On montre alors que dans ce cas, le plus général, l'extrémité du vecteur $\vec{E}$ décrit une ellipse dont le petit axe et le grand axe ne correspondent pas nécessairement à $\vec{u_x}$ et $\vec{u_y}$.

On parle dans cette situation de polarisation elliptique, on dit que l'onde est polarisée elliptiquement.

Voir doc.

② Sens de polarisation

Déf : si $\vec{u}$ correspond au sens de propagation de l'OPPH, alors on dit que la polarisation est elliptique...

- gauche si le sens de parcours de l'ellipse est trigonométrique (défini par $\vec{u}$ ⇔ du point de vue de l'observateur qui reçoit l'onde)
- droite si le sens de parcours de l'ellipse est horaire

Comment déterminer le sens de polarisation connaissant l'expression de $\vec{E}$?

→ on calcule $\frac{\partial E_y}{\partial t}$ en $z = 0$ et $t = 0$.

$$\cancel{\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\omega E_{0y} \sin(\omega t - kz - \varphi)}$$

$$\cancel{\left.\frac{\partial E_y}{\partial t}\right|_{\substack{z=0\\t=0}} = -\omega E_{0y} \sin(-\varphi)}$$

$$= \underbrace{\omega E_{0y}}_{\geq 0} \sin(\varphi)$$

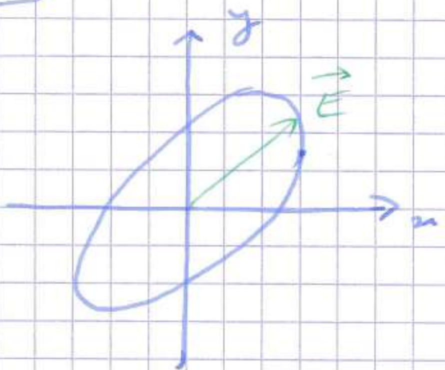
Sur un exemple :

$$\vec{E} = \underbrace{E_{0x}}_{>0} \cos(\omega t - kz)\,\vec{u}_x + \underbrace{E_{0y}}_{>0} \cos\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{4}\right)\vec{u}_y$$

* En $z = 0$, à $t = 0$

$$\vec{E}(0,0) = \underbrace{E_{0x}}_{>0}\,\vec{u}_x + \underbrace{E_{0y} \cdot \underbrace{\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)}_{=\frac{\sqrt{2}}{2}}}_{>0}\,\vec{u}_y$$

donc $\vec{E}(0,0)$ se situe ds le 1er cadran.



* $\dfrac{\partial E_y}{\partial t} = -\omega E_{0y} \sin\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{4}\right)$

d'où $\left.\dfrac{\partial E_y}{\partial t}\right|_{\substack{z=0\\t=0}} = -\omega E_{0y} \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \underbrace{\omega E_{0y} \sin(\pi/4)}_{>0}$

donc $E_y \nearrow$ donc sens trigo donc polar gauche

Cohérent avec doc.

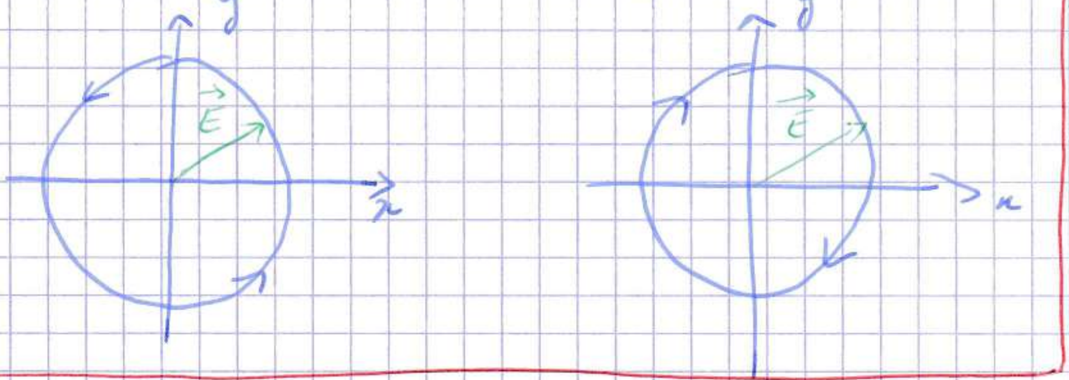
3) Polarisation circulaire

Dans le cas particulier pour lequel $E_{0x} = E_{0y}$ et $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ on obtient des polarisations circulaires :

$$\boxed{\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos(\omega t - kz) \\ E_0 \sin(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad \vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos(\omega t - kz) \\ -E_0 \sin(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}}$$

Polarisation circulaire gauche — Polarisation circulaire droite

(B)



(savoir reconnaître)

4) Polarisation rectiligne

(le raisonnement qui suit peut se faire également pour $\varphi = \pi$).

Partant de la polarisation elliptique, et faisant $\varphi = 0$:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} \cos(\omega t - kz) \\ E_{0y} \cos(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ 0 \end{pmatrix} . \cos(\omega t - kz)$$

La figure décrite par l'extrémité de $\vec{E}$ est un segment de droite. Posons α l'angle formé par ce segment avec l'axe (Ox) :

$$\vec{E} = \left(E_{0x} \vec{u_x} + E_{0y} \vec{u_y} \right) . \cos(\omega t - kz)$$

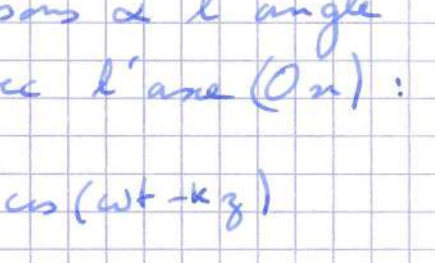
$$\vec{E} = E_0 \left[\cos(\alpha) \vec{u_x} + E_0 \sin(\alpha) \vec{u_y} \right] . \cos(\omega t - kz)$$

(B)

Polarisation rectiligne

$\vec{E} = \vec{E_0} . \cos(\omega t - kz)$

où $\vec{E_0}$ est un vecteur fixe.



reconnaître

Rq : il y aurait éventuellement pu avoir une phase à l'origine pour les 2 cosinus, auquel cas l'écriture générale serait :

$$\vec{E} = \vec{E_0} \cdot \cos(\omega t - kz - \varphi)$$

IV / Aspects énergétiques

Ds tt ce §, on s'intéresse à une OPPH de vecteur d'onde $\vec{k} = k.\vec{u}$, où $\vec{u}$ indique la direction de propagation.

1) Densité volumique d'énergie

* densité volumique d'énergie électrique :

$$u_e = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \quad \text{(en un pt M, à l'instant t)}$$

* densité volumique d'énergie magnétique :

$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Or d'après l'étude de la structure des OPPH, en norme, $B = \frac{E}{c}$. D'où :

$$u_m = \frac{E^2}{2c^2\mu_0} \quad \text{. Mais } \frac{1}{c^2\mu_0} = \varepsilon_0 \text{, donc :}$$

$$u_m = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} = u_e$$

Conclu :

Pour une OPPH dans le vide, l'énergie électromagnétique est également répartie entre énergie électrique et énergie magnétique

2) Vecteur de Poynting

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \left(\frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c} \right)$$

$$= \frac{1}{\mu_0 c} \left[(\vec{E} \cdot \vec{E}) \vec{u} - \underbrace{(\vec{E} \cdot \vec{u})}_{=0} \vec{E} \right]$$

$$\boxed{\vec{\Pi} = \varepsilon_0 c E^2 \vec{u}}$$

Conclu :

La direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation sont identiques

Le flux de puissance électromagnétique se fait donc dans la même direction que la propagation, vu si les chp $\vec{E}$ et $\vec{B}$ st transverses.

De plus : $u_{em} = u_e + u_m = 2 u_e = \varepsilon_0 E^2$

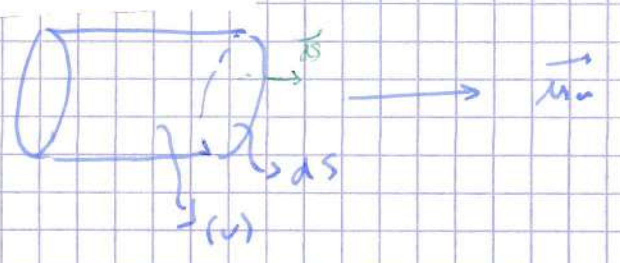
donc $E^2 = \frac{u_{em}}{\varepsilon_0}$

On en déduit :

$$\boxed{\vec{\Pi} = c \, u_{em} \vec{u}}$$

Cette relation traduit le fait que l'énergie associée à une OPPH se déplace à la vitesse c.

En effet :



énergie qui traverse dS entre t et t+dt :

$\delta\mathcal{E} = \vec{\Pi}.\vec{dS}\ dt = c\,u_{em}\ dt$

Mais c'est aussi l'énergie contenue ds le volume (v) :

$\delta\mathcal{E} = u_{em} . dS . v_e . dt$

D'où $\boxed{v_e = c}$

3) Lien avec le modèle corpusculaire de la lumière

Dans le modèle corpusculaire de la lumière, celle-ci est modélisée par des particules appelées photons se déplaçant à la vitesse c dans le vide, et possédant une énergie

$E_\gamma = h.\nu = \hbar.\omega$ (relation de Planck-Einstein)

avec $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ et $h = 6{,}62.10^{-34}$ J.s

On note n la densité volumique de photons, qui dépend en tte généralité de l'espace et du temps : $n = n(M,t)$, avec $[n] = m^{-3}$.

La densité volumique d'énergie u_{em} en un point M donné est alors liée simplement à n et E_γ selon :

$$\boxed{\begin{aligned} u_{em} &= n.E_\gamma \\ u_{em} &= n.h.\nu \end{aligned}}$$ savoir retrouver

Le vecteur de Poynting (modèle ondulatoire de la lumière) peut alors être relié à l'énergie d'un photon (modèle corpusculaire) selon :

$$\vec{\Pi} = n_{em}\, c\, \vec{u}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{\Pi} &= n\, E_\gamma \,.\, c\, \vec{u} \\ \vec{\Pi} &= n \,.\, h\nu \,.\, c\, \vec{u}\end{aligned}}$$

Savoir retrouver

On pourra donc par la suite procéder à des bilans d'énergie via le flux du vecteur de Poynting ou via un flux de photons, ce qui est équivalent.

4) Ordres de grandeur

Bréal

En norme on a $\Pi = \varepsilon_0 . c . E^2$ soit $E = \sqrt{\frac{\Pi}{\varepsilon_0 c}}$.

Π : puissance surfacique ($W.m^{-2}$) ; E : champ électrique ($V.m^{-1}$)

* laser hélium-néon :
  $\boxed{\Pi \sim 2.10^5\ W.m^{-2}}$ soit $E \sim 8.10^3\ V.m^{-1}$

* flux solaire moyen :
  $\boxed{\Pi \sim 500\ W.m^{-2}}$ soit $E \sim 400\ V.m^{-1}$

* téléphone portable, de surface $\sim 50\ cm^2$ qui reçoit une puissance de $\sim 1\ \mu W$:
  $\boxed{\Pi \sim 2.10^{-4}\ W.m^{-2}}$ soit $E \sim 0{,}2\ V.m^{-1}$