Exercice 1 : Oscillateur à pont de Wien
Refaire les questions de la partie I du TP « Oscillateur à pont de Wien ».

Exercice 2 : Don't waist my time
À 500 m d'un laser hélium néon le faisceau émis donne une tache de 10 cm. Quel est le rayon du faisceau dans le plan du waist (on suppose que ce plan est situé au niveau du laser) ?

Exercice 3 : Estimation du rayon à 5% et à 1% d'une tache gaussienne
Dans la partie cylindrique d'un faisceau gaussien, l'intensité lumineuse est :

$$I(r,z) \simeq I_0 e^{-2\left(\frac{r}{a}\right)^2}.$$

Déterminer le rayon r_5 à 5% de la tache lumineuse, c'est-à-dire la valeur de r pour laquelle I $(r) = \frac{I_0}{20}$.
Déterminer le rayon r_1 à 1% de la tache lumineuse, c'est-à-dire la valeur de r pour laquelle $I(r) = \frac{I_0}{100}$.
Commenter les résultats.

Exercice 4 : Bilan pour un laser à trois niveaux
Dans un laser à 3 niveaux, une famille d'atomes possède 3 niveaux d'énergie $E_1 < E_2 < E_3$; une pompe excite les atomes du niveau 1 au niveau 3 avec un taux W exprimé en nombre d'excitations par atome excitable et par seconde. Les atomes au niveau E_3 se désexcitent spontanément vers le niveau E_2, avec un taux M exprimé en nombre de désexcitations par atome excité et par seconde. La population de photons d'énergie $\hbar\omega_{23} = (E_3 - E_2)$ et $\hbar\omega_{13} = (E_3 - E_1)$ est trop faible et trop instable pour envisager des absorptions ou des émissions stimulée entre le niveau E_3 et les autres. Entre les niveaux E_1 et E_2, les coefficients d'Einstein sont les mêmes que pour un système à deux niveaux.
Établir le système d'équations différentielles entre $N_1(t)$, $N_2(t)$ et $\mathrm{N}_3(t)$

Exercice 5 : Amplification et saturation
Dans un système atomique à deux niveaux d'énergie, on note n le nombre total d'atomes par unité de volume, n_1 celui au niveau d'énergie E_1, n_2 celui au niveau d'énergie $E_2 > E_1$. Si on peut négliger l'émission spontanée devant l'émission stimulée, on montre que la norme du vecteur de Poynting vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{d\Pi(z)}{dz} = \frac{\hbar \mathrm{B}}{c}\,(n_2 - n_1)\,\Pi(z,t)$$

où z est l'ascisse le long de l'axe longitudinal du laser, et B le coefficient d'Einstein pour l'absorption / l'émission stimulée.

1. Donner l'expression de $\Pi(z)$ et justifier la nécessité d'inversion de population.
2. On définit le gain relatif par unité de longueur par la relation :

$$\gamma = \frac{1}{\Pi}\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}z}$$

   Donner son expression grâce à l'équation différentielle, puis sa valeur maximale $\gamma_{\max}$.
3. Si on note a la longueur de la cavité laser, exprimer le nombre N d'allers-retours sont nécessaires pour atteindre ce gain maximal.
4. Dans l'oscillateur à pont de Wien, la tension de sortie vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{d^2V_A}{dt^2} + [3 - (1+\beta)]\omega_0\frac{dV_A}{dt} + \omega_0^2 V_A = 0$$

   On prend $\beta = 2 + 2\varepsilon$ avec $\epsilon \ll 1$.

(a) Résoudre complètement l'équation différentielle avec

$$\mathrm{V_A}(0) = \mathrm{V_0} \text{ et } \frac{d\mathrm{V_A}}{dt}(0) = 0$$

(b) Donner l'expression de la pseudo-période de cet oscillateur.

(c) La tension de sortie $\mathrm{V}_s = (1+\beta)\mathrm{V_A}$ ne peut pas dépasser la tension de saturation $\mathrm{V_{SAT}} = 100\mathrm{V_0}$. En déduire la date à laquelle cette saturation est atteinte, et le nombre N d'oscillations amplifiées effectuées à cette date.

Exercice 6 : Modes laser : sélection et filtrage

La deux miroirs de la cavité d'un laser (dispositif de Fabry-Perot) opèrent une sélection de fréquences discrètes :

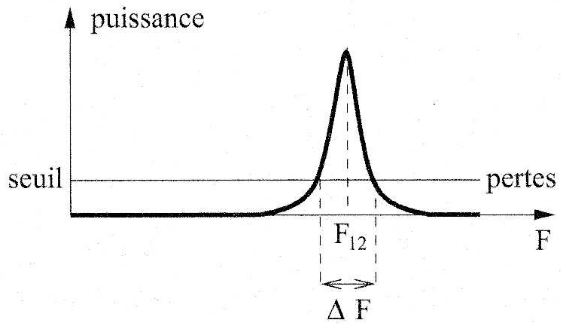
$$f_n = nf_1.$$

On considère dans cet exercice un laser est fabriqué à partir d'un système atomique à deux niveaux d'énergie :

$$E_1 \text{ et } E_2 > E_1.$$

1. Dans un cas idéal, donner l'expression de l'unique fréquence F_{12} que le laser parfaitement monochromatique peut émettre.
2. On peut déterminer les fréquences sélectionnées par la cavité Fabry-Perot de longueur a en considérant que ce sont les mêmes que celles des modes propres de vibration d'une corde fixée à ses deux extrémités de longueur a, avec une célérité c. En déduire f_1. On pose maintenant $\Delta f = f_{n+1} - f_n = f_1$, Δf est appelé *intervalle spectral*.
3. À quelle condition le laser parfaitement monochromatique ainsi réalisé peut-il fonctionner ?
4. On abandonne ce modèle idéal en prenant en compte les données suivantes :
   - Les fluctuations (thermiques, Doppler, quantiques) provoquent un élargissement spectral de la fréquence émise par émission stimulée, selon une loi gaussienne centrée sur F_{12}.
   - Les pertes (prise en compte de l'émission spontanée, fuites optiques, présence d'atomes parasites, ionisation, ...) définissent un seuil énergétique au dessous duquel le bilan énergétique absorption-émission conduit à une atténuation du signal.

   Voici les deux graphes fréquence-puissance superposés.



   Montrer graphiquement que la sélection fréquentielle opérée par la cavité de Fabry-Perot peut conduire à un laser polyfréquentiel (on dit multimode), monofréquentiel (on dit monomode), ou éventuellement non émissif. Donner la relation entre ΔF et Δf dans chaque cas.

5. Pour un laser hélium néon, la fréquence centrale d'émission a pour longueur d'onde dans le vide $\lambda_{12} = 632,8$ nm. On assimile la gaussienne à un profil rectangulaire de largeur $\Delta\mathrm{F} = 2,0$ GHz. La cavité laser a une largeur $a = 20$ cm. On donne $c = 3,00.10^8$ m.s^{-1}. Donner le nombre de modes à une unité près.

Exercice 7 : Choix d'une lentille à longueur de Rayleigh fixée
Un laser de longueur d'onde $\lambda = 632,8$ nm possède un waist $a = 3,0$ mm. On veut obtenir un faisceau de longueur de Rayleigh $\mathrm{L}_r = 6,0$ cm.

1. Quel est l'intérêt de modeler un faisceau laser de longueur de Rayleigh fixée ?
2. Déterminer la position et la distance focale de la lentille convergente adaptée à ce cahier des charges.

Problème : Un peu de physique du laser
Voir le sujet e3a PC 2016, parties F, G, H et I.