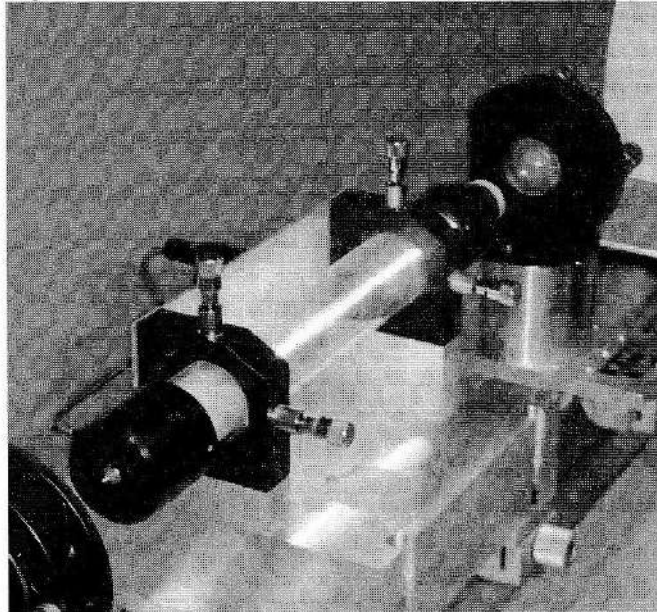


## Milieu amplificateur de lumière

L'interaction d'un rayonnement et d'un milieu matériel est à la base de l'effet laser. Les phénomènes d'absorption, d'émission spontanée et d'émission stimulée ont été modélisés simplement par Einstein pour rendre compte de l'émission du rayonnement électromagnétique du corps noir, caractérisée par la loi de Planck. On se propose de revenir sur les points importants de cette modélisation pour expliquer l'amplification d'un faisceau de lumière par émission stimulée (ou *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation – LASER*).

**Laser Hélium-Néon de laboratoire. La décharge visible dans le tube permet le pompage du milieu amplificateur et l'inversion de population à la base de l'effet laser**



Auteur : David Monniaux (licence CC)

On considère un milieu constitué d'atomes à deux niveaux, d'énergies  $E_1$  (niveau fondamental) et  $E_2$  (niveau excité). On note  $N_1$  et  $N_2$  les populations d'atomes respectives des niveaux 1 et 2. Dans un milieu à l'équilibre thermodynamique à la température  $T$ , le

rapport des populations des niveaux 2 et 1 est donné par la distribution statistique de Maxwell-Boltzmann :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}}$$

où  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$  est la constante de Boltzmann.

En ce qui concerne les processus radiatifs d'interaction lumière-matière, lorsqu'un atome passe du niveau 1 au niveau 2 il doit *absorber* un photon d'énergie  $E = h\nu = E_2 - E_1$  et pour passer du niveau 2 au niveau 1 il doit *émettre* un photon de même énergie. La relation  $h\nu = E_2 - E_1$  apparaît comme une condition de résonance et de conservation de l'énergie. La constante de Planck vaut  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$  et  $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

Soit  $dN_2$  la variation de population du niveau 2 pendant la durée  $dt$ .

Einstein propose en fait trois processus élémentaires d'interaction qui vont déterminer les populations des deux niveaux dans le milieu.

### L'absorption

Le nombre d'atomes absorbant un photon pendant  $dt$  est proportionnel à la population du niveau 1 et à la densité volumique de photons d'énergie  $h\nu$  dans le milieu, selon la relation :

$$dN_{2,abs} = +B \cdot N_1 \cdot u_\nu \cdot dt$$

### L'émission spontanée

Le nombre d'atomes se désexcitant spontanément en émettant un photon est simplement proportionnel à la population du niveau excité :

$$dN_{2,sp} = -A \cdot N_2 \cdot dt$$

### L'émission stimulée

Dans le processus d'émission stimulée, un photon de fréquence  $\nu$  va provoquer la désexcitation d'un atome du niveau 2, qui va alors émettre un photon de fréquence  $\nu$  à son tour. Le nombre d'atomes stimulés émettant un photon pendant  $dt$  est proportionnel à la population du niveau 2 et à la densité volumique de photons d'énergie  $h\nu$  dans le milieu :

$$dN_{2,st} = -B \cdot N_2 \cdot u_\nu \cdot dt$$

$A$  et  $B$  sont les *coefficients d'Einstein* et  $u_\nu$  est la densité volumique spectrale d'énergie due aux photons de fréquence  $\nu$ .

D'après la loi de Planck sur le rayonnement du corps noir, pour un milieu en équilibre à la température  $T$ , la densité volumique spectrale d'énergie s'écrit :

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

1) Evaluer le rapport des populations  $N_2/N_1$  pour une transition optique dans le visible dans un milieu à la température ambiante  $T = 293 \text{ K}$ . Commenter le résultat.

On considère un milieu dont on a initialement excité une partie des atomes, par une décharge électrique par exemple, et on souhaite étudier l'émission spontanée de lumière. On note  $N_2(0)$  la population initiale d'atomes dans le niveau 2 et on suppose que l'on peut négliger les phénomènes d'absorption et d'émission stimulée pendant la phase de désexcitation spontanée.

2) Etablir l'équation différentielle vérifiée par  $N_2(t)$ .

3) En déduire l'évolution  $N_2(t)$  de la population dans le niveau 2. Donner une interprétation physique du coefficient d'Einstein  $A$  et préciser son unité. Proposer une valeur numérique de  $A$  dans le cas d'une raie d'une lampe à vapeur atomique.

On suppose à présent le milieu en équilibre thermodynamique à la température  $T$ .

4) En écrivant l'équilibre des populations, déterminer une relation entre  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $A$ ,  $B$  et  $u_\nu$ .

5) En déduire l'expression de la densité volumique spectrale d'énergie  $u_\nu$  en fonction de  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $A$  et  $B$ .

6) En comparant le résultat précédent à la loi de Planck, déterminer l'expression du quotient  $A/B$ .

7) En déduire une valeur numérique pour  $B$ . Préciser l'unité de  $B$  et de  $u_\nu$ .

C'est en comparant ainsi son modèle à la loi de Planck qu'Einstein a prévu le phénomène d'émission stimulée !

Soit un faisceau de lumière de section  $S$  se propageant le long d'un axe  $Oz$  à la vitesse  $c$ . On appelle  $n$  le nombre de photons par unité de volume  $d\tau$  possédant une fréquence comprise entre  $\nu$  et  $\nu + \delta\nu$ .

8) Que représente la quantité  $u_\nu \delta\nu d\tau$  ? En déduire la relation entre  $u_\nu$  et  $n$ .

9) Déterminer le nombre de photons qui traversent une section  $S$  pendant  $dt$ . En déduire la puissance  $P$  du faisceau en fonction de  $n$  et des données.

10) Evaluer numériquement la densité volumique de photons  $n$  pour un faisceau de longueur d'onde 632 nm, de puissance 1 mW et de diamètre 1 mm.

Ce faisceau se propage en fait dans un milieu matériel et provoque sur son passage l'absorption et l'émission stimulée de photons d'énergie  $h\nu$ . Le niveau des populations  $N_1$  et  $N_2$  est maintenu constant par un système de pompage extérieur. On appelle  $n_1$  et  $n_2$  les densités volumiques de populations atomiques dans les niveaux 1 et 2.

11) Quelles différences y-a-t-il entre les photons émis de façon spontanée et les photons issus de l'émission stimulée ? En déduire que l'on peut négliger le rôle de l'émission spontanée dans la propagation du faisceau le long de  $Oz$ .

12) Exprimer le nombre de photons qui traversent la section  $S$  d'abscisse  $z$  pendant  $dt$  en fonction de  $n(z)$ ,  $S$ ,  $c$  et  $dt$ .

13) La propagation se faisant dans le sens des  $z$  croissants, en déduire le nombre de photons qui traversent la section  $S$  d'abscisse  $z + dz$ . On pourra poser  $B' = Bh\nu/\delta\nu$ .

14) Etablir l'équation différentielle vérifiée par  $n(z)$ , puis celle vérifiée par la puissance  $P(z)$  du faisceau.

15) En déduire l'expression de  $P(z)$  en fonction de la puissance  $P(0)$  en  $z = 0$ . Montrer que le faisceau peut-être amplifié à condition de réaliser une *inversion de population* dans le milieu, qui devient alors un *milieu amplificateur*.

On utilise en pratique des techniques de *pompage* pour réaliser cette inversion de population. On montre en fait que l'inversion de population n'est possible que si les atomes possèdent au moins trois niveaux d'énergie.

Pour réaliser un laser, on place un milieu amplificateur dans une cavité constituée de deux miroirs, dont l'un est parfaitement réfléchissant et l'autre possède un coefficient de réflexion en puissance  $R = 0,9999$ .

16) Expliquer brièvement le rôle des miroirs dans la réalisation de l'effet laser. A quelle condition le faisceau laser pourra-t-il exister ? Pourquoi un des miroirs n'est-il que partiellement réfléchissant ?

17) Estimer numériquement la densité volumique de photons dans la cavité pour un faisceau de puissance de sortie 1 mW et de diamètre 1 mm. Commenter.

18) Comment explique-t-on que la puissance du laser ne diverge pas ?

19) Quels sont les paramètres qui vont définir la largeur spectrale du faisceau laser et la présence ou non de plusieurs modes d'émission ?

20) Citer quelques applications des lasers. Pourquoi un laser infrarouge ou ultraviolet est-il toujours plus dangereux qu'un laser visible ?

**Un faisceau laser présente toujours un danger !**

