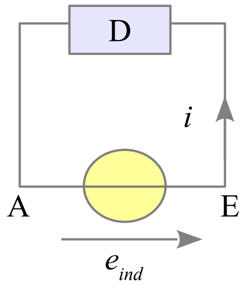
1. Barre qui tombe dans le champ de pesanteur ☺☺

La surface du circuit traversée par le champ B à l'instant t est :

S = a (*x*).. On oriente l'intensité de telle manière que et $\vec{B}$ et $\vec{S}$ soient dans le même sens. .On a ainsi $\Phi=B\times a(x)$. On en déduit la fem induite : $e_{ind}=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{-d(B\times a\,x)}{dt}=-B\,a\frac{dx}{dt}=-B\,a\,v$.

Equation mécanique :



Bilan des forces s'exerçant sur la barre :

La force de Laplace : $\vec{F}_L=i\,\vec{AE}\wedge\vec{B}=i\,a\,B\,\vec{e}_x$ (i < 0)et le poids : $\vec{P}=m\,g\,\vec{e}_x$

2ème loi de Newton :

$\vec{F}_L+\vec{P}=m\vec{a}$ en projetant sur l'axe vertical, on obtient : $i\,a\,B+m\,g=m\ddot{x}$ **(EM)**

1) Le dipôle D est une bobine

$e_{ind}=L\frac{di}{dt}=-B\,a\,v$ **(EE)**

Pour faire apparaître $\frac{di}{dt}$ dans l'équation mécanique, on la dérive. D'où $a\,B\frac{di}{dt}=m\ddot{v}$ d'où $\frac{di}{dt}=\frac{m}{B\,a}\ddot{v}$ d'où en remplaçant dans (EE) : $\ddot{v}+\frac{B^2a^2}{m\,L}v=0$. On pose $\omega_0^2=\frac{B^2a^2}{m\,L}$, on obtient : $\boxed{\ddot{v}+\omega_0^2 v=0}$. La solution est du type : $v(t)=A\cos\omega_0 t+B\sin\omega_0 t$. On suppose qu'à t=0, *v* = 0 d'où A = 0. On a également i = 0. D'après l'équation mécanique, on en déduit que $\left(\frac{dv}{dt}\right)_0=g=B\,\omega_0$ d'où $\boxed{v(t)=\frac{g}{\omega_0}\sin\omega_0 t}$. Par intégration en considérant *x*(0) = 0, on obtient : $\boxed{x(t)=\frac{g}{\omega_0^2}(1-\cos\omega_0 t)}$

2) <u>Le dipôle D est un condensateur</u>

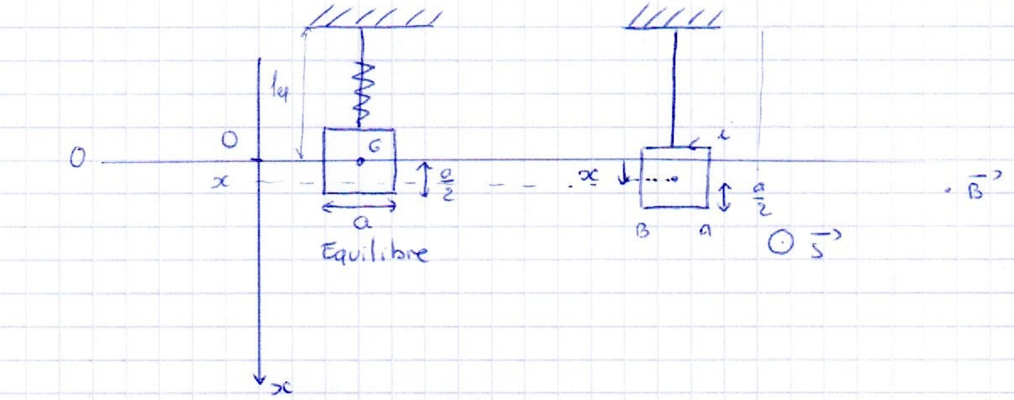
$i=C\frac{d\,e_{ind}}{dt}=-B\,a\,C\frac{dv}{dt}$ (EE). Pour avoir l'équation du mouvement, on remplace *i* dans l'équation mécanique.

D'où : $-B^2a^2C\frac{dv}{dt}+m\,g=m\frac{dv}{dt}$ d'où $\boxed{\ddot{x}=\frac{m\,g}{B^2a^2C+m}}$. A t= x = 0 et v = 0, on en déduit :

$\boxed{x(t)=\frac{1}{2}\frac{m\,g}{B^2a^2C+m}t^2}$.

2. **Cadre suspendu par un ressort** *(D'après Oral Mines-Pont 2018)* ☺☺☺

Oscillation



$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\,x\,a\left(x+\frac{a}{2}\right)$

$e = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B\,a\,\dot{x}$

Equation électrique $e = Ri = -Ba\dot{x}$

BDF :

$\vec{P} = m\vec{g} = mg\,\vec{u_x}$

$\vec{F_e} = -k\,(l-l_0)\vec{u_x} = -k\left(l - l_{eq} + l_{eq} - l_0\right)$ $l_{eq} = l_0 + \frac{m}{}$

$= -k\left(x + \frac{mg}{k}\right)$

$\vec{F_l} = i\,\vec{BA}\wedge\vec{B}$

$= i\,a\,\vec{u_y}\wedge B\vec{u_z} = i\,aB\,\vec{u_x} = -Ba\dot{x}\times aB\,\vec{u_x}$

$\vec{F_l} = -B^2a^2\dot{x}\,\vec{u_x}$ (s'oppose bien au mvt.)

2ème loi de Newton : $m\ddot{x}\,\vec{u_x} = \vec{F_e} + \vec{P} + \vec{F_l}$

$\Rightarrow m\ddot{x} = mg - k\left(x+\frac{mg}{k}\right) - B^2a^2\dot{x}$

$= -kx - B^2a^2\dot{x}$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x + \frac{B^2a^2}{m}\dot{x} = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{B^2a^2}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x =$

$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{B^2a^2}{m}$

$\Leftrightarrow Q = \frac{\omega_0}{B^2a^2}m = \frac{m}{a^2B^2}\sqrt{\frac{k}{m}}$ $Q > \frac{1}{2}$ $Q = \frac{1}{2}$ ou $Q < \frac{1}{2}$

3. Amortissement électromagnétique *(Concours ATS 2013)* ☺☺

1. On néglige les forces de frottement donc le système est conservatif. On applique la conservation de l'énergie mécanique entre l'instant initial où la luge franchit la ligne d'arrivée et l'instant final où elle s'arrête :

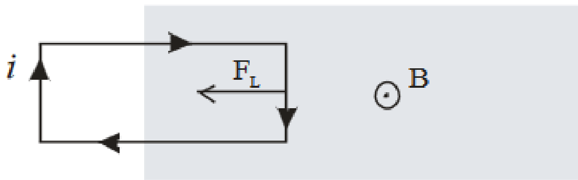
$E_m(t_i)=E_c(t_i)=\frac{1}{2}m v_a^2$ (on pose l'origine des énergies potentielles nulle à l'arrivée) . $E_m(t_f)=E_p(t_f)=m g h$ D'où

$\frac{1}{2}m v_a^2=mgh=mgL\sin\alpha$ d'où : $\boxed{L=\frac{v_a^2}{2\,g\sin\alpha}}$. On exprime α grâce au schéma : $\boxed{\sin\alpha=\frac{10}{\sqrt{10100}}=\frac{1}{\sqrt{101}}}$

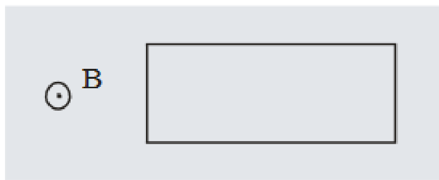
AN : $\boxed{L=\frac{900\times\sqrt{101}}{2\times10}=452\,m}$. cette méthode nécessite une piste trop longue !

2. Loi de Lenz : Le courant induit s'oppose par ses effets aux causes qui lui ont donné naissance.

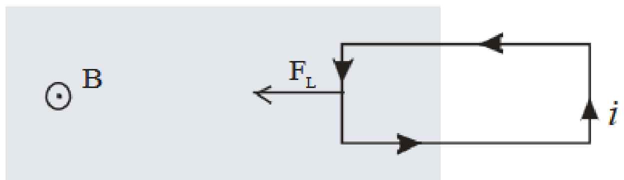
Phase1 : le cadre entre dans la zone de champs, le flux magnétique varie, un courant induit apparaît ainsi qu'une force s'opposant au mouvement. La luge ralentit.



Phase 2 : le cadre est entièrement dans la zone magnétique le flux magnétique à travers le cadre est constante. La luge a un mouvement rectiligne uniforme.



Phase 3 : le cadre sort de la zone magnétique, le flux magnétique varie de nouveau. un courant induit apparaît ainsi qu'une force s'opposant au mouvement. La luge ralentit.



3. Un champ magnétique de 1T est intense.

Un champ magnétique uniforme sur une telle surface (50cmx100cm) est comparable aux machines médicales IRM et nécessite pour 1T un aimant supraconducteur à refroidissement à hélium liquide! Evidemment, on comprend que l'hypothèse d'un champ uniforme n'est là que pour simplifier le calcul et permettre de comprendre les

phénomènes mis en jeu, d'où la difficulté pour proposer un dispositif réaliste.

4. On oriente la surface dans le sens des z croissants. $\boxed{S=l\,x}$ Et $\boxed{\Phi=\vec{S}.\vec{B}=l\,x\,B}$

5. D'après la loi de faraday, $\boxed{e=\frac{-d\,\Phi}{dt}=-B\,l\,v}$.

6. D'après la loi de Pouillet : $\boxed{i=\frac{e}{R_c}=-B\,l\,\frac{v}{R_c}}$

7. $\boxed{d\,\vec{F}_L=i\,d\vec{l}\wedge\vec{B}}$

8. Schéma du bilan des forces de Laplace s'exerçant sur le cadre :

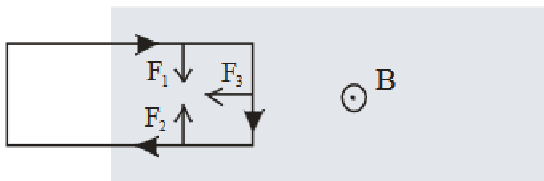


Schéma avec sens réel du courant

$\boxed{\vec{F}_1+\vec{F}_2=\vec{0}}$. $\boxed{\vec{F}_3=\vec{F}_L=i\,\vec{l}\wedge\vec{B}=-i\,l\,B\,\vec{u}_x}$ d'où $\boxed{\vec{F}_L=\frac{-v\,l^2\,B^2}{R_c}\vec{u}_x}$. la force de Laplace est bien opposée au mouvement.

9. Sur l'axe Ox s'exerce uniquement la force de Laplace, par application de la 2ème loi de Newton, on obtient : $\boxed{m\frac{dv}{dt}+\frac{v\,l^2B^2}{R_c}=0}$.

10. L'équation du mouvement sous sa forme canonique s'écrit : $\boxed{\frac{dv}{dt}+\frac{v}{\tau}=0}$. par identification : $\boxed{\tau=\frac{m\,R_c}{l^2B^2}}$. AN : $\boxed{\tau=\frac{100\times10^{-3}}{0{,}5^2\times1^2}=0{,}4\,s}$.

11. Par intégration en considérant à $t=0, x=0$, on obtient : $\boxed{x(t)=\tau v_a(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}$.

12. $x(\infty)=\tau v_a=0{,}4\times30=12\,m>L$. Le cadre pénètre totalement dans la zone magnétique.

On a $x(T)=L=\tau v_a(1-e^{-\frac{T}{\tau}})$ d'où $\boxed{T=-\tau\ln(1-\frac{L}{\tau v_a})}$. AN : $\boxed{T=-0{,}4\ln(1-\frac{1}{12})=35\,ms}$.

13. $\boxed{v(T)=v_a e^{-\frac{T}{\tau}}=v_a(1-\frac{L}{\tau v_a})=v_a-\frac{L}{\tau}}$. On en déduit : $\boxed{\Delta v=v_a-v(T)=\frac{L}{\tau}=\frac{1}{0{,}4}=2{,}5\,m.s^{-1}}$.

14. Une fois dans la zone où règne le champ magnétique, la luge a un mouvement rectiligne uniforme sa vitesse est $\boxed{v(T)=27{,}5\,m.s^{-1}}$. **La longueur idéale pour la zone de champ est L .**

15. Quand le cadre sort de la zone, il est freiné de la même façon qu'il est accéléré en rentrant dans la zone et subit une nouvelle variation de vitesse $\boxed{\Delta v=\frac{L}{\tau}=2{,}5\,m.s^{-1}}$.

16. A chaque zone constituée de 1m de champ et 1m sans champ, la luge perd 5m.s^{-1}. **Il faut 5 zones soit 10m de pistes.**

17. Autre freinage par induction : **freinage des TGV.**