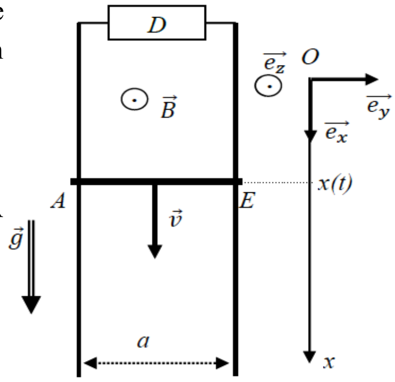
Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire

1. Barre qui tombe dans le champ de pesanteur ☺☺

Une barre *AE* de masse *m* et de résistance nulle peut glisser sans frottement sur deux rails conducteurs parallèles, verticaux, séparés d'une distance *a*. Le système est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}=B\vec{e}_z$. Ces deux rails ont une résistance négligeable et se referment sur un dipôle *D*.



On négligera toute inductance propre du circuit.

On notera $\vec{g}=g\vec{e}_x$ l'accélération de la pesanteur.

À un instant *t* on repère la position de cette barre par l'abscisse *x(t)* de son centre de masse. À l'instant initial ($t = 0$), on choisit $x(0) = 0$ et la barre a une vitesse nulle.

Étudier le mouvement de la barre dans les deux cas suivants :

1. *D* est une self parfaite d'inductance *L*.
2. *D* est un condensateur parfait de capacité *C*.

2. Amortissement électromagnétique *(Concours ATS 2013)* ☺☺

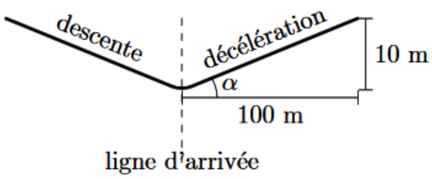
Une luge de masse $m = 100$ kg franchit la ligne d'arrivée à la vitesse $v_a = 30\ m.s^{-1}$

Dans le problème, les frottements sont négligés devant les autres forces en jeu.

L'intensité de la pesanteur g est prise égale à 10 m.s^{-2}.

Ralentissement mécanique

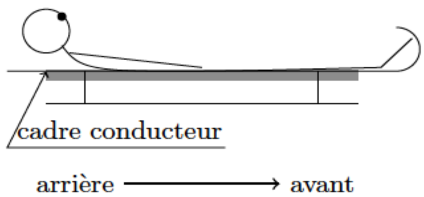
Le ralentissement à l'arrivée se fait sur une piste inclinée de 10% (on monte de 10 m quand on avance horizontalement de 100 m). On note l'angle d'inclinaison α



1. Déterminer la longueur L de la piste de ralentissement nécessaire pour que la luge passe de $v_a = 30\ m.s^{-1}$ à l'arrêt, en utilisant la conservation de l' énergie mécanique. Faire l'application numérique et conclure sur la faisabilité de cette méthode de ralentissement.

Freinage par induction

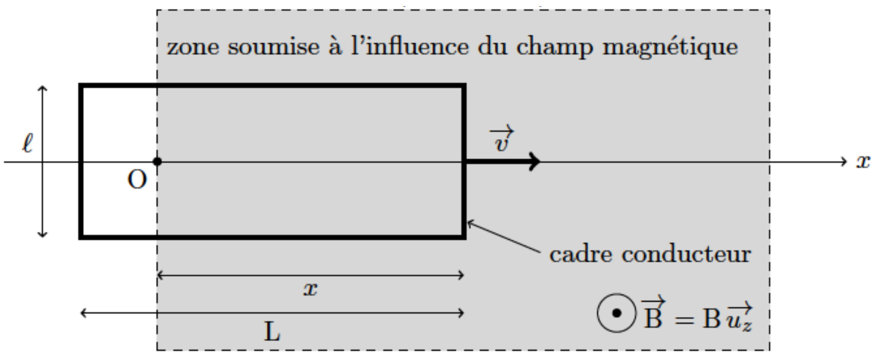
On cherche une autre solution que celle de la pente inclinée pour ralentir une luge : le freinage par induction.



On fixe sous la luge un cadre métallique rigide, conducteur, rectangulaire, de résistance totale $R_c = 10^{-3}\Omega$ et de côtés $\ell \times L$ ($l = 50{,}0$ cm et L = 100 cm).

La piste est horizontale et le long de l'axe O*x*, dont l'origine O est fixée sur la ligne d'arrivée, avant la zone de freinage. L'origine des temps est également fixée au passage de la ligne d'arrivée. L'axe O*z* désigne la verticale ascendante.

Un dispositif crée un champ magnétique $\vec{B}=B\vec{u}_z$ (B = 1,00 T) sur toute la piste de décélération.



Cadre conducteur entrant dans la zone magnétique

2. Décrire (sans calcul) les différentes phases du mouvement de la luge depuis la ligne d'arrivée jusqu'à ce qu'elle ait franchi complètement la zone soumise au champ magnétique, supposée ici d'une longueur supérieure à L.

3. Le champ magnétique a une valeur de 1 T. Est-ce élevé ? Quel dispositif pourrait, par exemple, créer un champ de cette intensité ?

Dans la suite, on s'intéresse au mouvement du cadre lorsqu'il n'a pas entièrement pénétré dans la zone soumise à l'influence du champ magnétique.

4. Exprimer la surface S du cadre soumise au champ magnétique en fonction de ℓ et x. En déduire l'expression du flux magnétique Φ qui traverse le cadre dans le sens $+\vec{u}_z$ lorsqu'il pénètre dans la zone magnétique.

5. En utilisant la loi de Lenz-Faraday, exprimer et représenter la force électromotrice e qui apparaît dans le cadre en fonction de la vitesse v du cadre, de sa largeur ℓ et du champ magnétique B.

6. Le circuit électrique équivalent au cadre rectangulaire est constitué de la force électromotrice e et de la résistance R_c. On néglige l'inductance propre du cadre. Exprimer l'intensité i induite dans le cadre en fonction de B, ℓ, v et R_c.

7. Exprimer la force de Laplace élémentaire $\overrightarrow{dF_L}$, s'exerçant sur un élément de cadre de longueur $\overrightarrow{dl}$ parcouru par l'intensité i.

8. En déduire la résultante de la force de Laplace $\overrightarrow{F_L}$ qui s'exerce sur le cadre, en fonction de l'intensité i, ℓ, B et d'un vecteur unitaire puis en fonction de R_c, v, ℓ, B et d'un vecteur unitaire. Commenter le sens de cette force.

9. Par application du principe fondamental de la dynamique en projection sur l'axe Ox, donner l'équation différentielle qui porte sur la vitesse v de la luge.

10. La solution de cette équation différentielle s'écrit : $v(t)=v_a \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)$ τ est le temps caractéristique du mouvement lorsque la luge pénètre dans la zone soumise au champ magnétique. Exprimer τ en fonction de B, m, ℓ et R_c. Faire l'application numérique.

11. Exprimer la position $x(t)$ de la luge en fonction de t, τ et v_a.

12. Calculer la durée T que met le cadre de longueur L pour pénétrer entièrement dans la zone magnétique.

13. En déduire l'expression simplifiée de $v(T)$. Calculer numériquement la variation $\Delta v = v_0 - v(T)$ de vitesse de la luge entre les instants t = 0 et T.

14. Quelle est la vitesse de la luge une fois que le cadre est entièrement dans la zone soumise au champ magnétique ? Justifier. En déduire la longueur idéale de la zone soumise au champ magnétique.

15. La zone soumise au champ magnétique n'occupe pas toute la piste de décélération mais est limitée à la longueur idéale déduite précédemment. Que se passe-t-il lorsque le cadre conducteur sort de cette zone ?

16. On installe une alternance de zones magnétiques et non magnétiques. Combien de zones magnétiques sont nécessaires pour que la vitesse de la luge diminue jusque environ 5 $m.s^{-1}$, vitesse à partir de laquelle le lugeur peut freiner avec ses pieds ? Quelle est alors la longueur de la piste de ralentissement ?

17. Donner un exemple d'utilisation de freinage par induction.