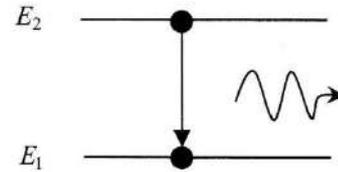


Document 1 : Interactions photon - matière (résumé)

1. Emission spontanée

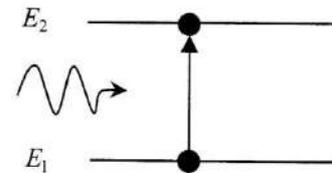
Un atome excité au niveau E_2 possède une durée de vie τ , il va revenir naturellement, c'est-à-dire sans action extérieure (spontanément), au niveau E_1 en libérant un photon d'énergie $(E_2 - E_1)$ donc de fréquence $\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$. La diminution de la population N_2 pendant

une durée dt est proportionnelle au nombre N_2 d'atomes excités et à A_{21} la probabilité d'émission spontanée par unité de temps en s^{-1} , soit : $dN_2 = -A_{21}N_2 dt$. A_{21} est le **coefficient d'Einstein pour l'émission spontanée** et correspond à l'inverse de la durée de vie de l'état excité : $A_{21} = \frac{1}{\tau}$, τ de l'ordre de la nanoseconde. Le photon émis spontanément n'a pas de direction privilégiée.



2. Absorption

L'onde lumineuse rencontre un atome et lui cède l'énergie nécessaire pour qu'il passe du niveau E_1 au niveau excité E_2 : c'est le processus inverse de l'émission spontanée. La population N_1 diminue (N_2 augmente) proportionnellement à la durée d'exposition, à la quantité d'atomes dans l'état E_1 ainsi qu'à la densité spectrale d'énergie par unité de volume soit : $dN_{1a} = -B_{12}N_1 u_\nu dt = -dN_{2a}$. B_{12} est le **coefficient d'Einstein pour l'absorption**.



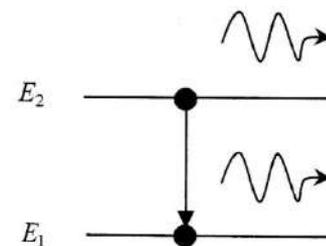
3. Emission stimulée

Un photon d'énergie $E_2 - E_1$ qui interagit avec un atome excité au niveau E_2 induit la désexcitation de l'atome qui émet un nouveau photon de caractéristiques équivalentes au photon incident, ce sont deux photons indiscernables : direction, polarisation, fréquence et phase sont rigoureusement identiques. Ce processus d'émission cohérente renforce le faisceau lumineux incident.

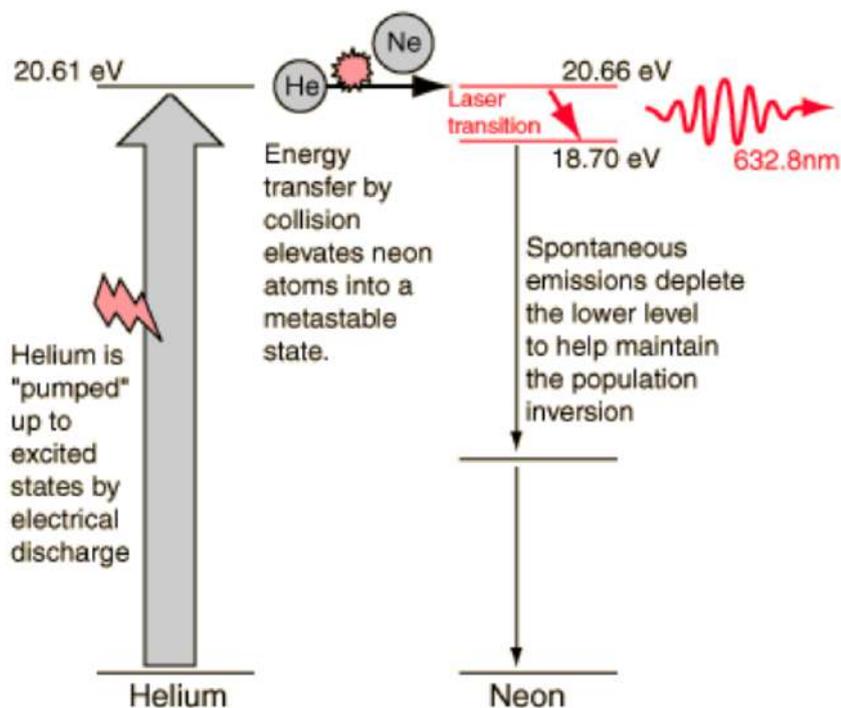
Ce processus est comparable à celui de l'absorption d'où $dN_{1st} = B_{21}N_2 u_\nu dt = -dN_{2st}$.

B_{21} est le **coefficient d'Einstein pour l'émission stimulée**.

On montre que $B_{12} = B_{21}$, que l'on notera donc B .



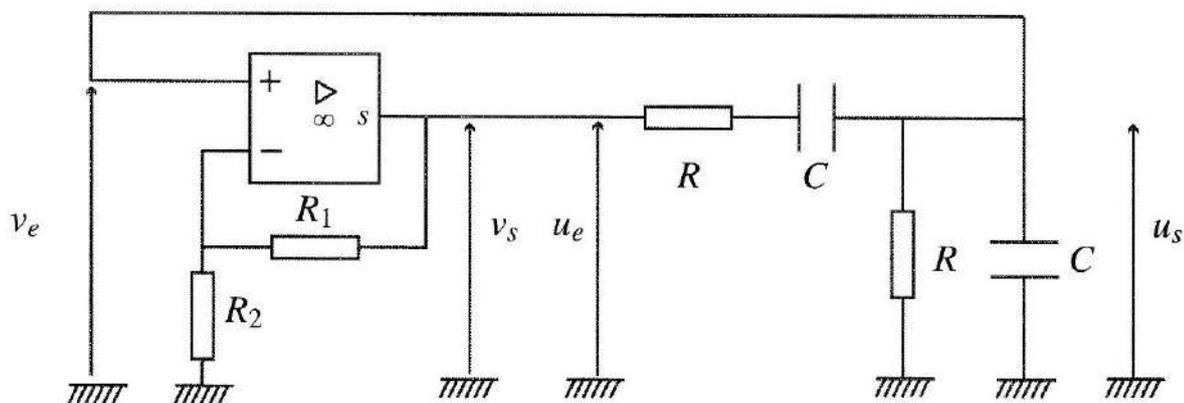
Document 2 : Principe de fonctionnement d'un laser hélium-néon



Document 3 : Schéma d'un oscillateur à pont de Wien

(Relire le TP effectué cette année)

Dans le montage suivant, entourer la partie correspondant à l'étage d'amplification, et la partie correspondant au filtre de Wien.



Document 4 : Analogie entre oscillateurs électronique et optique

	Électronique	Optique
Signal	Tension électrique	Champ électrique de l'onde lumineuse
Amplificateur	Montage non-inverseur avec un AO	Émission stimulée
Source extérieure	Énergie électrique pour alimenter l'AOP (non représentée sur le schéma), habituellement une alimentation symétrique (-15V,+15V)	Énergie (électrique, optique ou chimique) nécessaire pour assurer le pompage
Filtre	Pont de Wien : sélectionne une fréquence telle que $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$	Cavité résonante : sélectionne un ensemble de fréquences discrètes $\nu_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = p \frac{c}{2L}$ avec p entier
Non-linéarité	La saturation de l'AOP stabilise les oscillations	L'inversion de population $N_2 > N_1$ ne peut pas être maintenue si le faisceau devient trop intense (dépeuplement du niveau excité)

Document 5 : Propriétés optiques d'un faisceau laser

Répondre aux questions qui suivent à s'aidant de la correction si besoin.

8. Estimer la divergence angulaire d'un faisceau laser, liée à la diffraction, par l'ouverture de celui-ci ; commentaires.
9. Pourquoi le modèle « onde plane » si souvent utilisé au chapitre 4 n'est-il pas pertinent ici ?

10. Faisceau gaussien

On désigne par Oz l'axe de révolution du faisceau laser et par $M(r, \theta, z)$ un point de l'espace repéré par ses coordonnées cylindriques d'axe Oz . La résolution des équations de propagation (avec invariance par rotation autour de l'axe) conduit alors à associer au faisceau en sortie du laser une intensité lumineuse $I(r, z)$ donnée par :

$$I(r, z) = I_0 \frac{w_0^2}{w^2(z)} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \quad \text{où} \quad w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}} \quad \text{avec} \quad z_0 = \pi \frac{w_0^2}{\lambda}$$

Les applications numériques concernent un laser He-Ne de TP : $w_0 \approx 1 \text{ mm}$ et $\lambda = 632,8 \text{ nm}$.

- Tracer deux courbes $I(r,0)$ et $I(r,z)$ fonctions de r pour deux valeurs $z=0$ et $z > z_0$ fixées de z ; quelle signification peut-on attribuer à w_0 ? à $w(z)$?
- Tracer la courbe $w(z)$ pour $z \geq 0$ en distinguant les zones $z < z_0$ et $z > z_0$; décrire la nature du faisceau dans chacune des deux zones.
- Qu'appelle-t-on longueur de Rayleigh L_R ? L'exprimer d'abord en fonction de z_0 , puis en fonction de w_0 et λ . Application numérique et commentaire.
- Exprimer l'angle θ d'ouverture du faisceau conique de centre O ; commenter son expression. Application numérique.

11. Focalisation d'un faisceau laser

On utilise une lentille convergente L_1 de distance focale f_1' dans le but de focaliser le faisceau laser.

- Quelle inégalité sur la distance entre le laser et la lentille convient-il de respecter ? À quel résultat simple conduit alors l'optique géométrique ? Quelle intensité lumineuse prévoit dans ce cas l'électromagnétisme au point de convergence ?
- Montrer que dans le cadre de la modélisation du faisceau décrite à la question précédente, il est possible de prévoir, à l'aide du principe du retour inverse de la lumière, non pas un point dans le plan focal mais une tache (de section évolutive en fonction de z et minimale dans le plan focal). Estimer son rayon w_0' en choisissant les caractéristiques d'une lentille adaptée. Quelle est la nouvelle longueur de Rayleigh L_R' ?
- Pour un laser He-Ne de TP de puissance $\mathcal{P} = 1 \text{ mW}$, calculer l'intensité I_0 du faisceau avant la lentille puis celle I_0' dans le plan focal ; commentaire.

12. Utilisation d'un élargisseur de faisceau

Comment, en optique géométrique, faut-il opérer avec deux lentilles convergentes, la première, L_1 , de distance focale f_1' et la deuxième lentille, L_2 de distance focale f_2' , pour obtenir un faisceau cylindrique large à partir d'un faisceau cylindrique fin ? Préciser les deux conditions.

Appliquer ce principe au faisceau laser en reprenant la situation de la question précédente (*waist* w_0' et angle θ' pour le faisceau entre les deux lentilles) ; en déduire, en fonction de f_2' , les nouvelles grandeurs au-delà de L_2 , à savoir le *waist* w_0'' , la longueur de Rayleigh L_R'' et la divergence angulaire θ'' . Conclusion.

CORRECTION

8. À l'endroit le plus étroit (appelé le col ou *waist*) le diamètre du faisceau laser vaut $d \approx 2 \text{ mm}$; avec une longueur d'onde $\lambda \approx 0,6 \mu\text{m}$, l'auto-diffraction se fait dans un cône de demi-angle au sommet $\theta = 1,22 \frac{\lambda}{d}$ soit $\theta = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \approx 1,3'$

Rappel : la conversion des minutes d'arc (symbole : 1 minute = 1') en radians (pour le goniomètre, ou l'inverse comme ici) s'opère comme suit :

Sachant qu'il y a 60' dans un 1° et 180° dans $\pi \text{ rad}$, il vient :

$$1' = \frac{\pi}{180 \times 60} = 2,9 \cdot 10^{-4} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Cette valeur peut sembler très faible, mais en l'état, l'impact sur la Lune, à 380 000 km, serait une tache circulaire d'environ 300 km de diamètre...

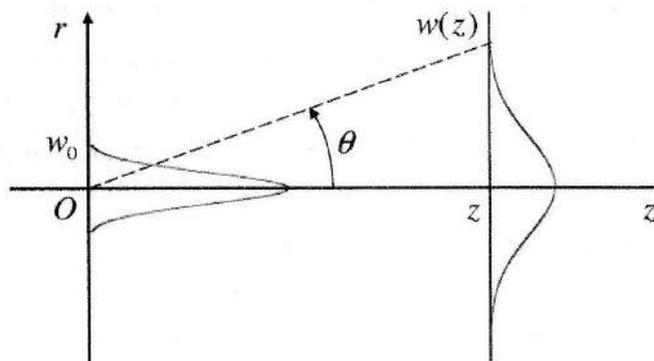
9. Cette question a déjà été examinée à la question 55. du chapitre 4 ; s'y reporter.
 Une amplitude E_0 indépendante de r (et de z) pour une OPPM se propageant suivant Oz donnerait à l'onde une étendue spatiale infinie perpendiculairement à la direction de propagation. Or pour un faisceau laser l'étendue transversale se limite d'abord à quelques millimètres puis s'étend à cause de la diffraction vue à la question précédente ; l'onde se propageant suivant Oz est inhomogène et spatialement limitée, plus complexe qu'une OPPM et doit s'écrire avec une intensité lumineuse $I(r, z)$.

10. Faisceau gaussien

- Les courbes de distribution d'intensité en fonction de r à z fixé sont des gaussiennes (courbes symétriques avec maximum au centre du type e^{-x^2}) :

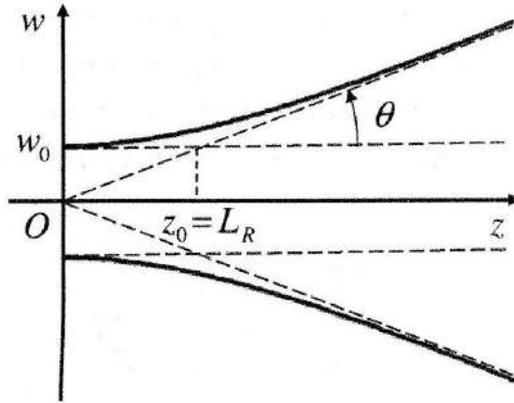
pour $z = 0$, $w(0) = w_0$ et $I(r, 0) = I_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right)$; l'intensité au centre I_0 est maximale et la largeur w_0 de la courbe y est minimale (en $z = 0$),

pour $z > z_0$, $w(z) > w_0$ et $I(r, z) = \alpha(z) I_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right)$ où $\alpha(z) < 1$; l'intensité au centre $\alpha(z) I_0 < I_0$ a diminué et la largeur $w(z) > w_0$ de la courbe a augmenté.
 Donc plus on s'éloigne de O , plus le profil d'intensité s'aplatit en s'élargissant.



- pour $z < z_0$, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}} \approx w_0$ varie peu et le faisceau peut être considéré comme cylindrique de rayon w_0 ; sur cette partie, l'onde a les caractéristiques d'une onde plane ; $z = 0$ où $w = w_0$ est appelé le col (ou *waist* en anglais),

pour $z > z_0$, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}} \approx w_0 \frac{z}{z_0} = (\tan \theta) z$, le rayon augmente linéairement avec z et le faisceau peut être considéré comme conique de centre O ; dans ce cas l'onde a les caractéristiques d'une onde sphérique.



• Dans la zone conique, le demi-angle au sommet θ est donné par :

$$\tan \theta = \frac{w_0}{z_0} \quad \text{soit avec} \quad z_0 = \pi \frac{w_0^2}{\lambda} : \quad \boxed{\theta \approx \frac{\lambda}{\pi w_0}} \quad (1)$$

À un coefficient numérique près, on retrouve l'angle $1,22 \frac{\lambda}{2w_0}$ de diffraction calculé à la question 8. : cette auto-diffraction du faisceau est engendrée par ses propres bords au niveau du col ou de la gorge (zone cylindrique). On peut remarquer également qu'il s'agit d'une propriété intrinsèque de la propagation liée au caractère confiné du faisceau.

AN : $\theta = 2.10^{-4} \text{ rad} \approx 0,7'$ (retenir $\theta \approx 1'$ comme ordre de grandeur)

- La longueur de Rayleigh L_R désigne la distance mesurée à partir de $z = 0$ et qui tient lieu de « limite » entre le modèle du faisceau cylindrique et le modèle du faisceau conique (en fait la courbe $w(z)$ est une hyperbole et L_R est l'abscisse pour laquelle le rayon d'un faisceau rigoureusement conique vaudrait w_0).

D'après ce qui précède :

$$\boxed{L_R = z_0 = \pi \frac{w_0^2}{\lambda}}$$

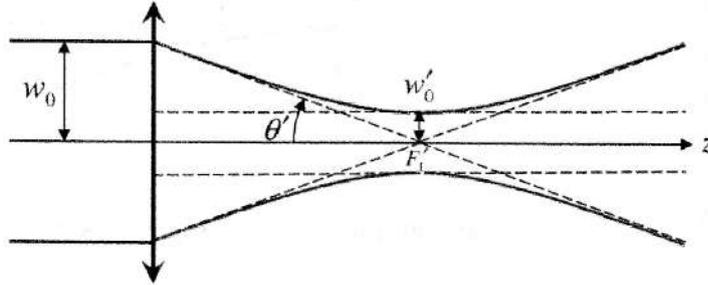
AN : $L_R = z_0 \approx 5 \text{ m}$

En TP où la distance caractéristique d'utilisation est de l'ordre du mètre, on peut affirmer que le laser délivre un faisceau quasi cylindrique.

On peut également interpréter la longueur de Rayleigh comme la distance à partir de laquelle la diffraction du faisceau intervient notablement pour élargir son rayon.

11. Focalisation d'un faisceau laser

- Il convient bien sûr de placer la lentille de telle sorte que son axe optique coïncide avec celui du faisceau incident, et à une distance du laser bien inférieure à la longueur de Rayleigh L_R , ce qui n'est guère contraignant puisque $L_R \approx 5$ m (il est en effet plus aisé de faire converger un faisceau cylindrique parallèle qu'un faisceau conique divergent). Dans le cadre de l'optique géométrique, le faisceau cylindrique incident est simplement transformé en faisceau conique convergent, le point de focalisation étant le foyer image F'_1 de la lentille. Toute la puissance du faisceau ($\mathcal{P} = 1$ mW) est alors concentrée en « un point », ce qui conduirait à une intensité lumineuse (puissance par unité de surface) infinie en F'_1 !
- Dans l'espace image, les axes inclinés en pointillé sont initialement ceux du faisceau conique prévu par l'optique géométrique et convergent en F'_1 :



$$\tan \theta' \approx \theta' = \frac{w_0}{f'_1} \quad (2)$$

L'observation montre l'existence d'une minuscule tache dans le plan focal ; il est possible de l'interpréter en invoquant le principe du retour inverse de la lumière et en assimilant finalement les axes inclinés en pointillé dans l'espace image aux asymptotes de l'enveloppe hyperbolique du faisceau décrit à la question précédente ; alors le faisceau au lieu de converger en F'_1 y admet un rayon minimal w'_0 donné par la relation (1) de la question précédente :

$$\theta' \approx \frac{\lambda}{\pi w'_0}, \text{ ce qui avec (2) conduit à : } \boxed{w'_0 = \frac{\lambda f'_1}{\pi w_0}}$$

λ et w_0 étant imposés, le rayon w'_0 est d'autant plus faible que la distance focale est petite. Des lentilles de faible distance focale ont aussi un rayon R faible. En pratique il faut $R > w_0 \approx 1$ mm pour que la lentille intercepte tout le faisceau incident, en proposant $R \approx f'_1 \approx 3w_0$ (une petite lentille de courte focale), il vient :

$$\boxed{w'_0 \approx \lambda}$$

La taille de la tache de focalisation est de l'ordre de la longueur d'onde.

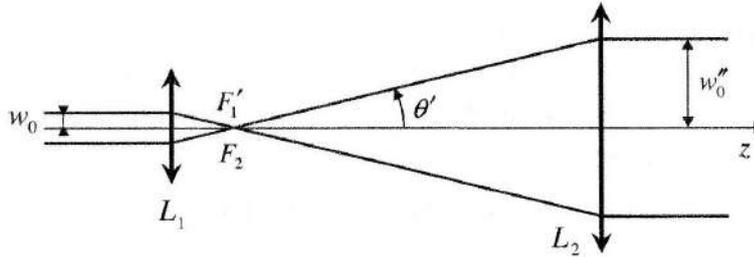
Dans ce cas la nouvelle longueur de Rayleigh est $L'_R = \pi \frac{w_0^2}{\lambda} \approx \pi \lambda \approx 2 \mu\text{m}$; on vérifie comme sur la figure que $L'_R < f'_1 \approx 3$ mm .

- L'intensité incidente est $I_0 \approx \frac{\mathcal{P}}{\pi w_0^2} = 320 \text{ W.m}^{-2}$, puis $I'_0 \approx \frac{\mathcal{P}}{\pi w_0'^2} = 8.10^8 \text{ W.m}^{-2}$

sur la tache du plan focal. Cette « condensation » de l'énergie pose problème avec des lasers de puissance, l'air s'ionise sous l'action du fort champ électrique de l'onde ce qui conduit à des étincelles...

12. Utilisation d'un élargisseur de faisceau

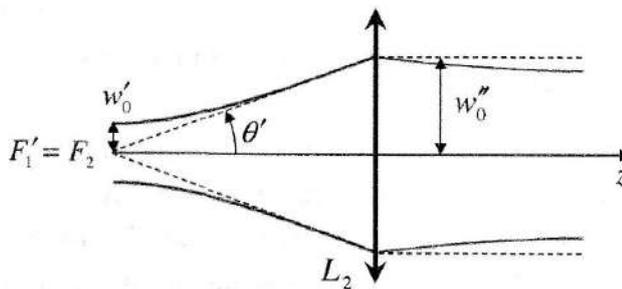
Le principe avec deux lentilles convergentes est simple : il faut faire coïncider le foyer image F'_1 de la première lentille (distance focale f'_1) avec le foyer objet F_2 de la deuxième lentille (distance focale f'_2) et prendre $f'_2 > f'_1$ voire $f'_2 \gg f'_1$:



On a simplement $\frac{w_0}{f'_1} = \frac{w_0''}{f'_2}$ soit $\frac{w_0''}{w_0} = \frac{f'_2}{f'_1} > 1$ voire $\gg 1$.

Comme à la question précédente, entre les deux lentilles, $L'_R < f'_1$ et donc $L'_R < f'_2$, le 2^{ème} lentille, encore plus que la 1^{ère}, est située au-delà de la longueur de Rayleigh, dans la zone où le faisceau est conique.

Sur la figure ci-dessous qui reprend la précédente à partir de $F'_1 = F_2$, l'optique géométrique est représentée en pointillé.



Reprenons les applications numériques de la question précédente :

$$f'_1 \approx 3w_0 \approx 3 \text{ mm} ; w'_0 \approx \lambda \approx 0,63 \mu\text{m} ; \theta' \approx \frac{\lambda}{\pi w'_0} \approx 0,3 \text{ rad} \approx 17^\circ ; L'_R \approx 2 \mu\text{m}$$

Après L_2 le faisceau converge d'abord légèrement puis diverge avec un *waist* très grand pratiquement égal au rayon du faisceau cylindrique.

La figure donne (optique géométrique) : $w_0'' \approx f'_2 \theta' \approx 0,3 f'_2$ (ou encore $w_0'' = \frac{w_0}{f'_1} f'_2$).

Il s'agit là du rayon minimal du faisceau émergent, qui d'après l'étude du faisceau laser présente au-delà de sa longueur de Rayleigh L''_R une divergence angulaire :

$$\theta'' \approx \frac{\lambda}{\pi w_0''} \approx \frac{\lambda}{f'_2} \quad \text{avec} \quad L''_R = \pi \frac{w_0''^2}{\lambda} \approx 0,3 \frac{f_2'^2}{\lambda}$$

λ étant connue, tout repose donc sur le choix de f'_2 en fonction de l'application souhaitée (voir la question 21. à ce sujet).