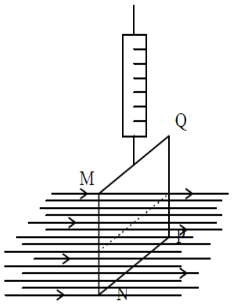
1. Action sur un cadre ☺

Un cadre carré MNPQ, de côté a = 5,0 cm, comportant N = 100 tours d'un fil conducteur est suspendu à un dynamomètre. Sa moitié inférieure est plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ dont les lignes de champ, horizontales, sont perpendiculaires au plan du cadre et orientées selon la figure ci-contre.



Lorsqu'il ne passe aucun courant dans le cadre, le dynamomètre indique 2,5 N.

Lorsqu'il passe un courant d'intensité I = 0,5 A, le dynamomètre indique 3,0 N.

1- Représenter clairement le sens du courant dans le cadre, ainsi que les forces de nature électromagnétique qui s'exercent sur chaque côté du cadre. Que peut-on dire de l'action des forces qui s'exercent sur les côtés verticaux ?

2- Quelle est l'intensité B du champ magnétique agissant sur la partie inférieure du cadre ?

3- Quelle serait l'indication du dynamomètre si le cadre était totalement plongé dans le champ magnétique ?

2. Mesure d'un champ magnétique à l'aide d'une balance de Cotton ☺☺

(d'après concours commun Mines-Ponts PSI 2016)

Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen. On rappelle que $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ H·m^{-1}.

La photo d'un modèle de balance de Cotton est placée ci-contre. Ce type de balance, destinée à la mesure de champ magnétique, a été mis au point par Aimé Cotton en 1900.

Elle est constituée de deux fléaux. L'un, à gauche, comprend sur sa périphérie, un conducteur métallique qui sera parcouru par un courant et dont une partie sera placée dans le champ magnétique, uniforme et permanent, à mesurer.

Le conducteur sera soumis à des forces de Laplace et la balance penchera du côté de ce fléau. L'autre comporte un plateau sur lequel on peut déposer des masses marquées pour équilibrer la balance et déduire ainsi la norme du champ magnétique. Le schéma de principe de la balance est représenté sur la figure 1.

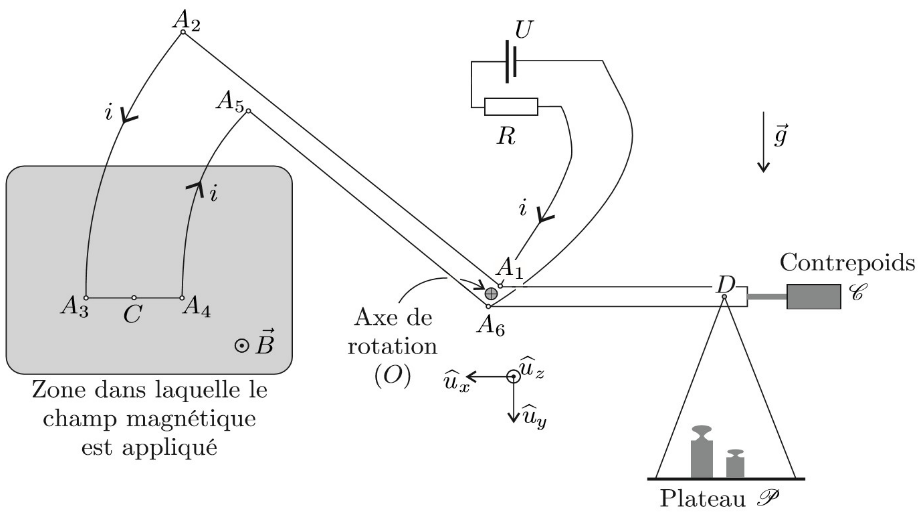


FIGURE 1 – Schéma de principe de la balance

Sur le fléau dessiné à gauche, les conducteurs permettent le passage d'un courant d'intensité i, selon le parcours $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_4 \rightarrow A_5 \rightarrow A_6$. Les portions de circuit A_2A_3 et A_4A_5 sont **des arcs de cercle** de même centre O.

L'ensemble des deux fléaux constitue un système rigide, mobile sans frottement, autour d'un axe horizontal passant par le point O et noté Oz.

On désigne par C le milieu du segment A_3A_4 et D le point de suspension du plateau.

On note d_1 la distance OC entre les points O et C, d_2 la distance OD entre les points O et D et ℓ la longueur du segment A_3A_4.

La procédure de mesure est la suivante :

- ➔ Équilibrage « à vide »: en l'absence de courant i et de masses marquées dans le plateau, le contrepoids C est déplacé de façon à ce que la balance soit à l'équilibre, les trois points C, O et D étant alignés sur l'horizontale.
- ➔ Mesure du champ : on ferme le circuit électrique, ce qui permet au courant d'intensité i de circuler « dans la balance », le fléau de gauche penche vers le bas; on ajoute alors des masses dans le plateau jusqu'à ce que la balance soit à l'équilibre, les trois points C, O et D étant alignés sur l'horizontale.

1. Lorsque l'équilibrage à vide est réalisé, faire le bilan des forces s'exerçant sur la partie mobile de la balance , en déduire par application du théorème du moment cinétique en O que son centre de masse, G, est situé à la verticale du point O.

2. Lorsque le courant circule « dans la balance », montrer que le moment en O de la force de Laplace s'exerçant sur tout élément de longueur $\vec{dl}$ des parties en arc de cercle est nul. En déduire que le moment résultant en O sur les parties en arc de cercle est nul.

3. A l'équilibre, en présence de courant et de champ magnétique, établir l'expression du moment en O de la force de Laplace s'exerçant sur la partie $A_3 A_4$.

4. A l'équilibre, en présence de courant et de champ magnétique, établir l'expression du moment en O du poids des masses marquées. En déduire la relation liant $B=\|\vec{B}\|$, la somme m des masses marquées posées sur le plateau, i, ℓ, d_1, d_2 et le module g du champ de pesanteur $\vec{g}$.

5. La sensibilité de la balance étant de $\delta m = 0{,}05g$, déterminer l'incertitude δB résultante pour $i = 10A$, $g = 10 m\cdot s^{-2}$, $\ell = 5cm$ et $d_1 = d_2 = 10cm$. En comparant cette valeur avec une ou des références connues, conclure quant à l'utilisabilité de la balance.

3. Oscillations d'un pendule ☺☺ *(ICNA 2019)*

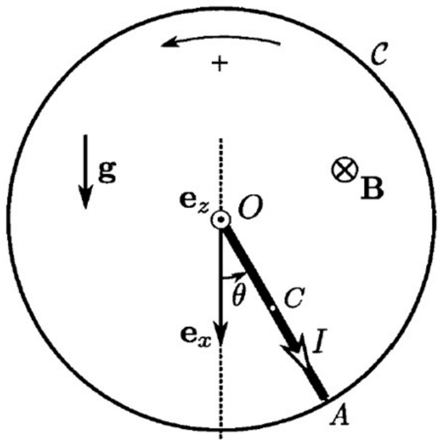
On étudie dans le référentiel du laboratoire de repère d'espace $R(O,\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)$ où $\vec{e}_x$ désigne la verticale descendante, un pendule constitué d'une tige conductrice homogène OA, de longueur l = OA = 15 cm et de masse m = 10g, fixée en O à une liaison pivot supposée parfaite, d'axe $\vec{e}_z$.

On repère la position de la tige par l'angle θ, orienté dans le sens direct qu'elle forme avec la verticale descendante.

La tige est parcourue par une intensité I réglagle dont la source n'est pas représentée. La continuité du circuit est assurée par un cerceau conducteur C, de centre O, fixe dans R et orthogonal à $(O\vec{e}_z)$.

Le cerceau est en contact avec la tige grâce à un balai situé à son extrémité A. Le balai glisse sans frottement sur le cerceau.

Ce pendule est placé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}=-B_0\vec{e}_z$ avec $B_0 > 0$. On note C le milieu du segment AO. Le moment d'inertie de la tige vaut $J=\dfrac{ml^2}{3}$.



On suppose l'intensité de la pesanteur uniforme de valeur g = 10m.s^{-2}.

1) Lorsque I = 0, établir, en fonction des données, l'expression de la période T_0 des petites oscillations de la barre . Faire l'application numérique.

2) Désormais, I ≠ 0. Exprimer le moment M_L de la force de Laplace par rapport à l'axe Oz s'exerçant sur la tige

3) L'équation du mouvement se met sous la forme : $\ddot{\theta}+\omega_0^2\sin\theta=k\,\omega_0^2$ où ω_0 et k sont deux constantes temporelles. Déterminer ces deux constantes.

4) La tige ne possède de positions d'équilibre que si $B_0 < B_M$. Déterminer B_M.

5) On note n_e, le nombre de positions d'équilibre de la tige lorsque $B_0 < B_M$ et n_s le nombre de positions d'équilibre stables. Déterminer n_e et n_s.

6) Déterminer le fréquence des petites oscillations autour de la position d'équilibre stable.

4. Petites oscillations d'un aimant ☺☺

Un aimant homogène, de moment magnétique $\vec{M}$, de moment d'inertie J par rapport à son centre de gravité G est libre de tourner autour de G dans un plan horizontal. Il est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ horizontal.

1) L'aimant est légèrement tourné par rapport à sa position d'équilibre, tout en restant dans le plan horizontal puis lâché. Quelle est la période des oscillations ultérieures ?

2) Afin d'en déduire la valeur du champ magnétique $\vec{B}$, sans connaître ni le moment d'inertie ni le moment magnétique de l'aimant, on ajoute au champ magnétique $\vec{B}$ un champ magnétique $\vec{B}\,'$ créé par une bobine longue. On place d'abord la bobine telle que $\vec{B}$ et $\vec{B}\,'$ soit parallèles et de même sens, on mesure alors la période T_1 des oscillations . On change ensuite le sens du courant dans la bobine et on mesure la nouvelle période des oscillations T_2. En déduire B en fonction de l'intensité B' du champ créé par la bobine et le rapport T_1 / T_2 sachant que B < B'.

Rep :1) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{J}{MB}}$ *2)* $B=B'\dfrac{1-\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^2}{1+\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^2}$