2. Mesure d'un champ magnétique à l'aide d'une balance de Cotton

1. Le moment en O du poids de la masse m est $\vec{M}_O(\vec{P})=\overrightarrow{OM}\wedge m\vec{g}=l\,\vec{u}_x\wedge(-mg)\vec{u}_y=-l\,m\,g\,\vec{u}_z$.

2. La force de Laplace s'exerçant sur la partie BC est : $\vec{F}_L(BC)=I\,\overrightarrow{BC}\wedge\vec{B}=-I\,a\,\vec{u}_x\wedge(-B)\vec{u}_z=-I\,a\,B\,\vec{u}_y$. Cette force s'applique au point H , sont moment en O est donc
$\vec{M}_O(\vec{F}_L(BC))=\overrightarrow{OH}\wedge\vec{F}_L(BC)=-OH\,\vec{u}_x\wedge(-I\,a\,B)\vec{u}_y=I\,a\,B\,OH\,\vec{u}_z$

Les forces de Laplace s'exerçant sur chaque petit élément de longueur des parties circulaires son dirigées vers O ainsi leur moment est nul.

3. D'après le théorème du moment cinétique appliqué à la partie mobile de la balance(masse m comprise), à l'équilibre la somme des moments des forces s'exerçant sur la partie mobile de la balance est nulle. On en déduit :
$\vec{M}_O(\vec{F}_L(BC))+\vec{M}_O(\vec{P})=\vec{0}=I\,a\,B\,OH\,\vec{u}_z-m\,l\,g\,\vec{u}_z$ d'où : $\boxed{I\,a\,B\,OH=m\,g\,l}$.

4. $\boxed{B_{min}=\dfrac{m_{min}\,g\,l}{I\,a\,OH}}$. AN : $B_{min}=\dfrac{m_{min}\,g\,l}{I\,a\,OH}=\dfrac{10^{-6}\times 9{,}8\times 10.10^{-2}}{2\times 1{,}5.\,10^{-2}\times 10.10^{-2}}=\dfrac{9{,}8}{3}\times 10^{-4}$ soit $\boxed{B_{min}=3{,}3\times 10^{-4}\,T}$.

$B_{terrestre}\approx 10^{-5}\,Tesla$. Ce dispositif n'est pas adapté pour mesurer le champ magnétique terrestre.

5. D'après l'annexe $\dfrac{u(B)}{B}=\sqrt{\left(\dfrac{u(l)}{l}\right)^2+\left(\dfrac{u(a)}{a}\right)^2+\left(\dfrac{u(I)}{I}\right)^2+\left(\dfrac{u(OH)}{OH}\right)^2}$.

Pour une règle graduée tous les mm, on peut supposer que *Δ(l) = Δ(a) = Δ(OH) = 0,5 mm* (on peut aussi supposer *Δ(l) = Δ(a) = Δ(OH) = 1 mm)* ainsi $u(l)=u(a)=u(OH)=\dfrac{0{,}5}{\sqrt{3}}=0{,}289\,mm$.

Concernant l'intensité, on suppose $\Delta I=0{,}001\,I$ soit $u(I)=\dfrac{0{,}001\,I}{\sqrt{3}}$ soit $\dfrac{u(I)}{I}=\dfrac{0{,}001}{\sqrt{3}}=0{,}577.10^{-3}$. On en déduit :

$\dfrac{u(B)}{B}=\sqrt{\left(\dfrac{0{,}289}{100}\right)^2+\left(\dfrac{0{,}289}{15}\right)^2+\left(0{,}577.10^{-3}\right)^2+\left(\dfrac{0{,}289}{100}\right)^2}\approx\dfrac{0{,}289}{15}=0{,}0193$ (calcul en prenant le terme prépondérant).

Pour un champ B=100mT $u(B)=1.9\,mT$ d'où $\boxed{B=(100{,}0\pm 1{,}9)\,mT}$

Intervalle de confiance et incertitude-type

Lors d'une mesure sans variabilité observée, on estime la plus petite plage dans laquelle l'expérimentateur est certain de trouver la valeur recherchée. On note $\bar{x}$ la valeur centrale de cette plage et Δ sa demi-largeur. Ainsi, l'expérimentateur est certain de trouver la valeur recherchée dans l'intervalle de confiance $\boxed{[\bar{x}-\Delta\,;\bar{x}+\Delta]}$.

Dans ce cas, le résultat de la mesure est $\boxed{\bar{x}\pm u(\bar{x})}$ avec $\boxed{u(\bar{x})=\dfrac{\Delta}{\sqrt{3}}}$ l'incertitude-type.

Mesure d'incertitude-type composée:

Si $y(x_1,x_2)=a\,x_1^{\alpha}x_2^{\beta}$ (y, x1 et x2 positifs). L'incertitude-type de *y* est alors donnée par :

$$\boxed{\frac{u(y)}{y}=\sqrt{\left(\alpha\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2+\left(\beta\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2}}.$$

si $u(x_1)$ est prépondérant par rapport à $u(x_2)$, on simplifiera la formule : $\dfrac{u(y)}{y}=\left|\dfrac{u(x_1)}{x_1}\right|$.