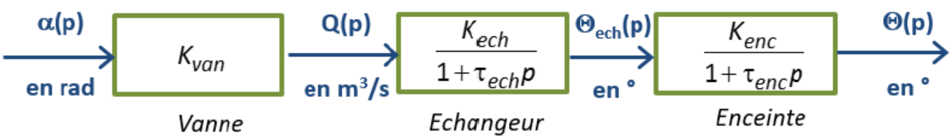
Corrigé ex2 : Enceinte chauffante

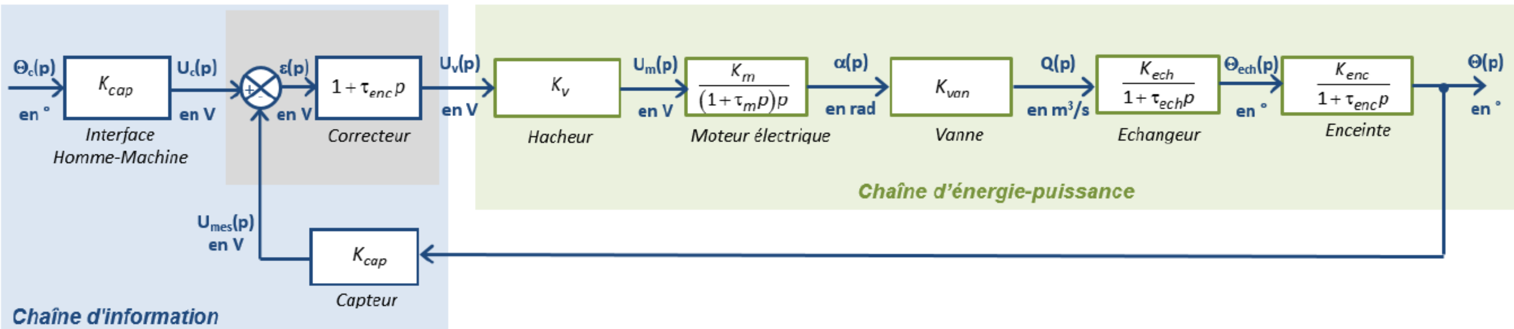
Question 1 :

	Équation temporelle	Transformée de Laplace	Fonction de transfert
Vanne	$q(t)=K_{van}\,\alpha(t)$	$Q(p)=K_{van}\,\alpha(p)$	$\dfrac{Q(p)}{\alpha(p)}=K_{van}$
Échangeur	$\theta_{ech}(t)+\tau_{ech}\cdot\dfrac{d\theta_{ech}(t)}{dt}=K_{ech}\cdot q(t)$	$\Theta_{ech}(p)+\tau_{ech}p\Theta_{ech}(p)=K_{ech}Q(p)$	$\dfrac{\Theta_{ech}(p)}{Q(p)}=\dfrac{K_{ech}}{1+\tau_{ech}\,p}$
Enceinte	$\theta(t)+\tau_{enc}\dfrac{d\theta(t)}{dt}=K_{enc}\,\theta_{ech}(t)$	$\Theta(p)+\tau_{enc}p\,\Theta(p)=K_{enc}\,\Theta_{ech}(p)$	$\dfrac{\Theta(p)}{\Theta_{ech}(p)}=\dfrac{K_{enc}}{1+\tau_{enc}\,p}$

Question 2 :



Question 3 :



Question 4 :

$$\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)}=K_{cap}\cdot\frac{\cancel{(1+\tau_{enc}p)}K_v\left(\dfrac{K_m}{(1+\tau_m p)p}\right)K_{van}\left(\dfrac{K_{ech}}{1+\tau_{ech}p}\right)\left(\dfrac{K_{enc}}{\cancel{1+\tau_{enc}p}}\right)}{1+\cancel{(1+\tau_{enc}p)}K_v\left(\dfrac{K_m}{(1+\tau_m p)p}\right)K_{van}\left(\dfrac{K_{ech}}{1+\tau_{ech}p}\right)\left(\dfrac{K_{enc}}{\cancel{1+\tau_{enc}p}}\right)\cdot K_{cap}}=K_{cap}\cdot\frac{K_vK_mK_{van}K_{ech}K_{enc}}{(1+\tau_m p)p(1+\tau_{ech}p)+K_vK_mK_{van}K_{ech}K_{enc}K_{cap}}$$

$$\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)}=\frac{K_{cap}K_vK_mK_{van}K_{ech}K_{enc}}{p+\tau_{ech}p^2+\tau_m p^2+\tau_m\tau_{ech}p^3+K_vK_mK_{van}K_{ech}K_{enc}K_{cap}}\Rightarrow\boxed{\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)}=\frac{1}{1+\dfrac{1}{K_vK_mK_{van}K_{ech}K_{enc}K_{cap}}p+\dfrac{\tau_m+\tau_{ech}}{K_vK_mK_{van}K_{ech}K_{enc}K_{cap}}p^2+\dfrac{\tau_m\tau_{ech}}{K_vK_mK_{van}K_{ech}K_{enc}K_{cap}}p^3}}$$

Question 5 :

Stabilité : tous les coefficients du polynôme caractéristique d'ordre 3 sont de même signe. Ce sera stable si :

$$\frac{1}{K_vK_mK_{van}K_{ech}K_{enc}K_{cap}}\times\frac{\tau_m+\tau_{ech}}{K_vK_mK_{van}K_{ech}K_{enc}K_{cap}}>\frac{\tau_m\tau_{ech}}{K_vK_mK_{van}K_{ech}K_{enc}K_{cap}}\quad\text{soit}\quad\frac{\tau_m+\tau_{ech}}{K_vK_mK_{van}K_{ech}K_{enc}K_{cap}}>\tau_m\tau_{ech}$$

Précision : 3$^{\text{ème}}$ ordre de gain statique K=1, avec entrée et sortie de même nature, donc le modèle asservi est précis lorsqu'il est soumis à un échelon (si bien entendu il vérifie les conditions de stabilité précédentes…).

Corrigé fin ex3 : Système de correction de portée d'un phare

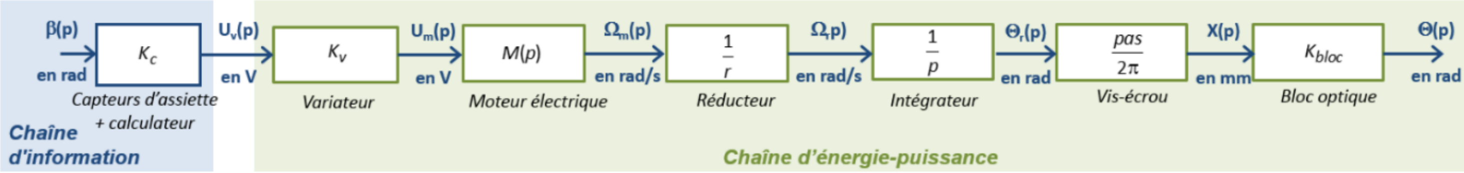
Question 5 :

$$M(p)=\frac{K}{1+\tau.p}\qquad\qquad K=\frac{\omega(\infty)}{u_m(\infty)}=300\,\frac{\text{rad}}{\text{s.V}}$$

On peut identifier τ à 63% de $\omega(\infty)$ (soit 189 rad/s) ce qui donne environ $\tau = 0{,}05$ s, d'où :

$$M(p) = \frac{300}{1 + 0{,}05\, p}$$

Question 6 :



$$\frac{\theta(p)}{\beta(p)} = K_c.K_v.M(p).\frac{1}{r}.\frac{1}{p}.\frac{pas}{2\pi}.K_{bloc} = K_c.\frac{0{,}5 * 300 * 6 * 0{,}01}{(1 + 0{,}05.p).490.p.2\pi} = K_c\frac{0{,}003}{(1 + 0{,}05.p)p}$$

<u>Petite remarque</u> : La fonction de transfert que l'on vient de trouver ne correspond pas tout à fait à celle donner dans la suite du fait que l'on a considéré $\theta(p)$ et $\beta(p)$ en degré plutôt qu'en radian. Par la suite on utilisera la fonction de transfert proposé.

Question 7 : $$\varepsilon(p) = K_c.\beta(p) - K_{pos}.\theta(p)$$

L'erreur est nulle lorsque $\beta(p) = \theta(p)$ si $K_c = K_{pos}$ puisque l'on obtient $\varepsilon(p) = K_{pos}\big(\beta(p) - \theta(p)\big)$

Question 8 :

$$\frac{\theta(p)}{\beta(p)} = K_{pos}.\frac{A.\dfrac{0{,}003}{(1+0{,}05.p)p}}{1 + A.\dfrac{0{,}003}{(1+0{,}05.p)p}.K_{pos}} = \frac{K_{pos}.A.0{,}003}{(1+0{,}05.p)p + K_{pos}.A.0{,}003}$$

$$= \frac{1}{\dfrac{1}{K_{pos}.A.0{,}003}p + \dfrac{0{,}05}{K_{pos}.A.0{,}003}p^2 + 1} = \frac{1}{1 + \dfrac{1000}{K_{pos}.A.3}p + \dfrac{50}{K_{pos}.A.3}p^2}$$

Question 9 : Si l'on soumis le système à un échelon, on a alors $e_{r\%}(\infty) = |1 - K| = 0\%$

Question 10 : Pour minimiser le temps de réponse, il faut imposer une valeur de $A.K_c$ permettant d'avoir un coefficient d'amortissement $z = 0{,}69$ (voir abaque). En vue de la forme canonique de la fonction de transfert, on a :

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{50}{K_{pos}.A.3} \leftrightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{3.K_{pos}.A}{50}}$$

$$\frac{2z}{\omega_0} = \frac{1000}{K_{pos}.A.3} \leftrightarrow z = \frac{500}{3.K_{pos}.A}\sqrt{\frac{3.K_{pos}.A}{50}} = 500\sqrt{\frac{1}{3.50.K_{pos}.A}} = \frac{41}{\sqrt{K_{pos}.A}}$$

Si l'on veut avoir $z = 0{,}69$ alors

$$0{,}69 = \frac{41}{\sqrt{K_{pos}.A}} \leftrightarrow K_{pos}.A = \left(\frac{41}{0{,}69}\right)^2 = 3650\, V/rad$$

En utilisant l'abaque donnant le temps de réponse réduit en fonction du facteur d'amortissement, on a :

$$t_{r5\%}.\omega_0 \approx 3 \leftrightarrow t_{r5\%} = \frac{3}{\omega_0} = 0{,}2\, s$$