Pour une OPPH, on a montré que
$I = \langle \Pi \rangle = \frac{1}{2} \mu_0 c v_{1m}^2$ où v_{1m} est l'amplitude de v_1. Donc :

$$v_{1m} = \sqrt{\frac{2I}{\mu_0 c}}$$

Pour l'air $\mu_0 = 1{,}3\ kg.m^{-3}$ et $c = 3{,}4.10^2\ m.s^{-1}$
d'où $\boxed{v_{1m} = 0{,}21\ m.s^{-1}}$

$\rightarrow \frac{v_{1m}}{c} \sim 6.10^{-4}$ donc $\boxed{\frac{v_{1m}}{c} \ll 1}$

* de plus $p_{1m} = \mu_0 c v_{1m} = \boxed{93\ Pa}$. Or $p_0 = 10^5\ Pa$

$\rightarrow \frac{p_{1m}}{p_0} \sim 9.10^{-4}$ donc $\boxed{\frac{p_{1m}}{p_0} \ll 1}$

* pour une particule d'air, $\frac{p}{\mu^\gamma} = cte$, soit

$p = cte.\mu^\gamma$

on différencie

$dp = cte.\gamma\mu^{\gamma-1} d\mu$

rapport

$\frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\mu}{\mu}$

Soit $\frac{p_1}{p_0} \sim \gamma \frac{\mu_1}{\mu_0}$ donc $\frac{\mu_1}{\mu_0} \sim \frac{1}{\gamma} \frac{p_1}{p_0}$. Avec

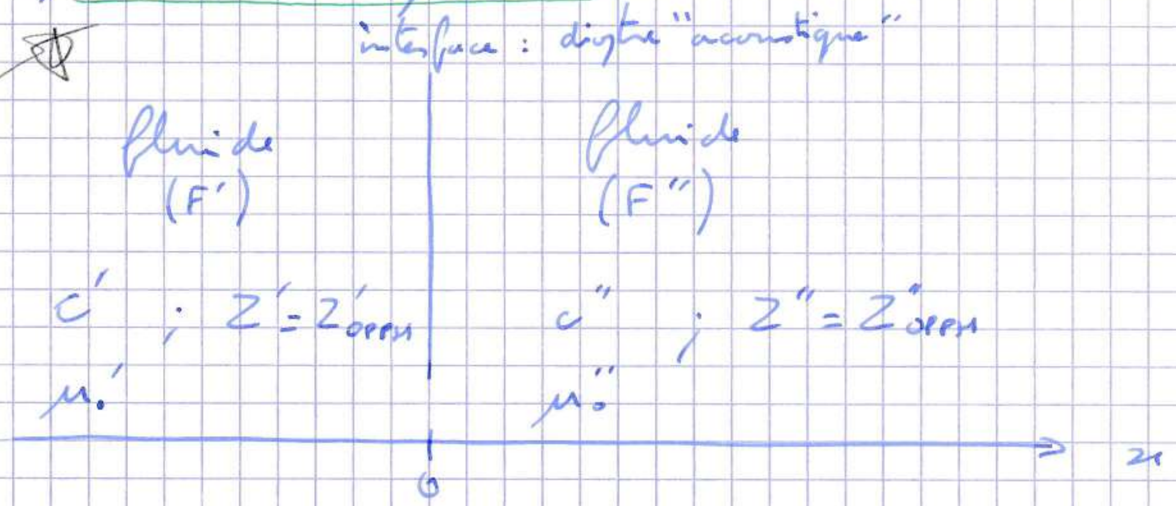
$\gamma = 1{,}40$ on trouve :

$\rightarrow \frac{\mu_1}{\mu_0} \sim 7.10^{-4}$ donc $\boxed{\frac{\mu_1}{\mu_0} \ll 1}$

$\Rightarrow$ cohérence de la démarche.

IV/ Réflexion et transmission d'une onde plane progressive sous incidence normale

1) Position du problème



Que se passe-t-il lorsqu'une onde acoustique change de milieu ?

Hyp :

- pression au repos identique ds tt l'espace
- onde plane progressive selon $\vec{u}_x$ arrivant sur le dioptre en incidence normale. Avec l'analyse de Fourier, on restreint l'étude à une OPPH
- cette OPPH donne a priori une onde réfléchie (dans F', selon $-\vec{u}_x$) et une onde transmise (dans F'', selon $\vec{u}_x$).
- on néglige le déplacement de l'interface (voir doc. 3 : $\xi_{1,eff} \ll \lambda$) et on considère qu'elle reste fixe en $x = 0$.

Notations :

→ Les vitesses :

$$\begin{cases} * \ \underline{v}_1' = \underbrace{\underline{A}_i e^{j(\omega t - k'x)}}_{\text{onde incidente}} + \underbrace{\underline{A}_r e^{j(\omega t + k'x)}}_{\text{onde réfléchie}} \\ * \ \underline{v}_1'' = \underbrace{\underline{A}_t e^{j(\omega t - k''x)}}_{\text{onde transmise}} \end{cases}$$

Rq : pourquoi les mêmes pulsations ω ?
→ aspect physique mise en mvt au niveau interface
→ voir C.L à suivre
→ analogie avec l'optique

La structure des OPPH impose $\underline{p}_1 = \mu_0 c \cdot \underline{v}_1 = Z \underline{v}_1$

→ Surpressions :

⚠ impédance pour onde selon $-\vec{u}_x$

$$\begin{cases} * \ \underline{p}_1' = Z' \underline{A}_i e^{j(\omega t - k'x)} - Z' \underline{A}_r e^{j(\omega t + k'x)} \\ * \ \underline{p}_1'' = Z'' \underline{A}_t e^{j(\omega t - k''x)} \end{cases}$$

2) Conditions aux limites

* On applique le PFD à un élément de surface dS immobile (hyp) de l'interface :

$$\vec{0} = (p_0 + p_1') dS \vec{u}_x - (p_0 + p_1'') dS \vec{u}_x$$

inverser

2

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{La surpression est continue à l'interface :} \\ p_1'(0,t) = p_1''(0,t)\end{array}}$$

B

* Les 2 fluides ne se mélangent pas ; on a vu ds ce cas en méca flu. qu'il y a continuité de la composante normale de la vitesse des particules de fluide, donc dans ce cas de

leur vitesse.

① La vitesse est continue à l'interface :
$$\boxed{v_1'(0,t) = v_1''(0,t)}$$

B

3) Coefficients de réflexion et de transmission en amplitude

ⓐ Pour les champs de vitesse

B

Déf : on appelle respectivement coefficient de réflexion et coefficient de transmission des amplitudes des vitesses les grandeurs :

$$r_v = \frac{\underline{A}_r}{\underline{A}_i} \quad \text{et} \quad t_v = \frac{\underline{A}_t}{\underline{A}_i}$$

Rq : déf plus générales pour des ondes pas nécessairement OPPM :

$$r_v = \frac{\underline{v}_{1r}(0^-,t)}{\underline{v}_{1i}(0^-,t)} \quad \text{et} \quad t_v = \frac{\underline{v}_{1t}(0^+,t)}{\underline{v}_{1i}(0^-,t)}$$

Explicitons les C.L pour déterminer r_v et t_v :

$$\begin{cases} ① \; \underline{A}_i e^{j\omega t} + \underline{A}_r e^{j\omega t} = \underline{A}_t e^{j\omega t} \\ ② \; Z'\underline{A}_i e^{j\omega t} - Z'\underline{A}_r e^{j\omega t} = Z''\underline{A}_t e^{j\omega t} \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} \underline{A}_i + \underline{A}_r = \underline{A}_t \\ Z'\underline{A}_i - Z'\underline{A}_r = Z''\underline{A}_t \end{cases}\right\} \div \underline{A}_i \; (\neq 0)$$

$$\begin{cases} 1 + r_v = t_v & (a) \\ Z' - Z' r_v = Z'' t_v & (b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + r_v = t_v & (a) \\ 2Z' = (Z' + Z'') t_v & Z'(a) + (b) \end{cases}$$

Finalement :

$$\boxed{r_v = \frac{Z' - Z''}{Z' + Z''} \quad \text{et} \quad t_v = \frac{2Z'}{Z' + Z''}}$$ savoir retrouver

② Pour les champs de pression

Déf similaire faisant intervenir les amplitudes ($\cancel{\heartsuit}$) :

$$\boxed{r_p = \frac{-Z' \underline{A}_r}{Z' \underline{A}_i} \quad \text{et} \quad t_p = \frac{Z'' \underline{A}_t}{Z' \underline{A}_i}}$$

D'où $\begin{cases} r_p = -\dfrac{\underline{A}_r}{\underline{A}_i} = -r_v \\ t_p = \dfrac{Z''}{Z'} t_v \end{cases}$

Finalement :

$$\boxed{r_p = \frac{Z'' - Z'}{Z' + Z''} \quad \text{et} \quad t_p = \frac{2Z''}{Z' + Z''}}$$

savoir retrouver

c) Commentaires

* l'étude des ≠ coef. permet d'obtenir les déphasages entre les ondes.

Ex : t_v et t_p sont des réels positifs, donc les ondes incidentes et transmises vibrent en phase.

Ex : si $Z'' > Z'$ alors $r_v < 0$ (et réel) : donc les ondes de vitesse incidente et réfléchie sont en opposition de phase.

* ds le cas général, l'onde réfléchie n'a pas la même amplitude que l'onde incidente et la superposition des deux OPPH ne donnent ni une onde progressive ni une onde stationnaire.

Elle correspond à une onde stationnaire dans le cas $\frac{\underline{A}_r}{\underline{A}_i} = \pm 1$ soit $r_v = \pm 1$. Cela arrive

→ pour $Z'' \gg Z'$ ($\Leftrightarrow Z'' \to +\infty$). Ex pratique : présence d'un mur à l'interface (noeud de vitesse en $x = 0$)

→ pour $Z'' \ll Z'$ ($\Leftrightarrow Z'' \to 0$). Ex pratique : tuyau sonore ouvert sur l'atmosphère (noeud de pression en $x = 0$)

* Si $Z'' = Z'$ alors $r_v = 0$ et $r_p = 0$: il n'y a pas d'onde réfléchie, l'onde incidente est entièrement transmise. On dit dans ce cas que les impédances sont adaptées.

4) Coefficients de réflexion et de transmission des puissances (acoustiques surfaciques moyennes)

a) Expressions

⚠ aspects énergétiques : on repasse aux grandeurs réelles !

Déf : on appelle respectivement coefficient de réflexion et coefficient de transmission des puissances acoustiques surfaciques moyennes :

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \frac{\langle \Pi_r \rangle}{\langle \Pi_i \rangle} \quad \text{et} \quad T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{\langle \Pi_t \rangle}{\langle \Pi_i \rangle}$$

$\varnothing$; $W.m^{-2}$; $W.m^{-2}$

Rappel : §IV.3) pour une OPPH :

$$I = \langle \Pi \rangle = \langle \vec{\Pi}.\vec{u}_x \rangle = \frac{1}{2}\mu_0 c\, v_{1M}^2 = \frac{1}{2} Z . v_{1M}^2 .$$

amplitude du chp de vitesse

Dans notre cas les 3 OPPH s'écrivent (sans tenir compte d'éventuels déphasages, qui n'interviennent pas dans le calcul) :

* $v_i = A_i \cos(\omega t - k'x)$
* $v_r = A_r . \cos(\omega t + k'x) = r\, A_i \cos(\omega t + k'x)$
* $v_t = A_t . \cos(\omega t - k''x) = t . A_i \cos(\omega t - k''x)$

D'où :

$$\begin{cases} I_i = \frac{1}{2} Z' A_i^2 \\ I_r = \frac{1}{2} Z' r_v^2 A_i^2 \\ I_t = \frac{1}{2} Z'' t_v^2 A_i^2 \end{cases}$$

⚠ Propagation suivant $(-\vec{u_x})$ donc $I_r = \langle \vec{\Pi_r} \cdot (-\vec{u_x}) \rangle = \frac{1}{2}(-Z') A_r^2 \vec{u_x} \cdot (-\vec{u_x})$ $(I_r > 0)$

On en déduit :

$$R = r_v^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{Z''}{Z'} t_v^2$$

Finalement :

$$\boxed{R = \left(\frac{Z' - Z''}{Z' + Z''}\right)^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{4 Z' Z''}{(Z' + Z'')^2}}$$

Rq : relat° symétrique p. r à la permutat° des 2 milieux

Exercice : mq. $R + T = 1$ ce qui traduit la conservation de l'énergie : $\frac{I_r}{I_i} + \frac{I_t}{I_i} = 1$

soit $I_i = I_r + I_t$

La puissance acoustique incidente se répartit entre les puissances réfléchie et transmise.

① Application : échographie

Si $Z'' = Z'$, alors $R = 0$ et $T = 1$

La puissance transmise entre deux milieux est maximale lorsqu'il y a adaptation des impédances.

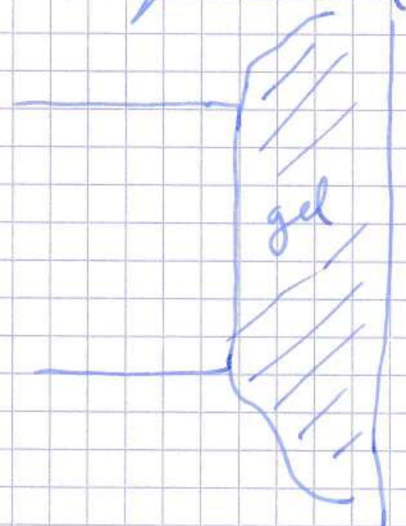
ODG : $Z_{air} = 4,4 \cdot 10^2 \ kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$

$Z_{eau} \simeq 1,5 \cdot 10^6 \ kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ (= impédance des tissus mous du corps humain)

*

$Z_{air} \ll Z_{eau}$: impédances non adaptées ; très peu de puissance (donc d'ondes) transmise dans le corps.

*



$Z_{gel} \simeq Z_{eau}$: impédances adaptées ; les ultrasons pénètrent en quasi totalité dans le corps humain.