Dynamique en référentiel galiléen

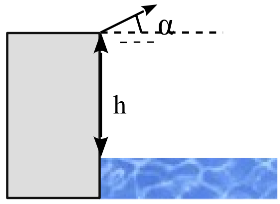
(partie 1)

1. La face cachée d'un iceberg ☺

On assimile un iceberg à un bloc de glace cubique d'arête a. On appelle h la hauteur au dessus du niveau de la mer.
Sachant que la masse volumique de l'eau de mer à 0°C est $\rho_l=10^3$ kgm^{-3} et celle de la glace $\rho_s=0{,}92.10^3$ kg.m^{-3}, calculer h/a en supposant que l'iceberg à 0°C flotte sur la mer à 0°C.

Rep : $h/a = 0{,}08$

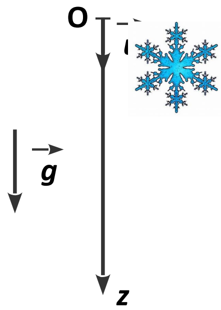
2. Chute d'une pierre ☺☺



Un enfant au bord d'une falaise surplombant la mer ramasse un cailloux et le lance vers le haut d'une hauteur h=20m avec une vitesse de 20m.s^{-1} faisant un angle α de 30° par rapport à l'horizontale.
Déterminer à quelle distance d de la falaise et à quelle vitesse v_I le caillou tombe dans la mer .
On prendra g=10m.s^{-2}.

Rep : d=56 m et $v_I = 28$ *m.s*$^{-1}$

3. Chute d'un flocon ☺☺



On s'intéresse à la chute dans l'air d'un flocon de neige, supposé sphérique, de rayon $R_0 = 0{,}5$ mm et de masse volumique μ.
La viscosité de l'air est η, sa masse volumique μ_a. On suppose ces grandeurs constantes.
Du fait de la viscosité de l'air, le flocon est soumis à une force de frottement de **module** proportionnel à sa vitesse v : $f=6\pi\eta R_0 v$ (formule de Stockes).
On peut considérer qu'une fois formé dans le nuage, le flocon commence son mouvement de chute sans vitesse initiale.

Rappel : *Le volume d'une sphère de rayon R est* $\frac{4}{3}\pi R^3$

1) Faire le bilan des forces s'exerçant sur le flocon, en fonction de η, μ, μ_a, R_0, g , v et $\vec{u}_z$ le vecteur unitaire définissant l'axe Oz descendant.

2) Montrer que le module v de la vitesse du flocon obéit à l'équation différentielle suivante : $\frac{dv}{dt}+\alpha v=\beta$

Expliciter les constantes α et β *(expressions simplifiées)* en fonction de η, μ, μ_a, R_0 et g.

3) Établir l'expression de la vitesse limite v_∞ acquise par ce flocon lors de sa chute, **puis** la vitesse $v(t)$ en fonction de la vitesse limite v_∞ . Calculer v_∞.

4) Au bout de combien de temps, noté t_1, la vitesse atteint-elle sa valeur limite à 10^{-3} près ? Commenter le résultat.

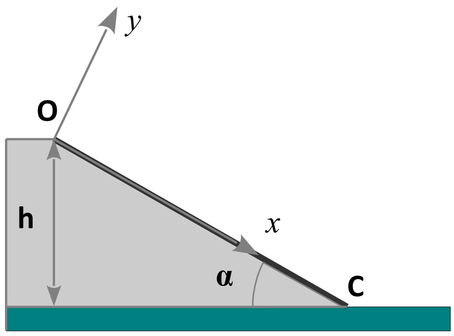
Données numériques :

$\mu = 100$ g.L^{-1}; $\mu_a = 1{,}3$ g.L^{-1}; $\eta = 20$ mN.s.m^{-2} et g = 10 m.s^{-2}. Calculer la vitesse limite en m.s^{-1}, puis en km.h^{-1}.

Rep : $t_1 = 1{,}9$ *s ;* $v_\infty = 2{,}7$*m.s*$^{-1}$

4. Glissade sur un toboggan ☺☺

Un enfant de masse m=20kg se laisse glisser sur le toboggan, modélisé ci-contre *(le schéma n'est pas à l'échelle)*.



On néglige les frottements de l'air.
Le toboggan exerce sur l'enfant une réaction $\vec{R}$.
On note $\vec{R_T}$ sa composante tangentielle et $\vec{R_N}$ sa composante normale.
Les 2 composantes obéissent à la loi du frottement solide , c'est à dire que lors du mouvement: $\|\vec{R_T}\|=f\|\vec{R_N}\|$ avec f une constante.
On pose $R_T=\|\vec{R_T}\|$ et $R_N=\|\vec{R_N}\|$.
L'enfant part à t = 0 en O avec la vitesse v_0= 0,5m.s^{-1}.
La hauteur de chute est h =3m et l'angle α = 45°.

1) Déterminer l'équation horaire du mouvement de l'enfant $x(t)$ en fonction de g, f α *et* v_0 .

2) Le temps de parcours sur le toboggan entre O et C est τ = 1,2 s, en déduire f et la vitesse à laquelle l'enfant arrive en C.

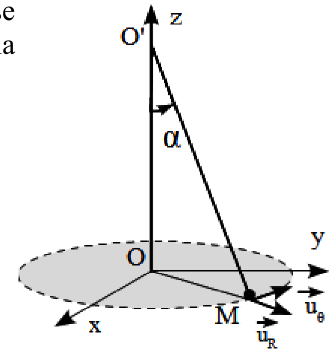
3) Quelle serait la vitesse d'arrivée s'il n'y avait pas de frottements ?

Rep :2) $f=\tan\alpha+2\left(\frac{v_0\tau-d}{\cos\alpha\, g\,\tau^2}\right)$

Dynamique en référentiel galiléen

(partie 2)

5. Pendule conique ☺☺☺



Un point matériel M de masse m est suspendu à un fil de longueur L inextensible et de masse négligeable attaché en un point fixe O' de l'axe Oz. M décrit un cercle de rayon R de centre O à la vitesse angulaire ω constante dans le plan *Oxy (figure ci-contre)*.
En utilisant la base de projection $\left(\vec{u}_R, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z\right)$:

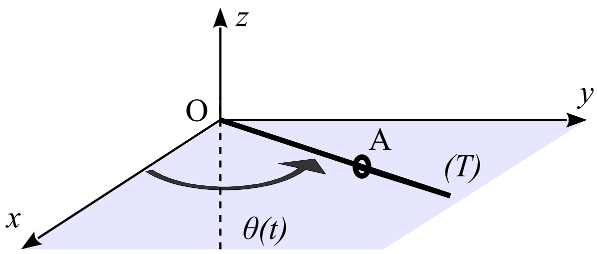
a) Calculer la tension du fil.
b) Calculer l'inclinaison α du fil par rapport à la verticale. *Rep: cosα=g/(Lω²).*
c) A quelle condition sur ω ce mouvement peut-il avoir lieu ?
Rep: T=Lω²m

6. Mouvement d'un anneau sur une tige en rotation ☺☺☺

Dans le référentiel *R(O, x, y, z)* supposé galiléen une tige *(T)* de longueur L est soudée à l' axe vertical *Oz* en O comme l'indique la figure ci-contre.

Elle tourne avec une vitesse angulaire constante ω autour cet axe tout en restant dans le plan *(O, x, y)* horizontal.

Un anneau A de masse m enfilé sur la tige est abandonné sans vitesse initiale à la distance L/2 de l'axe, il glisse sans frottement sur la tige. On repère le point A grâce à ses coordonnées polaires (*r, θ*).



1) Reproduire le schéma et représenter la base polaire.
2) Faire le bilan des forces s'exerçant sur l'anneau, exprimer leurs coordonnées dans la base cylindrique $\left(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z\right)$.
3) En déduire l'équation différentielle du mouvement de l'anneau sur la tige.
4) Déterminer la durée τ au bout de laquelle l'anneau atteint l'extrémité de la tige.
5) Déterminer les composantes de la réaction $\vec{R}$ de la tige sur l'anneau en fonction du temps.

Rep:3) $\ddot{r}-\omega^2 r=0$; 2) $\tau=\frac{1}{\omega}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)$