

Introduction au monde quantique

1. Effet photoélectrique ☺

On dispose d'une photocathode au césium éclairée par une lumière monochromatique.

- La longueur d'onde seuil pour le césium est $\lambda_0 = 0.66 \mu\text{m}$. Déterminer le travail d'extraction W_0 d'un électron en eV.
- La lumière qui éclaire cette photocathode a une longueur d'onde $\lambda = 0.44 \mu\text{m}$.
 - Déterminer l'énergie cinétique maximale d'un électron émis par la cathode.
 - déterminer la vitesse de cet électron.

Données : masse de l'électron $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$, $1 \text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}$, vitesse de la lumière $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{m.s}^{-1}$, constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$

Réponses : $W_0 = 1,9 \text{ eV}$, $E_c = 1,5 \cdot 10^{-19} \text{J}$, $v = 5,8 \cdot 10^5 \text{m/s}$

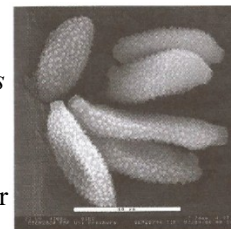
2. Microscope électronique à balayage ☺ ☺

Le pouvoir de résolution d'un microscope, c'est-à-dire la taille caractéristique des plus petits détails qu'il permet d'observer est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde utilisée.

- Quel est le phénomène qui limite le pouvoir de résolution d'un microscope ?
- Rappeler les valeurs des longueurs d'ondes extrêmes (dans le vide) du spectre visible et déterminer les énergies en eV des photons correspondants.
- La taille des grains de pollen d'orchidée dont l'image est fournie ci-contre est de l'ordre de $10 \mu\text{m}$.
 - Expliquer pourquoi cette image ne peut pas provenir d'un microscope optique, sachant qu'en grossissant l'image ci-contre, on peut observer des détails 100 fois plus petits que des grains de pollen.
 - Cette image a été obtenue à l'aide d'un microscope électronique à balayage (MEB), dans lequel un faisceau d'électrons est envoyé sur l'échantillon à analyser. Après interaction avec la matière, ces électrons sont récupérés par des capteurs dont les informations permettent de reconstruire l'image. Évaluer l'ordre de grandeur de l'énergie cinétique minimale des électrons qui ont été utilisés pour obtenir ce cliché.

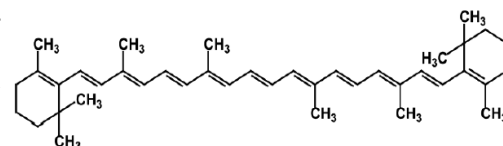
Données : Masse de l'électron : $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$ et $1 \text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}$.

Réponses : 2) $E_v = 3,10 \text{ eV}$ et $E_R = 1,55 \text{ eV}$; 3) $E_c = 2,41 \cdot 10^{-23} \text{J} = 1,50 \cdot 10^{-4} \text{eV}$.



3. Énergie et fonction d'onde d'un électron confiné ☺ ☺ ☺

Certaines molécules ayant une longueur de chaîne linéaire comme le β -carotène, contiennent des électrons qui ne sont pas attachés à un noyau particulier, mais peuvent au contraire se déplacer sur toute la longueur de la molécule.



On modélise un tel électron, de masse $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$, comme une particule qui se déplace librement sur un segment de droite, entre les abscisses $x = 0$ et $x = L$; L'énergie potentielle E_p est nulle sur le segment et infiniment grande partout ailleurs (particule dans un puits de potentiel). Sa fonction d'onde $\psi(x)$ est alors liée à son énergie totale E par l'équation différentielle :

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 m} \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right) = E \psi \quad \text{Équation de Schrödinger où } h \text{ est la constante de Planck.}$$

- La résolution de l'équation de Schrödinger montre que la solution de l'équation différentielle est de la forme : $\psi(x) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ où n est un entier et A une constante d'intégration qu'on ne cherchera pas à déterminer.

a) Justifier que $\psi(x)$ est nulle en dehors de l'intervalle $[0, L]$ et vérifier que cette solution satisfait les conditions aux limites.

b) Déterminer l'expression des niveaux d'énergie E_n en fonction de m , L , h et n .

2. Dans le β -carotène (formule ci-contre), ce sont les électrons des onze liaisons doubles qui se comportent comme des particules libres confinées, sur une longueur $L = 1,83 \text{ nm}$.

Dans l'état fondamental, ces électrons occupent les onze niveaux d'énergie les plus bas.

3.a. Calculer les niveaux d'énergie E_{11} et E_{12} en eV. On donne $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{J.s}$ et $1 \text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}$.

3.b. En déduire l'énergie, puis la longueur d'onde λ dans le vide, d'un photon absorbé par la molécule lorsqu'un électron passe du niveau 11 au niveau 12. On donne $c = 3 \cdot 10^8 \text{m.s}^{-1}$.

3.c. Expliquer alors la couleur orangée des organismes contenant une grande quantité de ces molécules (carotte, citrouille...).

Réponses : 2) $E_n = \frac{h^2 n^2}{8mL^2}$, 3.a) $E_{11} = 13,6 \text{ eV}$ et $E_{12} = 16,2 \text{ eV}$; 3.b) $\Delta E = 2,6 \text{ eV}$; $\lambda = 480 \text{ nm}$.