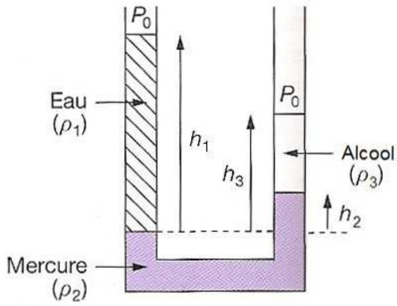
Exercice 1 : Remontée d'un plongeur
Avant une remontée rapide vers la surface, les plongeurs sous-marins vident leurs poumons de l'air qu'il contient.

1. Expliquer pourquoi. Pourquoi est-ce qu'il n'est pas nécessaire de procéder ainsi en apnée ?
2. En supposant que l'air contenu dans les poumons est à la température du corps (37°C) et que son volume est de $3,0$ L à 10 m de profondeur, calculer son volume à la surface. La pression à la surface est $P_0 = 1,0$ bar, la masse volumique de l'eau est $\rho = 1,0.10^3$ kg.m^{-3}. On prendra g $= 9,8$ m.s^{-2}.

Exercice 2 : Équilibre de trois liquides non miscibles
Un système de trois liquides non miscibles (eau, mercure, alcool) est en équilibre dans un tube en U ouvert à l'air libre. Les hauteurs respectives d'eau et d'alcool ainsi que la distance entre les niveaux de mercure sont indiquées sur la figure. On note ρ_1, ρ_2, ρ_3 les masses volumiques de l'eau, du mercure et de l'alcool.

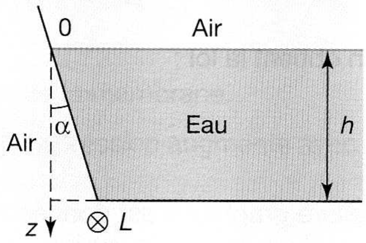


1. Montrer, à partir de l'équation fondamentale de la statique des fluides, que la pression est une fonction affine de l'altitude z dans un liquide incompressible.
2. Exprimer ρ_3 en fonction de ρ_1, ρ_2, h_1, h_2 et h_3.
3. Calculer numériquement ρ_3 sachant que $\rho_1 = 1,0.10^3$ kg.m^{-3}, $\rho_2 = 1,36.10^4$ kg.m^{-3}, $h_1 = 0,80$ m, $h_2 = 0,050$ m et $h_3 = 0,20$ m.

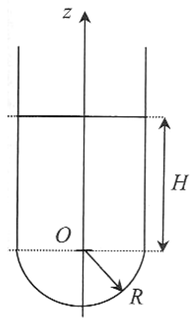
Exercice 3 : Modélisation de la troposphère
Jusqu'à une altitude d'environ 10 km, la température de l'atmosphère diminue régulièrement en étant bien modélisée par une fonction affine : $T(z) = T_0 - az$, où T_0 est la température au sol et $a = 6,5$°C/km. L'air est considéré comme un gaz parfait, et le champ de pesanteur supposé uniforme.

1. Ce modèle de température est-il cohérent avec le document 1 du cours ?
2. À l'aide de l'équation fondamentale de la statique des fluides, montrer que ce modèle conduit à la relation $\frac{P(z)}{P_0} = \left(\frac{T(z)}{T_0}\right)^\alpha$. On pourra intégrer l'équation différentielle par la méthode de *séparation des variables*. Donner l'expression et la valeur numérique de α.
3. Calculer la pression P au sommet du Mont-Blanc (altitude 4810 m) en prenant pour T_0 la valeur 20°C. Comparer à la valeur trouvée en considérant une atmosphère isotherme.
4. À votre avis, de quel(s) facteur(s) le paramètre a du modèle peut-il dépendre ?

Exercice 4 : Résultante des forces de pression sur une paroi de piscine
La paroi d'une piscine (en kit, hors sol) est schématisée ci-après. L'angle α vaut 30°, la hauteur d'eau est $h = 2,0$ m et la pression atmosphérique locale $P_0 = 1,0.10^5$ Pa. Calculer la résultante des forces de pression s'exerçant sur cette paroi, de longueur $L = 5,0$ m.
On donne : $\rho_{\text{eau}} = \rho = 1,0.10^3$ kg.m^{-3} et $g = 9,81$ m.s^{-2}.



Exercice 5 : (∗) Résultante des forces de pression sur une paroi de tube à essais
Un tube à essai, de fond hémisphérique (rayon R), est partiellement rempli d'un liquide incompressible de masse volumique ρ_0 sur une hauteur H.



1. Déterminer la pression $P(z)$ dans le liquide.
2. Exprimer la résultante des forces de pression exercées sur les parois du tube à essai. Commenter.

Exercice 6 : Partie émergé de l'iceberg
Considérons un iceberg de volume total V flottant sur l'eau. Soit v le volume de la partie émergée. Déterminer le rapport v/V. On donne les masses volumiques respectives de l'eau liquide, de la glace et de l'air : $\rho_e = 1,00.10^3$ kg.m^{-3} ; $\rho_g = 0,92.10^3$ kg.m^{-3} ; $\rho_a = 1,3$ kg.m^{-3}.

Exercice 7 : Ascension d'un ballon-sonde
Un ballon-sonde, de masse m (ballon + équipements), sert à emmener à haute altitude un appareillage en vue d'effectuer des mesures. L'enveloppe du ballon contient n moles de gaz parfait (H_2, $M_{H_2} = 2,0$ g/mol). L'atmosphère est assimilée à un gaz parfait, de masse molaire $M_{\text{air}} = 29$ g/mol, en équilibre isotherme à la température $T_0 = 273$ K. La pression atmosphérique est $P_0 = 1,0$ bar.

1. Quelle est la force ascensionnelle F_z ressentie par le ballon ? Évaluer la quantité de matière minimale n_0 assurant le décollage de celui-ci pour $m = 50$ kg, puis le volume V_0 correspondant, à l'altitude nulle de départ.
2. Le volume du ballon (initialement flasque) ne peut dépasser une valeur V_1 sans que celui-ci n'éclate. Montrer que cela implique l'existence d'une altitude maximale atteinte par le ballon, z_1, que l'on exprimera en fonction de n, n_0, V_0, V_1, et $H = \frac{RT_0}{M_{\text{air}}g}$.
3. En fait, le ballon possède une soupape qui lui permet, au-delà de l'altitude z_1, d'évacuer du gaz à volume V_1 constant. Montrer que la force ascensionnelle s'annule alors pour une altitude z_2 supérieure à z_1.

Exercice 8 : (∗) Pression et température au centre du Soleil
Pour évaluer la pression et la température au centre du Soleil on adopte le modèle suivant :
- Le Soleil est une étoile sphérique homogène de masse volumique $\rho(r) = \rho_S = \text{cte}$, de rayon $R_S = 7.10^5$ km et de masse totale $M_S = 2.10^{30}$ kg.
- Le Soleil contient principalement de l'hydrogène, de masse molaire $M = 1$ g/mol, sous forme de gaz, supposé parfait ($R = 8,21$ S.I.).
- Le champ de pesanteur à une distance $r < R_S$ du centre du Soleil est donné par $g(r) = \frac{GM_{\text{int}}(r)}{r^2}$ avec $G = 6,67.10^{-11}$ S.I. la constante de gravitation universelle et $M_{\text{int}}(r)$ la masse contenue dans une sphère de rayon r à l'intérieur du Soleil.

On donne le gradient d'une fonction scalaire f en coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) :

$$\overrightarrow{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r}\overrightarrow{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\overrightarrow{e_\theta} + \frac{1}{rsin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\overrightarrow{e_\phi}.$$

1. Montrer que la pression à l'intérieur du Soleil ne dépend que de r et déterminer son expression $P(r)$. En déduire la valeur numérique de $P(0)$ et de la température $T(0)$ au centre du Soleil.
2. Les réactions nucléaires de fusion de l'hydrogène en hélium nécessitent une température d'au moins dix millions de kelvin. Au regard des hypothèses de l'énoncé, commenter le résultat obtenu à la question précédente.

Problème n°1 : statique de week-end
Lors d'un week-end d'intégration, des étudiants de deuxième année mettent des étudiants de première année au défi : ils leur demandent de fabriquer une paille géante (constituée de pailles enfoncées bout à bout), puis de boire, du balcon du 4ème étage de l'internat, du coca placé dans un verre au rez-de-chaussée. Si les étudiants de deuxième année parient sur le résultat, c'est que :
- hypothèse A : ils sont joueurs,
- hypothèse B : ils ont une connaissance fine de la statique des fluides.

Problème n°2 : Là-haut

Combien de ballons ?