

1) On choisit $\lambda = 600$ nm au milieu du spectre visible : $\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{hc/\lambda}{k_B T}} = 2,5 \cdot 10^{-36}$! On

constate que $\frac{N_2}{N_1} \ll 1$. Dans ces conditions, seul le niveau fondamental est peuplé et pratiquement aucun atome n'est excité naturellement.

2) En ne considérant que l'émission spontanée : $dN_2 = -AN_2 dt$, d'où l'équation différentielle :

$$\boxed{\frac{dN_2}{dt} + AN_2 = 0}$$

3) Par intégration, en tenant compte de la population initiale dans le niveau 2 :

$$\boxed{N_2(t) = N_2(0) e^{-At}}$$

La population du niveau 2 décroît avec le temps caractéristique $1/A$ qui correspond donc à la durée de vie du niveau excité. A s'exprime ainsi en s^{-1} . Ce temps caractéristique d'émission est similaire au temps de cohérence τ_c de la source lumineuse. Pour une lampe à vapeur atomique, la longueur de cohérence l_c vaut quelques millimètres, d'où : $\tau_c = l_c/c = 10^{-11}$ s, c'est-à-dire : $\boxed{A \approx 10^{11} s^{-1}}$.

4) On tient compte cette fois de l'absorption, de l'émission spontanée et de l'émission stimulée :

$$dN_2 = +B.N_1.u_\nu .dt - A.N_2 .dt - B.N_2.u_\nu .dt$$

A l'équilibre, les populations ne varient pas : $\frac{dN_2}{dt} = 0$, d'où la relation :

$$\boxed{B(N_1 - N_2)u_\nu - AN_2 = 0}$$

5) Il vient alors

$$u_\nu = \frac{A}{B} \frac{N_2}{N_1 - N_2} = \frac{A}{B} \frac{1}{\frac{N_1}{N_2} - 1}$$

6) On identifie cette expression à la loi de Planck :

$$u_\nu = \frac{A}{B} \frac{1}{\frac{N_1}{N_2} - 1} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \text{ avec } \frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{h\nu}{k_B T}}$$

d'où simplement :

$$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$$

7) On en déduit : $B = \frac{Ac^3}{8\pi h\nu^3}$, qui s'exprime ainsi en m.kg^{-1} .

En utilisant les valeurs numériques précédentes : $B = 1,3.10^{24} \text{ m.kg}^{-1}$.

Enfin, $B.u_\nu.dt$ étant sans dimension, u_ν s'exprime en : $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$, c'est-à-dire aussi en $\text{J.m}^{-3}.\text{Hz}^{-1}$ correspondant bien à une densité volumique spectrale d'énergie.

8) $u_\nu \delta\nu dt$ est l'énergie totale des photons de fréquence comprise entre ν et $\nu + \delta\nu$ contenus dans le volume dt . Cette énergie peut aussi s'écrire : $n.h\nu.dt$ d'où la relation :

$$u_\nu = \frac{n h \nu}{\delta \nu}$$

9) Les photons qui traversent la section S pendant dt sont initialement situés dans le cylindre de base S et de longueur $c.dt$. Connaissant leur densité volumique n , on obtient :

$$\delta N = n.c.dt.S$$

L'énergie totale contenue dans ces photons correspond à l'énergie $P.dt$ qui traverse la surface pendant dt :

$$P.dt = \delta N.h\nu = n.c.dt.S.h\nu$$

d'où la puissance :

$$P = n.c.S.h\nu$$

10) Avec les valeurs numériques proposées :

$$n = \frac{P}{cSh\nu} = 1,3.10^{13} \text{ m}^{-3}$$

11) Les photons spontanés sont émis aléatoirement et de façon isotrope, c'est-à-dire dans toutes les directions de l'espace. Leur fréquence vérifie la relation d'Einstein $h\nu = E_2 - E_1$ mais leur phase est aléatoire. Notons également que, du fait de la durée de vie finie du niveau excité, il y a un élargissement de la raie d'émission.

Les photons stimulés en revanche sont des copies parfaites du photon incident ayant provoqué l'émission : même fréquence, même phase et même direction de propagation.

Dans l'étude du faisceau le long de Oz , seule une faible partie des photons spontanés se propage dans cette direction alors que tous les photons stimulés sont présents dans le faisceau. L'émission spontanée est à l'origine du démarrage de l'effet laser, mais peut être négligée en régime stationnaire.

12) On procède comme à la question 9) : $\delta N(z) = n(z).c.dt.S$

13) Certains photons situés dans la tranche de section S comprise en z et $z + dz$ sont absorbés, tandis que d'autres apparaissent par émission stimulée. On peut donc écrire le nombre de photons sortant de la tranche en $z + dz$:

$$\delta N(z + dz) = \delta N(z) - B.n_1 d\tau.u_\nu .dt + B.n_2 d\tau.u_\nu .dt$$

Or : $u_\nu = \frac{nh\nu}{\delta\nu}$ donc : $B.u_\nu = B'.n(z)$ et d'autre part : $d\tau = Sdz$.

D'où le nombre de photons sortant :

$$\delta N(z + dz) = \delta N(z) - B'.n_1 Sdz.n(z).dt + B'.n_2 Sdz.n(z).dt$$

14) Le bilan de photons peut aussi s'écrire :

$$n(z + dz).c.dt.S = n(z).c.dt.S - B'.n_1 d\tau.n(z).dt + B'.n_2 d\tau.n(z).dt$$

d'où l'équation différentielle vérifiée par $n(z)$:

$$\frac{dn}{dz} - B' \frac{n_2 - n_1}{c} n(z) = 0$$

puis celle vérifiée par $P(z)$ en remarquant que $P(z) = n(z)cSh\nu$:

$$\frac{dP}{dz} - B' \frac{n_2 - n_1}{c} P(z) = 0$$

15) On intègre, cette équation en considérant la valeur $P(0)$ de la puissance en $z = 0$:

$$P(z) = P(0)e^{\frac{B'(n_2 - n_1)}{c} z}$$

Le faisceau sera amplifié le long de l'axe Oz en imposant $n_2 > n_1$, c'est-à-dire en procédant à une *inversion de population*.

16) Les miroirs permettent de réaliser une cavité et d'imposer de nombreux allers et retours du faisceau dans le milieu amplificateur. La cavité doit être stable, c'est-à-dire que le faisceau doit rester confiné dans l'espace. En outre l'effet laser ne pourra exister que si l'amplification du faisceau vient au moins compenser les pertes dans la cavité, dues notamment à la sortie du faisceau. Le miroir partiellement réfléchissant permet en effet de faire sortir une partie du faisceau qui deviendra le faisceau laser utilisé en pratique.

17) La puissance de sortie peut s'exprimer en fonction de la puissance du faisceau dans la cavité :

$$P_{sortie} = (1 - R)P_{cavité} \text{ d'où : } P_{cavité} = \frac{P_{sortie}}{1 - R} = 10 \text{ W}$$

On en déduit la densité volumique de photons dans la cavité :

$$n_{cavité} = \frac{n_{sortie}}{1 - R} = 1,3.10^{17} \text{ m}^{-3}$$

18) Lorsque la puissance du faisceau dans la cavité est importante, tous les atomes du milieu participent à l'émission stimulée : le milieu amplificateur arrive à saturation et devient transparent. Le faisceau ne peut alors plus être amplifié davantage.

19) Le milieu amplificateur possède une certaine bande passante dans laquelle l'amplification des ondes est possible. Le faisceau laser est donc le plus souvent constitué de tous les modes propres de la cavité situés dans la bande passante du milieu amplificateur. En choisissant bien la taille de la cavité et la nature du milieu, on peut sélectionner qu'un seul mode, formant ainsi un faisceau laser monomode ne comportant qu'une seule fréquence.

20) On trouve les lasers dans de très nombreuses applications, selon que l'on utilise plutôt ses propriétés spectrales, sa puissance ou sa directivité : lecteurs DVD/Blu-ray, LIDAR, viseur laser, télémétrie, découpage, nettoyage, transport d'énergie...

Un faisceau ultraviolet ou infrarouge n'étant pas visible, on pourrait oublier de se protéger les yeux !