Correction exercice 4

1) L'image est renversée et de même dimension ainsi : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}=-1$ d'où $\overline{OA'}=-\overline{OA}$.

L'écran est à la distance D de l'objet ainsi : $\overline{AA'}=D=\overline{AO}+\overline{OA'}=2\overline{OA'}$ d'où $\overline{OA'}=\frac{D}{2}=-\overline{OA}$ d'après la formule de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'}}-\frac{1}{\overline{OA}}=\frac{1}{f'}$ donc $\frac{2}{D}+\frac{2}{D}=\frac{1}{f'}$ donc $\boxed{f'=\frac{D}{4}=\frac{0,2}{4}=0,05\,m=5\,cm}$.

2) Dans cette question D=4,5m.

Soit un axe Ox tel la lentille soit à l'abscisse x et l'objet en O l'abscisse 0.

On a alors $\overline{OA}=-x$ et $\overline{AA'}=\overline{AO}+\overline{0A'}=D$ si bien que $\overline{OA'}=D-x$. D'après la formule de conjugaison avec origine au sommet : $\frac{1}{\overline{OA'}}-\frac{1}{\overline{OA}}=\frac{1}{f'}$ d'où $\frac{1}{D-x}+\frac{1}{x}=\frac{1}{f'}$ d'où $Df'=x(D-x)$ d'où $\boxed{x^2-Dx+Df'=0}$. Le discriminent de cette équation est : $\Delta=D^2-4f'D=D(D-4f')>0$.

Deux solutions sont:1er cas : $x_1=\frac{D-\sqrt{D(D-4f')}}{2}$ et 2ème cas : $x_2=\frac{D+\sqrt{D(D-4f')}}{2}$.

<u>1^er cas :</u>

$$\overline{OA}=-x_1=\frac{-D+\sqrt{D(D-4f')}}{2}=\frac{-4,5+\sqrt{4,5(4,5-4\times 0,05)}}{2}=-0,0506\,m \text{ et}$$

$$\overline{OA'}=D-x_1=D+\frac{-D+\sqrt{D(D-4f')}}{2}=\frac{D+\sqrt{D(D-4f')}}{2}=\frac{4,5+\sqrt{4,5(4,5-4\times 0,05)}}{2}=4,4494\,m$$

Le grandissement est $\gamma_1=\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}=\frac{4,4494}{-0,0506}=-87,9\approx-88$.

2^ème cas :

$$\overline{OA}=-x_2=-\frac{D+\sqrt{D(D-4f')}}{2}=-\frac{4,5+\sqrt{4,5(4,5-4\times 0,05)}}{2}=-4,4494\,m \text{ et}$$

$$\overline{OA'}=D-x_2=D-\frac{D+\sqrt{D(D-4f')}}{2}=\frac{D-\sqrt{D(D-4f')}}{2}=0,0506\,m$$

Le grandissement est $\gamma_2=\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}=\frac{-0,0506}{4,4494}=-0,011$. L'image est plus petite que l'objet. On ne peut pas retenir cette situation.

La taille de l'image sur l'écran sera : $(24\times\gamma_2)\times(36\times\gamma_2)=(24\times 88)\times(36\times 88)=(2112\times 3168)$

soit en ne gardant que deux chiffres significatifs: $\boxed{2,1\times 3,2\,m^2}$.

Correction exercice 6

a) $\overline{OA}=-D=-3.10^3\,m$ d'après la formule de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'}}-\frac{1}{\overline{OA}}=\frac{1}{f'}$ donc $\boldsymbol{\overline{OA'}=\frac{f'\times\overline{OA}}{f'+\overline{OA}}}$.

Application numérique : $\boxed{\overline{OA'}=\frac{-20.10^{-2}\times3.10^{3}}{20.10^{-2}-3.10^{3}}=20.10^{-2}=20\,cm}$

L'image est située dans le plan focal image de la lentille. Ce résultat était prévisible car $|\overline{OA}|\gg f'$. *Pour la suite on pourra considérer* $\overline{OA'}=f'$.

$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}=\frac{f'}{-D}$ d'où $\boxed{\overline{A'B'}=\frac{f'}{-D}\times\overline{AB}=\frac{f'}{-D}h_1=\frac{20.10^{-2}}{-3.10^{3}}\times30=-2{,}0.10^{-3}=-2{,}0\,mm}$

L'image est renversée, elle mesure $\boxed{h'_1=-\overline{A'B'}=2{,}0\,mm}$.

b) L'objet initial peut être considéré à l'infini ainsi l'image définitive A" est l'image d'un objet l'infini sur l'axe optique.

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1=A' \xrightarrow{L_2} A''$$

On écrit la formule de conjugaison pour la lentille L_2 : $\frac{1}{\overline{O_2A''}}-\frac{1}{\overline{O_2F'_1}}=\frac{1}{f'_2}$ d'où $\frac{1}{\overline{O_2A''}}=\frac{1}{f'_2}+\frac{1}{\overline{O_2F'_1}}=\frac{\overline{O_2F'_1}+f'_2}{\overline{O_2F'_1}\times f'_2}$ d'où $\overline{O_2A''}=\frac{\overline{O_2F'_1}\times f'_2}{\overline{O_2F'_1}+f'_2}$. Posons $\overline{O_1O_2}=e$. D'après la relation de Chasles, on peut écrire : $\overline{O_2F'_1}=\overline{O_2O_1}+\overline{O_1F'_1}=-e+f'_1=f'_1-e$ d'où : $\boxed{\overline{O_2A''}=\frac{(f'_1-e)\times f'_2}{f'_1-e+f'_2}}$

Application numérique : $\boxed{\overline{O_2A''}=\frac{(20-15{,}5)\times-5}{20-5-15{,}5}=45\,cm}$.

On détermine la taille de l'image définitive grâce au grandissement de l'image intermédiaire à travers la lentille L2. $\frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}}=\frac{\overline{O_2A''}}{\overline{O_2F'_1}}$ D'où $\overline{A''B''}=\frac{\overline{O_2A''}}{\overline{O_2F'_1}}\times\overline{A'B'}$.

Application numérique : $\boxed{\overline{A''B''}=\frac{45}{20-15{,}5}\times2=20\,mm}$. $\boxed{h'_2=\overline{A''B''}=20\text{mm}}$. L'image est droite et mesure 20mm.

c) L'encombrement **E** est $\overline{O_1A''}$ or $\overline{O_1A''}=\overline{O_1O_2}+\overline{O_2A''}=e+\frac{(f'_1-e)\times f'_2}{f'_1-e+f'_2}$.

Application numérique : $\boxed{E=15{,}5+45=60{,}5\,cm}$. L'encombrement est de 60,5 cm.

d) Avec une lentille seule, le grandissement serait : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\frac{-h'_2}{h_1}=\frac{\overline{OA''}}{\overline{OA}}=\frac{f'}{-D}$ d'où une distance focale :

$\boxed{f'=D\frac{h'_2}{h_1}}$. AN: $\boxed{f'=\frac{3.10^{3}\times20.10^{-3}}{30}=2\,m}$.

Avec une lentille simple l'encombrement est de 2m (image dans la plan focal image). En utilisant 2 lentilles on réduit l'encombrement de 1/3.

Correction exercice 7

1. Description d'un œil normal:

a) La pupille joue le rôle de diaphragme en limitant l'intensité lumineuse pénétrant dans l'œil . Le cristallin joue le rôle de lentille convergente. Celui-ci donne d'un objet une image renversée sur la rétine qui joue le rôle d'écran.

b) L'ensemble {rétine-nerf optique} code cette image sous forme d'influx nerveux et le transmet au cerveau.

c) Rôle du cerveau : retournement de l'image, correction de la distorsion, impression de relief grâce aux informations transmises par les deux yeux

2. Accommodation pour un œil normal

a) Pour un œil normal D_m est infini

b) d_m=25cm

c) Si l'objet est à l'infini, l'image est dans le plan focal donc $V_{PR}=\frac{1}{15.10^{-3}}=66{,}7\,\delta$

Si l'objet est à 25cm l'image est à 15mm. D'après la formule de Descartes $\frac{1}{\overline{OA'}}-\frac{1}{\overline{OA}}=\frac{1}{\overline{OF'}}=V$ on en déduit : $V_{PP}=\frac{1}{15.10^{-3}}-\frac{1}{-25.10^{-2}}=70{,}7\,\delta$

La vergence de l'œil est comprise entre 66,7δ et 70,7δ

3. Correction des défauts

a) $\frac{1}{L_m}-\frac{1}{\overline{OA}}=\frac{1}{\overline{OF'}}=V_{PR}$ donc $\frac{1}{\overline{OA}}=\frac{1}{L_m}-V_{PR}$ on en déduit : $\overline{OA}=\frac{L_m}{1-V_{PR}\times L_m}$

d'où $\overline{OA}=\frac{15{,}2}{1-\frac{15{,}2}{15}}=-1{,}14\,m$ d'où $D_m=-\overline{OA}=1{,}14\,m$

$d_m=-\frac{L_m}{1-V_{PP}\times L_m}$ d'où $d_m=-\frac{15{,}2}{1-15{,}2.10^{-3}\times(\frac{1}{15.10^{-3}}-\frac{1}{-25.10^{-2}})}=205\text{mm}=20{,}5\,cm$

Les myopes voient mieux de près mais beaucoup moins bien de loin.

Pour que D_m soit infini, il faut que $Vtot=V_{PR}+V_{lentille}=\frac{1}{L_m}$ d'où $V_{lentille}=\frac{1}{L_m}-V_{PR}$

AN : $V_{lentille}=\frac{1}{15{,}2.10^{-3}}-\frac{1}{15.10^{-3}}=-0{,}88\,\delta$ la lentille doit être divergente.

b) $\frac{1}{L_h}-\frac{1}{\overline{OA}}=\frac{1}{\overline{OF'}}=V_{PR}$ donc $D_m=\frac{-L_h}{1-V_{PR}\times L_h}$ d'où $D_m=-\frac{14{,}8}{1-\frac{14{,}8}{15}}=-1{,}11\,m$

Un œil hypermétrope peut voit un objet virtuel placé derrière lui.

$d_m=-\frac{L_h}{1-V_{PP}\times L_h}$ d'où $d_m=-\frac{14{,}8}{1-14{,}8.10^{-3}\times(\frac{1}{15.10^{-3}}-\frac{1}{-25.10^{-2}})}=323\text{mm}=32{,}3\,cm$

Les hypermétropes voient mieux de loin que de près.

Pour que d_m soit égale 25cm, il faut que $V_{tot}=\frac{1}{14{,}8.10^{-3}}-\frac{1}{-25.10^{-2}}=71{,}6\,\delta$ d'où $V_{lentille}=V_{tot}-V_{PP}$

AN : $V_{lentille}=\frac{1}{14{,}8.10^{-3}}+\frac{1}{25.10^{-2}}-(\frac{1}{15.10^{-3}}-\frac{1}{-25.10^{-2}})=\frac{1}{14{,}8.10^{-3}}-\frac{1}{15.10^{-3}}=0{,}90\,\delta$ la lentille doit être convergente.