Corrigé :

1. *Définition :*

   On dit qu'une série de fonctions $\sum_n f_n$ converge normalement sur I si :

   $\forall t \in I, \sum_n \|f_n\|_\infty^I$ converge

2. *Proposition :*

   Nature d'une série géométrique, et valeur de la somme en cas de convergence :

   $\sum_{n\geq 0} c^n$ CV ssi $|c| < 1$ auquel cas, $\sum_{n=0}^{+\infty} c^c = \dfrac{1}{1-c}$

3. *Terminologie :*

   Soient F et G sous-espaces vectoriels d'un $\mathbb{R}$-espace vectoriel E.
   La notation $E = F \oplus G$ signifie que :
   $\forall x \in E,\ \exists!(f,g) \in F \times G, x = f + g$

4. *Proposition :*

   Soient F et G sous-espaces vectoriels d'un $\mathbb{R}$-espace vectoriel E. Le propositions suivantes sont équivalentes :

   i) $E = F \oplus G$

   ii) $F \cap G = \{0_E\}$ et $E = F + G$

5. *Proposition :*

   Développement par rapport à la $i$ème ligne d'une matrice $A \in \mathfrak{M}_n(\mathbb{R})$:
   $\det A =$

   $$\sum_{\ell=1}^{n} (-1)^{i+\ell} a_{i\ell} \det(A_{i\ell})$$

6. *Proposition :*

   Formule de Stirling : $n! \sim \sqrt{2n\pi}\,(n/e)^n$

7. *Définition :*

   On appelle valeur propre de $A \in \mathfrak{M}_n(\mathbb{R})$: tout scalaire λ tel qu'il existe $V \in \mathfrak{M}_{n,1}(\mathbb{R})$ non nul tel que $AV = \lambda V$

8. *Définition :*

   On appelle trace de $A \in \mathfrak{M}_n(\mathbb{R})$:
   $\mathrm{Tr}(A) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} a_{ii}$

9. *Définition :*

   On dit que l'intégrale généralisée de $f \in \mathcal{C}([0,+\infty[\mathbb{R})$ converge si :
   $\displaystyle\lim_{B \to +\infty} \int_0^B f(t)\,\mathrm{d}t$ existe et est finie.

10. *Définition :*

    On dit que $f \in \mathcal{C}([0,+\infty[\mathbb{R})$ est intégrable sur $[0,+\infty[$ si :
    $\displaystyle\int_0^{+\infty} |f(t)|\,\mathrm{d}t$ converge

11. *Proposition :*

    Nature d'une intégrale de Riemann sur $[1,+\infty[$:
    $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\gamma}\mathrm{d}t$ CV ssi $\gamma > 1$ auquel cas elle vaut $\dfrac{1}{\gamma - 1}$

12. *Proposition :*

    Série exponentielle : nature et notation de la somme : Pour tout $x \in \mathbb{C}$, $\sum x^n/n!$ CV et sa somme vaut $\exp(x) = \mathrm{e}^x$.

13. *Théorème de convergence dominée :* Si :

(a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, f_n est c.p.m. sur I
(b) (f_n) CVS sur I vers f
(c) il existe φ c.p.m. positive intégrable sur I telle que :
$\forall n \in \mathbb{N},\ \forall t \in I, |f_n(t)| \leq \varphi(t)$

Alors les f_n et f sont intégrables sur I, et $(\displaystyle\int_I f_n)$ CV vers $\displaystyle\int_I f$

14. *Théorème de dérivation terme à terme :*

15. *Théorème de continuité de la somme :*

Si :

(a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, f_n est continue sur I
(b) $\sum f_n$ CVU sur I vers S

Alors S est continue sur I

16. *Proposition :*

    Formule du binôme de Newton : $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{k}{n} a^k b^{n-k}$, $\forall a, b \in \mathbb{C}$

17. *Proposition :*

    Formule de Taylor avec reste intégral : Pour f de classe C^{k+1}
    $f(x) = \sum_{j=0}^{k} f^{(j)}(a) \frac{(x-a)^j}{j!} + \int_a^x f^{(k+1)}(s) \frac{(x-s)^k}{k!} ds$

18. *Proposition :*

    Développement limité d'ordre 3 de $x \longmapsto \ln(1+x)$ en 0 : $\ln(1+x) = x - x^2/2 + x^3/3 + o(x^3)$

19. *Définition :*

    Deux évènements A et B sont dit **indépendants** si :
    $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

20. *Définition :*

    Une variable aléatoire suit une loi géométrique si :
    son image est $X(\Omega) = \mathbb{N}^*$, $P(X=k) = (1-p)^{k-1}p$, $\forall k \in \mathbb{N}^*$, et X représente l'instant du premier succès lors de la répétition d'épreuves indépendantes de Bernoulli $b(p)$.