)$ décrite figure 6, composée de trois sinusoïdes de fréquences respectives f_{S0} , f_{S1} et f_{S0}
Leurs durées sont identiques et égales à T_m.

a) Pour f_{S0} = 10 kHz ; f_{S1} = 20 kHz ; V_{F0} = 1,5 V et $K_0 = (2 \quad) 10^4$ (rad / V.s) dessinez le signal v(t) correspondant à la durée $3T_m$.

b) Sachant que, sur un câble, la transmission la meilleure est celle des ondes sinusoïdales, quel est l' intérêt d'un tel modulateur entre deux ordinateurs ?

c) Quel signal modulant $v_F(t)$ correspondrait à un **échelon de pulsation** $\omega_S(t) = (2 \quad) 10^3$ rad / s ? Cf figure page 5.



1.3/ COMPARATEUR DE PHASE

Notion de déphasage instantané

Dans les techniques utilisées en modulation de fréquence, on constate que les phases et les pulsations des signaux porteurs deviennent des fonctions du temps.
Soit deux tensions sinusoïdales $v_R(t)$ et $v_S(t)$:

$$v_R(t) = V_{RM} \sin(\omega_{R0}t + \Psi_R) \qquad \text{et} \qquad v_S(t) = V_{SM} \cos(\omega_{S0}t + \Psi_S)$$

$$\boxed{\boldsymbol{\Psi_R = \Psi_R(t) \text{ et } \Psi_S = \Psi_S(t)}}$$

$$\text{Posons } \Phi(t) = \Psi_R(t)-\Psi_s(t)$$

Dans le cas d'un signal sinusoïdal $v_R(t)$ on peut définir une phase instantanée par :

$$\theta_R(t) = \omega_{R0}\, t + \Psi_R(t)$$

Il est alors naturel d' exprimer la pulsation instantanée par :

$$\omega_R(t)= d\theta_R(t) / dt$$

On peut procéder de même avec $v_S(t)$:

$$\theta_S(t)= \omega_{S0}\, t +\Psi_S(t)$$
$$\omega_S(t)= d\theta_S(t) / dt$$

Considérant enfin l' ensemble des deux signaux on définira un déphasage instantané tel que :

$$\theta(t) = \theta_R(t) - \theta_S(t) = (\omega_{R0} - \omega_{S0})\, t + \Phi(t)$$

Nous considérerons toujours, par la suite que $\omega_{R0} = \omega_{S0}$
le déphasage instantané est donc $\Phi(t)$

1 3-1/ La fonction comparateur de phase parfait

Le comparateur de phase est réalisé par un ensemble dont le déphasage des tensions d' entrée engendre à sa sortie une tension proportionnelle à ce déphasage:

$$\Phi(t) \longrightarrow \boxed{\textbf{CPH}} \longrightarrow v_F(t)$$

Il est réalisé comme le montre la figure 2. Le filtre passe-bas noté « F P B » est parfait et sa pulsation de coupure ω_F vérifie la condition $\omega_F << 2\ \omega_{R0}$

Question 1.3.1 :

En reprenant les tensions définies au paragraphe l.l.1 avec $\omega_R = \omega_S = \omega_{R0} = \omega_{S0}$, écrire l' expression de $v_F(t)$ en fonction de $\Phi(t)$.

Dans quelle hypothèse l' expression $v_F(t) = [K_\Phi]\ \Phi(t)$ est-elle valable ?

K_Φ est une constante que vous préciserez.

Par la suite, on se placera toujours dans cette approximation.

1-3-2/ Comparateur de phase du 1er ordre

En réalité, on utilise un filtre passe-bas réel, de fonction de transfert, **F(p)**, du 1er ordre et de pulsation de coupure ω_F, telle que :

$$\omega_F << 2\ \omega_R$$

Le comparateur de phase possède donc lui aussi un transfert complexe que nous désignerons par :

$$C_\Phi(p)$$

Ce transfert est alors assimilable à $C_\Phi(p) = [K_\Phi]\ F(p)$.

On utilise le filtre défini figure 3, dont la fonction de transfert est $\underline{F} = F(j\omega) = F(p)$, les entrée/sortie étant $\underline{V_e}(t)$ et $\underline{V_s}(t)$.

Question1.3.2:

Exprimer la constante de temps du filtre $\tau_F = 1 / \omega_F$, ainsi que $F(j\omega)$ en fonction de α, R_1, R_2 et τ_F.

Que se passe - t- il si $\alpha >> 1$?

En déduire $F(p) = F(j\omega) = \underline{F}$ dans ce cas.

2ème Partie: ÉTUDE DE LA DÉMODULATION DE FRÉQUENCE

Cette étude nécessite la résolution préalable des questions 1. 2 et 1. 3. 1.

Principe du démodulateur - (figures 7 et 8)

L' élément de base est une boucle à verrouillage de phase décrite sur la figure 7.

Il s'agit d'une boucle fermée fonctionnant selon les principes généraux de la rétroaction.

Les tensions de référence et de sortie s' écriront :

$$V_R(t) = V \sin(\omega_{R0}\, t + \Psi_R) \qquad \text{et} \qquad v_S(t) = V \cos(\omega_{R0}\, t + \Psi_S)$$

La particularité de cette boucle réside dans le fait que les grandeurs fonctionnelles à prendre en considération **ne sont plus ces deux tensions mais les pulsations qu' elles véhiculent.**

La figure 7 concerne le schéma des tensions porteuses.

La figure 8 ne concerne que les grandeurs fonctionnelles qu'elles véhiculent : c'est à partir de celle-ci, que vous effectuerez les calculs à venir.

Comme nous l' avons vu page 5 on peut définir les phases instantanées.

En développant les dérivées on peut alors écrire :

$\boldsymbol{\omega_R(t) = \omega_{R0} + d\Psi_R(t) / dt}$ **;**

de même :

$\boldsymbol{\omega_S(t) = \omega_{S0} + d\Psi_S(t) / dt}$ **;**

posons $\boldsymbol{\Delta\ \omega_R(t) = d\Psi_R(t) / dt}$
posons $\boldsymbol{\Delta\ \omega_S(t) = d\Psi_S(t) / dt}$

Le fonctionnement de la boucle est décrit par le schéma fonctionnel de la figure 8. Désormais nous utiliserons le comparateur du 1er ordre du paragraphe 1.3.2. avec $\alpha >> 1$ et donc avec $C_\Phi(p) = [K_\Phi]\ [\ 1 / 1 + \tau_F\, p\ ]$.

Question 2-1 :

Imaginons qu' autour de ω_{R0}, $\omega_R(t)$ subisse une variation sinusoïdale de type $\Delta\ \omega_R\ (t) = (\Delta\ \omega_R)_M \cos \Omega\ t$.

On peut lui associer une image complexe : $\underline{\Delta\omega_R}\ (t) = (\underline{\Delta\ \omega_R})_M \exp (j\ \Omega\ t)$

Il en est de même pour $\Delta\omega_S$ (t) qui aura pour image : $\underline{\Delta\omega_S}\ (t) = (\underline{\Delta\ \omega_S})_M \exp (j\ \Omega\ t)$

Les phases sont aussi sinusoïdales et leurs images complexes deviennent

$$\Psi_R\ (t) \leftrightarrow (\underline{\Psi_R})_M \exp (j\ \Omega\ t)$$
$$\Psi_S\ (t) \leftrightarrow (\underline{\Psi_S})_M \exp (j\ \Omega\ t)$$

Dans la figure 8 on posera les fonctions de transfert suivantes :

$$\underline{T_1} = \frac{\underline{\Phi}}{\underline{\varepsilon}} \qquad \underline{T_2} = \frac{\underline{\Delta V_F}}{\underline{\Phi}} \qquad \underline{T_3} = \frac{\underline{S}}{\underline{\Delta V_F}} \qquad \underline{\Phi} = \underline{\Psi_R} - \underline{\Psi_S}$$

Le schéma fonctionnel est alors décrit par la figure 8, où les transferts $\underline{T_1}$, $\underline{T_2}$, et $\underline{T_3}$ sont tous positifs : il permet d'obtenir la réponse en pulsation, la grandeur de référence (entrée de la boucle) étant cette fois $\underline{\ \ \omega_R}$.

Avec le formalisme de Laplace posons : $\underline{\ \ \boldsymbol{\omega_R}} = \underline{\mathbf{E}}$ **et** $\underline{\ \ \boldsymbol{\omega_S}} = \underline{\mathbf{S}}$

Déterminer les fonctions $\underline{T_1}$, $\underline{T_2}$, et $\underline{T_3}$ et préciser ce que représente physiquement $\underline{\varepsilon}$

Question 2-2 :

a) Écrire les expressions $\underline{T} = \underline{S} / \underline{e}$ sous la forme $\frac{A}{(j\omega)\ (1 + j\tau\omega)}$ en précisant les expressions de A et τ.

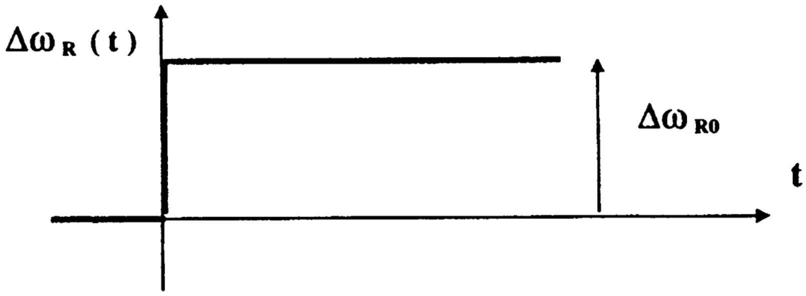
b) En déduire la fonction de transfert en boucle fermée $\underline{W} = \underline{S} / \underline{E}$

Il est impérativement demandé de mettre ce dernier résultat sous la forme normalisée :
$\mathbf{W(p) = 1 / [\ p^2 / w_0^2 + 2\ z\ p / w_0 + 1\ ]}$

Donner les expressions de $\boldsymbol{\omega_0}$ **et de z**.

Question 2.3 :

L' entrée E(t) est un échelon de pulsation d' amplitude Ω_{R0}.



a) Après avoir écrit l'équation différentielle donnant S(t) en fonction de E(t), donner l'expression de S(t) = S(   ) en régime permanent établi.

b) Quelle est la valeur correspondante de V_F = V_F(   ) ?

c) Quelle est alors la fonction assurée par le montage, si l' on considère que la sortie utile est V_F(   ). On considérera que $\Delta\omega_R(t)$ et $\Delta\omega_S(t)$ sont de faibles excursions de la fréquence porteuse en FM, $\Delta\omega_R(t)$ représentant l' information à transmettre.

NB : <u>Tout développement mathématique sur la résolution générale de l'équation différentielle est exclu.</u>

FIGURES

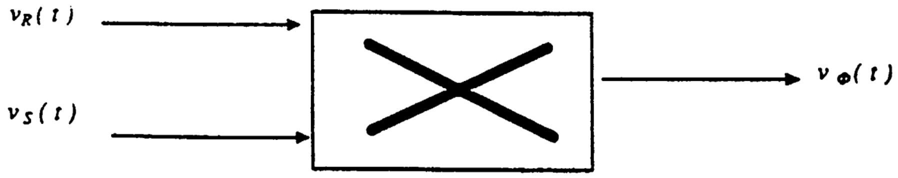


Figure 1

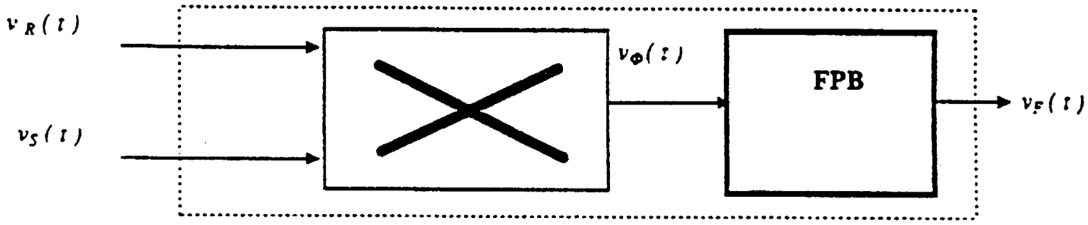


Figure 2

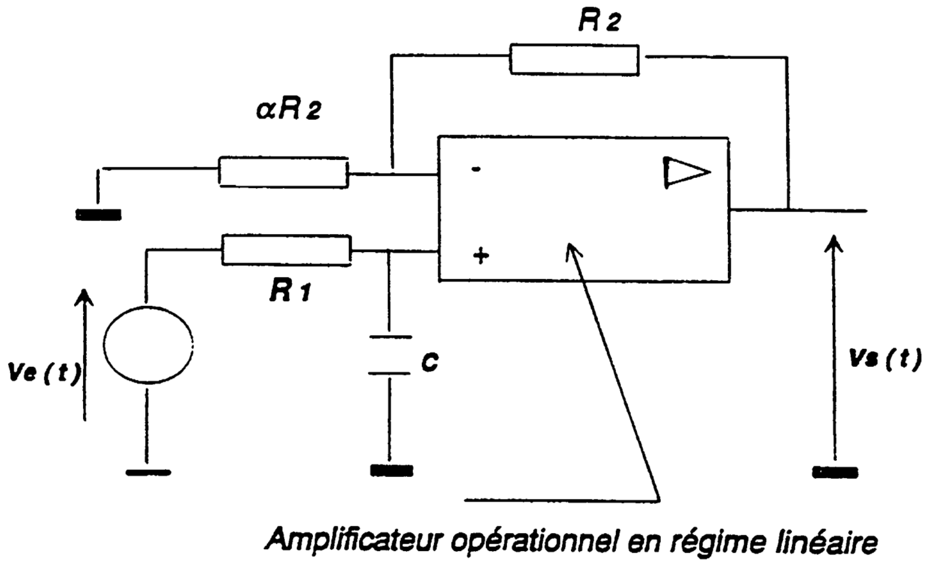


Figure3

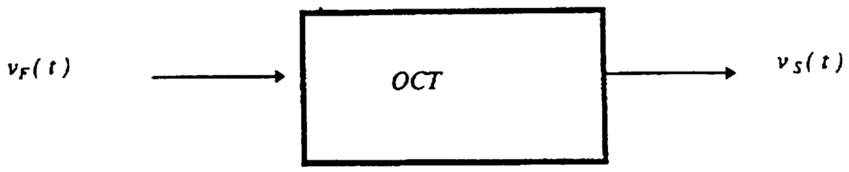


Figure 4

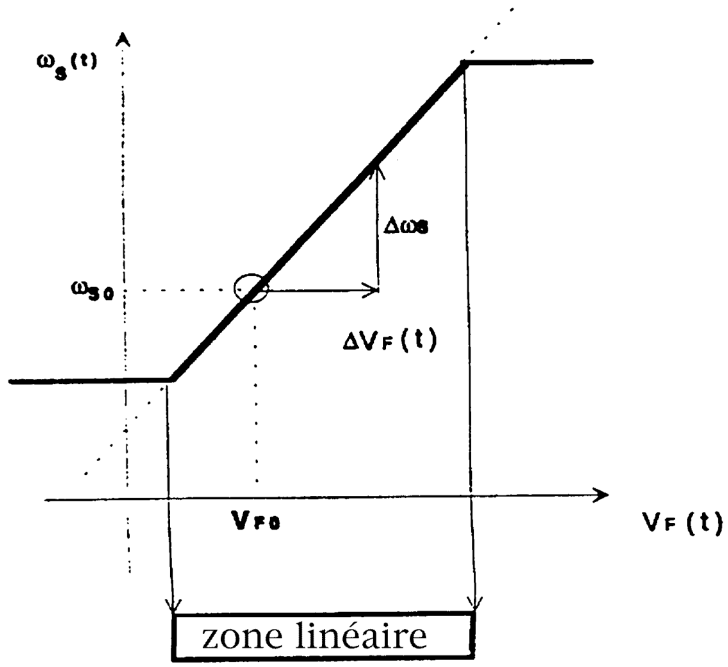


Figure 5

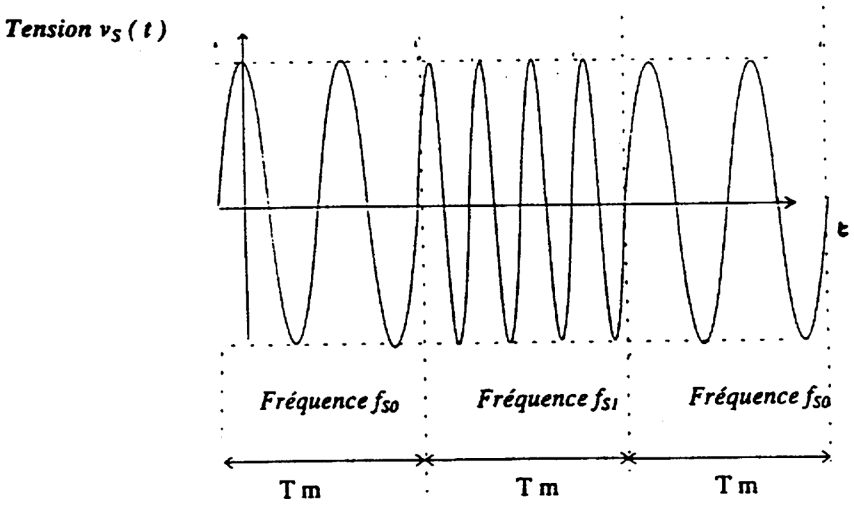


Figure 6

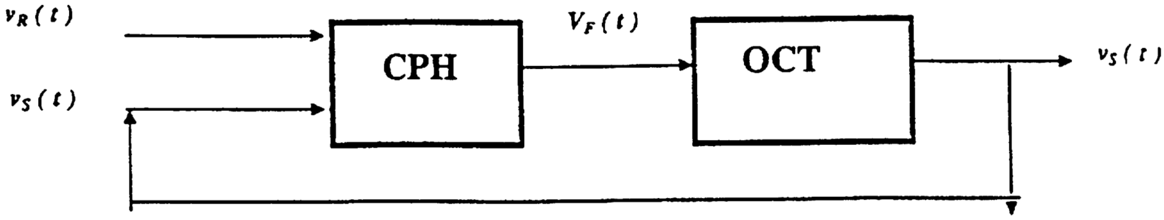


Figure 7

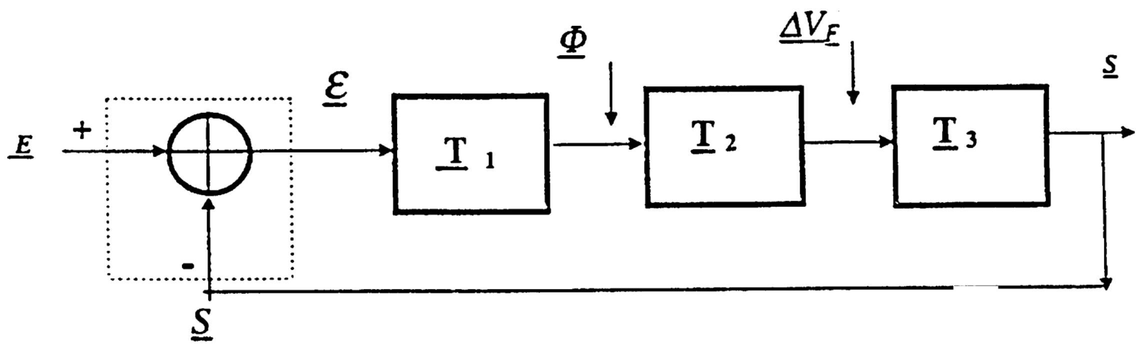


Figure 8

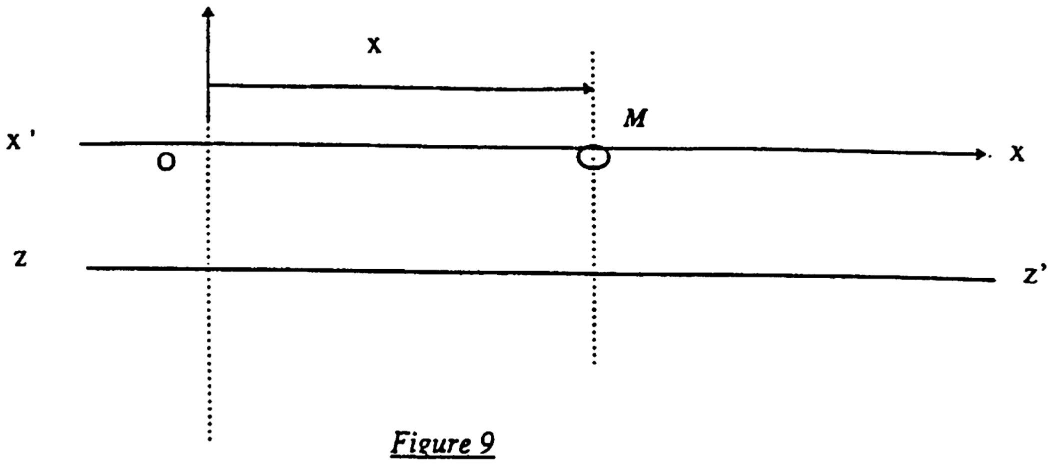


Figure 9