Exercice 1 : Question de cours
Établir l'équation de propagation de la surpression pour les ondes acoustiques, en précisant les hypothèses du modèle.

Exercice 2 : OPPH acoustique : relations de cours et applications numériques
Une onde plane progressive harmonique a pour champ de surpression :

$$p_1(x,t) = 10\cos(2765t - 8,131x).$$

Elle se propage dans l'air, gaz parfait de rapport de capacités thermiques $\gamma = 1,40$ et de masse molaire $M = 28,97.10^{-3}$ kg.mol^{-1}. La pression à l'équilibre est $P_0 = 101300$ Pa.

1. Quelles est la fréquence f de l'onde ? À quelle note correspond-elle ?
2. Quel est l'intervalle des variations de la pression ?
3. Rappeler la relation de dispersion puis calculer la célérité de l'onde, pour en déduire ensuite la température T_0 du milieu. Calculer alors la masse volumique au repos μ_0 et le coefficient de compressibilité isentropique de l'air χ_s.
4. Quelle est la longueur d'onde λ de l'onde ?
5. Exprimer l'onde de vitesse $\overrightarrow{v_1}(x,t)$ et l'onde de masse volumique $\mu_1(x,t)$.
6. Exprimer l'onde d'accélération $\overrightarrow{a_1}$.
7. Exprimer la valeur instantanée et calculer la valeur moyenne du vecteur de Poynting sonore $\overrightarrow{\Pi}_{\text{son}}$ et de la puissance sonore moyenne $< \mathcal{P} >$ reçue par le tympan assimilé à une membrane perpendiculaire à (Ox) et d'aire $S = 1,0$ cm^2.
8. Calculer l'intensité acoustique I_{dB}.
9. Exprimer la valeur instantanée et calculer la valeur moyenne de l'énergie sonore volumique u_{son}.

Exercice 3 : Conditions aux limites pour les tuyaux sonores
On peut montrer que pour une onde acoustique stationnaire les champs de surpression et de vitesse sont en quadrature, tant pour leurs variations spatiales que pour leurs variations temporelles. En particulier, les nœuds de vitesse sont des ventres de surpression et les nœuds de surpression sont des ventres de vitesse.

1. On considère un tuyau sonore cylindrique, ouvert des deux côtés.
   (a) Justifier physiquement la présence d'un nœud de surpression à ses deux extrémités.
   (b) En déduire les conditions aux limites pour le champ de vitesses.
   (c) Proposer un schéma illustrant le mode fondamental des ondes acoustiques stationnaires dans ce tuyau, en superposant les « allures » des deux champs.
2. On considère un tuyau fermé à un de ses côtés, et ouvert de l'autre.
   (a) Justifier physiquement la présence d'un nœud de vitesse à l'extrémité fermée.
   (b) Exprimer les trois autres conditions aux limites.
   (c) Proposer un schéma illustrant le mode fondamental des ondes acoustiques stationnaires dans ce tuyau, en superposant les « allures » des deux champs.

Exercice 4 : Modes propres d'une clarinette
Un tuyau rigide de longueur L est fermé en $x = 0$ et ouvert en $x = L$. La vitesse particulaire u satisfait l'équation de d'Alembert :

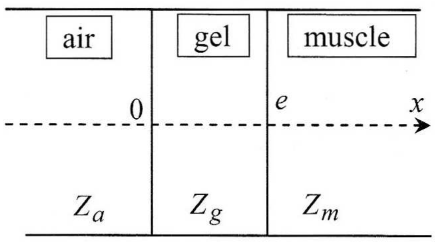
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0.$$

On cherche une solution stationnaire pour u de la forme $u(x,t) = f(x)\cdot\sin(\omega t)$.

1. À quelle équation différentielle satisfait f ? Donner l'expression de f compte tenu de la condition aux limites de u en $x = 0$.
2. Quelle est alors l'expression de la surpression $p(x, t)$? Traduire la condition aux limites de p en $x = L$ et en déduire que seules des ondes stationnaires de fréquences f_n particulières, à déterminer, peuvent être engendrées dans le tuyau.
3. Donner l'expression de la fréquence f_1 du mode fondamental (premier partiel) en fonction de c et L. Donner aussi l'expression de la fréquence f_2 du second partiel ; correspond-il au second harmonique ? AN : calculer f_1 et f_2 pour une clarinette de longueur $L = 58$ cm. De quelles notes s'agit-il ?

Exercice 5 : Adaptation d'impédance
Les impédances caractéristiques des muscles et de l'air pour les ondes sonores utilisées en échographie valent respectivement $Z_m = 1,7.10^6$ kg.m^{-2}.s^{-1} et $Z_a = 440$ kg.m^{-2}.s^{-1}.

1. Calculer les coefficients de transmission et de réflexion en puissance des ondes sonores à une interface air-muscle. Commenter.
2. Pour supprimer l'onde réfléchie dans l'air, on utilise en pratique un gel comme contact entre l'appareil et la peau.



Ceci permet de réaliser une couche « anti-reflet » d'épaisseur e et d'impédance acoustique Z_g. On note respectivement c_a, c_g et c_m les célérités du son dans l'air, le gel et le muscle et $k_a = \omega/c_a$, $k_g = \omega/c_g$ et $k_m = \omega/c_m$ les nombres d'onde associés. On cherche, en notation complexe, des champs de vitesse sous la forme :
$\underline{v_1}(x < 0) = \underline{A_a} \exp[j(\omega t - k_a x)]$
$\underline{v_1}(0 < x < e) = \underline{A_g} \exp[j(\omega t - k_g x)] + \underline{B_g} \exp[j(\omega t + k_g x)]$
$\underline{v_1}(x > e) = \underline{A_m} \exp[j(\omega t - k_m x)]$.

(a) Donner les expressions des surpressions dans les trois milieux en fonction des impédances Z_a, Z_m et Z_g et des expressions des champs de vitesse.
(b) Écrire les conditions aux limites aux interfaces pour obtenir des relations liant les impédances et les amplitudes des ondes.
(c) En déduire une relation entre les impédances et e.
(d) Quelles valeurs faut-il choisir pour e et Z_g afin d'avoir la meilleure transmission possible ?

Exercice 6 : Ondes sonores sphériques
Considérons une source sonore ponctuelle placée en O dans un milieu isotrope et émettant des ondes dans toutes les directions. L'onde sonore émise n'a pas la structure d'une onde plane. De plus, la symétrie du problème implique d'étudier la propagation de cette onde en coordonnées sphériques (indépendant de θ et ϕ ; ainsi le laplacien se réduit à :

$$\Delta p = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial p}{\partial r}\right).$$

1. (a) Montrer que le laplacien peut se mettre sous la forme :

$$\Delta p = \frac{1}{r}\frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2}.$$

   En déduire l'équation de d'Alembert à une dimension en fonction de $rp(r,t)$.

   (b) Donner et interpréter la solution générale $p(r,t)$.

2. Solution propagative.

   (a) Considérons une onde sphérique de forme telle que la surpression ait pour expression $\underline{p}_1(r,t) = \frac{A}{r}\exp\left[j(\omega t - kr)\right]$. Montrer alors que le champ des vitesses $\underline{v}$ est la somme de deux termes. Justifier la dénomination de champ proche et champ lointain.

   (b) Déterminer la valeur moyenne du vecteur densité de flux de puissance sonore.

3. Sphère pulsante : on considère une sphère de rayon r_0 dont la surface effectue un petit mouvement radial harmonique $r_m \exp(j\omega t)$, avec $r_m \ll r_0$. La taille de la sphère est supposée petite devant la longueur d'onde acoustique ($r_0 \ll \lambda$).

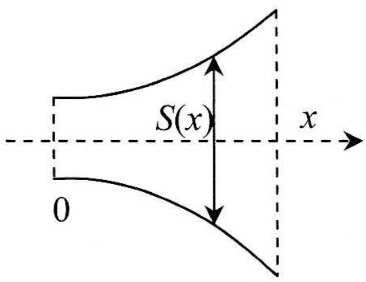
   (a) Montrer que A s'exprime simplement en fonction de r_m.

   (b) On désire produire un son grave ($f = 70$ Hz) d'intensité 80 dB avec un haut-parleur dont la membrane est en forme de calotte sphérique. Quelle est l'amplitude de vibration r_m de la sphère pulsante nécessaire ? ($\rho_0 = 1,2$ kg.m^{-3} ; $c = 340$ m.s^{-1})

   (c) Exprimer r_m à partir de la puissance acoustique moyenne P_m qui traverse une sphère de rayon r.

   (d) Pourquoi les petits haut-parleurs ne sont pas adaptés pour reproduire des sons graves ?

Exercice 7 : ($*$) Onde sonore dans un pavillon de section croissante
On étudie la propagation d'ondes acoustiques planes dans un tuyau d'axe (Ox) et de section circulaire variable $S(x)$. Ce pavillon contient de l'air de masse volumique μ_0 et de compressibilité adiabatique χ_0.



1. En considérant une tranche de fluide contenue dans le pavillon et comprise entre les plans d'abscisse x et $x + \mathrm{d}x$, effectuer un bilan de masse afin d'obtenir l'équation de conservation de la masse dans un tuyau de section variable.
2. En déduire l'équation de propagation dans le pavillon relative à la pression acoustique $p(x,t)$.
3. On considère le cas particulier d'un pavillon exponentiel pour lequel $S(x) = S_0 \mathrm{e}^{mx}$ (où S_0 et m sont deux constantes positives). Comment s'écrit l'équation de propagation dans ce cas particulier ?
4. On considère une OPPH se propageant dans le sens des x croissants. La pression acoustique peut se mettre sous la forme $\underline{p}(x,t) = p_0 \exp\left[j(\omega t - \underline{k}x)\right]$ où $\underline{k}$ est a priori complexe.

   (a) Déterminer la relation de dispersion liant $\underline{k}$ et ω.

(b) En déduire qu'il existe une pulsation de coupure ω_c en dessous de laquelle aucune propagation n'est possible. Donner son expression.

(c) Dans le cas où il y a propagation, déterminer la vitesse de phase de l'onde.

5. Calculer la section maximale que doit avoir le pavillon de géométrie exponentielle pour transmettre les sons de fréquence supérieure à $f_c = 500$ Hz sachant que la section minimale du pavillon est $S_0 = 3,0$ cm^2, la longueur du pavillon $x_0 = 10$ cm et la célérité du son dans l'air $c = 340$ m.s^{-1}.

Problème : La bouteille qui chante

Lorsqu'on remplit une bouteille d'eau, on constate que le son qu'elle émet est de plus en plus aigu. Interpréter à l'aide d'un modèle sommaire.