

1. Action sur un cadre ☺

Un cadre carré MNPQ, de côté $a = 5,0$ cm, comportant $N = 100$ tours d'un fil conducteur est suspendu à un dynamomètre. Sa moitié inférieure est plongée dans un champ magnétique uniforme \vec{B} dont les lignes de champ, horizontales, sont perpendiculaires au plan du cadre et orientées selon la figure ci-contre.

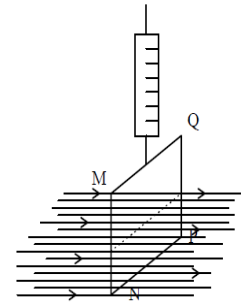
Lorsqu'il ne passe aucun courant dans le cadre, le dynamomètre indique 2,5 N.

Lorsqu'il passe un courant d'intensité $I = 0,5$ A, le dynamomètre indique 3,0 N.

1- Représenter clairement le sens du courant dans le cadre, ainsi que les forces de nature électromagnétique qui s'exercent sur chaque côté du cadre. Que peut-on dire de l'action des forces qui s'exercent sur les côtés verticaux ?

2- Quelle est l'intensité B du champ magnétique agissant sur la partie inférieure du cadre ?

3- Quelle serait l'indication du dynamomètre si le cadre était totalement plongé dans le champ magnétique ?



2. Mesure d'un champ magnétique à l'aide d'une balance de Cotton ☺☺

La mesure du champ magnétique s'effectue actuellement par des sondes de Hall. Néanmoins, avant le développement des matériaux semi-conducteurs, composants de ces sondes, la mesure du champ magnétique s'effectuait par diverses méthodes. L'une d'entre elles, la balance de Cotton consiste à mesurer les forces de Laplace exercées par le champ magnétique que l'on souhaite mesurer.

Cette balance, représentée ci-dessous, est une balance de pesée à deux plateaux, avec un plateau $OM = l$ constitué d'une masse m et un plateau constitué du cadre ABCD parcouru par un courant I .

L'ensemble des deux plateaux constitue un système rigide, mobile sans frottement, autour d'un axe horizontal Oz passant par le point O .

La zone grise est la zone dans laquelle le champ magnétique $\vec{B} = -B\vec{u}_z$ constant et uniforme est présent.

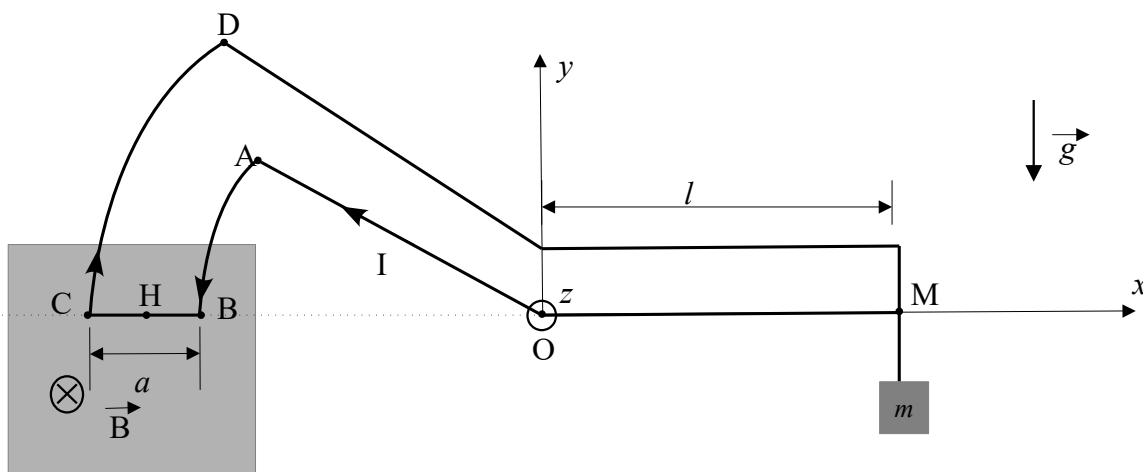
Les portions AB et CD sont des portions de cercle de centre O alors que BC est rectiligne. On note H le milieu du tronçon BC.

OH est une donnée du problème.

La balance est équilibrée quand le bras OM est horizontal.

En l'absence de champ magnétique, la balance est équilibrée sans placer de masse m .

L'idée de la balance est de placer une masse m sur le bras de droite afin d'équilibrer la balance en présence du champ \vec{B} . La valeur de m permet de remonter à l'intensité du champ magnétique, ce que nous proposons de montrer ici.



Balance équilibrée en présence de champ magnétique

On suppose la balance équilibrée en présence de champ magnétique.

1. Exprimer le moment du poids en O de la masse m accrochée au point M .
2. Établir l'expression du moment des forces de Laplace s'appliquant sur la partie du circuit placée dans le champ magnétique.
3. Dédire des deux questions précédentes, la relation entre la valeur du champ magnétique B et l'ensemble des paramètres du problème.

4. En prenant $I = 2,0 \text{ A}$, $a = 1,5 \text{ cm}$, $l = 10 \text{ cm}$, $OH = 10 \text{ cm}$, quel est le champ magnétique minimal que l'on peut mesurer avec des poids d'un milligramme pour le plus petit. On prendra $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ pour l'intensité de la pesanteur. Commenter par rapport à la valeur du champ magnétique terrestre.
5. Sachant que l'intensité est mesurée grâce à un ampèremètre dont la précision est annoncée à 1 % et que les longueurs sont mesurées avec une règle graduée tous les mm. Estimer l'incertitude-type sur la mesure du champ magnétique de 100mT. On négligera l'incertitude-type sur g et sur la masse car des masses étalonnées sont utilisées.

3. Oscillations d'un pendule ☺☺ (ICNA 2019)

On étudie dans le référentiel du laboratoire de repère d'espace $R(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ où \vec{e}_z désigne la verticale descendante, un pendule constitué d'une tige conductrice homogène OA, de longueur $l = OA = 15 \text{ cm}$ et de masse $m = 10 \text{ g}$, fixée en O à une liaison pivot supposée parfaite, d'axe \vec{e}_z .

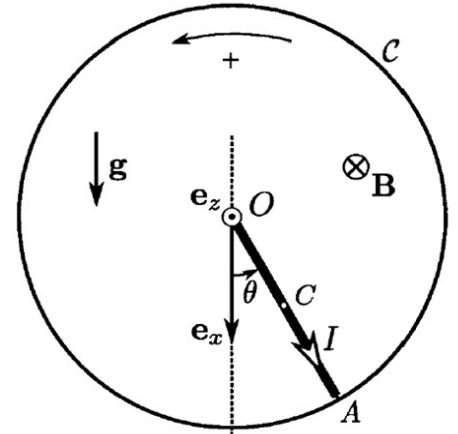
On repère la position de la tige par l'angle θ , orienté dans le sens direct qu'elle forme avec la verticale descendante.

La tige est parcourue par une intensité I réglable dont la source n'est pas représentée. La continuité du circuit est assurée par un cerceau conducteur C, de centre O, fixe dans R et orthogonal à $(O\vec{e}_z)$.

Le cerceau est en contact avec la tige grâce à un balai situé à son extrémité A. Le balai glisse sans frottement sur le cerceau.

Ce pendule est placé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = -B_0 \vec{e}_z$ avec $B_0 > 0$. On note C le milieu du segment AO. Le moment

d'inertie de la tige vaut $J = \frac{ml^2}{3}$.



On suppose l'intensité de la pesanteur uniforme de valeur $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

- 1) Lorsque $I = 0$, établir, en fonction des données, l'expression de la période T_0 des petites oscillations de la barre. Faire l'application numérique.
- 2) Désormais, $I \neq 0$. Exprimer le moment M_L de la force de Laplace par rapport à l'axe Oz s'exerçant sur la tige
- 3) L'équation du mouvement se met sous la forme : $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = k \omega_0^2$ où ω_0 et k sont deux constantes temporelles. Déterminer ces deux constantes.
- 4) La tige ne possède de positions d'équilibre que si $B_0 < B_M$. Déterminer B_M .
- 5) On note n_e , le nombre de positions d'équilibre de la tige lorsque $B_0 < B_M$ et n_s , le nombre de positions d'équilibre stables. Déterminer n_e et n_s .
- 6) Déterminer la fréquence des petites oscillations autour de la position d'équilibre stable.

4. Petites oscillations d'un aimant ☺☺

Un aimant homogène, de moment magnétique \vec{M} , de moment d'inertie J par rapport à son centre de gravité G est libre de tourner autour de G dans un plan horizontal. Il est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme \vec{B} horizontal.

- 1) L'aimant est légèrement tourné par rapport à sa position d'équilibre, tout en restant dans le plan horizontal puis lâché. Quelle est la période des oscillations ultérieures ?
- 2) Afin d'en déduire la valeur du champ magnétique \vec{B} , sans connaître ni le moment d'inertie ni le moment magnétique de l'aimant, on ajoute au champ magnétique \vec{B} un champ magnétique \vec{B}' créé par une bobine longue. On place d'abord la bobine telle que \vec{B} et \vec{B}' soit parallèles et de même sens, on mesure alors la période T_1 des oscillations. On change ensuite le sens du courant dans la bobine et on mesure la nouvelle période des oscillations T_2 . En déduire B en fonction de l'intensité B' du champ créé par la bobine et le rapport T_1 / T_2 sachant que $B < B'$.

$$\text{Rep. : 1) } T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{MB}} \quad 2) \quad B = B' \frac{1 - \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2}{1 + \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2}$$