Exercice 1 : Question de cours
Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Établir les équations de propagation des champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ dans le vide.
2. Établir la structure d'une OPPH dans le vide.

Exercice 2 : Structure et représentation graphique d'une OPPH PR
Une onde électromagnétique plane progressive harmonique se propage dans le vide avec le vecteur d'onde $\overrightarrow{k} = k\overrightarrow{u_x}$. On donne l'amplitude complexe du champ magnétique $\overrightarrow{\underline{B}}_0 = B_0\overrightarrow{u_z}$.

1. Donner l'expression complète des ondes de champ électrique $\overrightarrow{E}(x,t)$ et magnétique $\overrightarrow{B}(x,t)$ en fonction des seuls paramètres B_0, k et c.
2. Cette onde est-elle polarisée rectilignement ?
3. Représenter en trois dimensions l'allure de la distribution des champs électriques et magnétiques à $t = 0$ sur l'axe (Ox).
4. Même question à la date $t_1 = \frac{\pi}{2kc}$.

Exercice 3 : Vecteur de Poynting pour une onde stationnaire
Une onde électromagnétique stationnaire dans le vide a pour champ électrique :

$$\overrightarrow{E}(z,t) = E_0 \cos(\omega t)\sin(kx)\overrightarrow{u_y}.$$

1. Déterminer le champ magnétique (il n'y a pas de champ magnétique permanent).
2. En déduire le vecteur de Poynting $\overrightarrow{\Pi}(z,t)$.
3. Calculer sa valeur moyenne temporelle et commenter.

Exercice 4 : Décomposition d'ondes polarisées
On considère une OPPH polarisée se propageant selon l'axe (Oz).

1. Montrer qu'une onde plane progressive harmonique polarisée circulairement est la somme de deux OPPH polarisées rectilignement.
2. Montrer qu'une onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement est la somme de deux OPPH polarisées circulairement.

Exercice 5 : Analyse de polarisation
Déterminer l'état de polarisation (y compris le sens si c'est pertinent) des ondes suivantes :

$$\overrightarrow{E}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2E_0\cos(\omega t - kx) \\ E_0\cos(\omega t - kx) \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{E}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0\cos(\omega t + kx) \\ E_0\sin(\omega t + kx) \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{E}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0\cos(\omega t - kx) \\ E_0\sin(\omega t - kx - \frac{\pi}{6}) \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{E}_4 = \begin{pmatrix} E_0\cos(\omega t - ky) \\ 0 \\ -E_0\sin(\omega t - ky) \end{pmatrix}$$

Exercice 6 : Étude de l'OPPM associée à un rayon laser
Pour une version similaire à cet exercice, mais non guidée et demandant plus d'initiatives, on se reportera au problème n°1.

On considère un faisceau laser de puissance moyenne $< P >= 1$ mW et de section $s = 4$ mm^2 (type de laser utilisé en TP) modélisé par une onde électromagnétique monochromatique (autrement dit harmonique) dont le champ électrique est de la forme $\overrightarrow{E}(z,t) = E_0 \cos(k(z - ct) + \phi_0)\overrightarrow{e_x}$.

1. Décrire précisément les différents termes intervenant dans cette écriture et leur sens physique. Décrire l'état de polarisation. Montrer, en écrivant la relation de dispersion (que l'on commentera) liant la norme du vecteur d'onde k à la pulsation ω, que l'on peut écrire de façon équivalente $\overrightarrow{E}(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \phi_0)\overrightarrow{e_x}$. Exprimer la vitesse de phase de l'onde et commenter.
2. Exprimer le champ magnétique $\overrightarrow{B}(z,t)$ attaché à cette onde.
3. Exprimer le vecteur de Poynting $\overrightarrow{R}$. En déduire l'expression littérale de l'amplitude du champ électrique E_0 en fonction de $< P >$ et de s, de la célérité de la lumière dans le vide et de ϵ_0. Donner sa valeur numérique.

Exercice 7 : Pression de radiation

Soit une onde plane, monochromatique, de fréquence ν se propageant dans la direction et le sens de $\overrightarrow{u_x}$, dont le champ électrique est $\overrightarrow{E}(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kx)\overrightarrow{u_y}$. On rappelle que l'éclairement $\mathcal{E}$ est la puissance moyenne qui traverse une surface d'aire unité perpendiculaire à la direction de propagation.

1. Exprimer $\mathcal{E}$ en fonction de ϵ_0, c et E_0.
2. On considère cette onde comme un faisceau de photons se propageant dans la direction et le sens de $\overrightarrow{u_x}$.
   (a) Exprimer le nombre N_0 de photons traversant par unité de temps l'unité de surface perpendiculaire à Ox en fonction de $\mathcal{E}$ et de ν.
   (b) L'onde arrive sur une surface plane perpendiculaire à Ox, d'aire S, parfaitement réfléchissante. On étudie le rebondissement des photons sur cette surface.
   Quelle est la quantité de mouvement reçue par la paroi au cours d'un choc photon-paroi ?
   Quelle est la force subie par la paroi en fonction de $\mathcal{E}$, S et c ?
   Exprmier la pression p subie par la paroi en fonction de $\mathcal{E}$ et c puis en fonction de ϵ_0 et E_0.
   (c) Reprendre la question ci-dessus lorsque la paroi est parfaitement absorbante.
   (d) Calculer $\mathcal{E}$, E_0 et p sur une paroi absorbante pour un laser ayant un diamètre $d = 5,00$ mm et une puissance moyenne $\mathcal{P} = 100$ W (laser utilisé industriellement pour la découpe de feuilles). Commenter.

Problème n°1 : (∗) Laser mégajoule

Le laser dit « mégajoule », mis en service à Bordeaux à la fin des années 1990 dans le but de modéliser les effets des charges nucléaires en se passant désormais de véritables explosions, délivre une énergie de $\mathcal{E} = 2$ MJ par impulsions de durée τ de l'ordre de la nanoseconde. Il est focalisé sur une aire $s \approx 1$ mm^2. Évaluer le champ électrique E_0 correspondant. En comparant E_0 à un autre champ électrique, justifier que la matière s'ionise totalement sur le trajet du laser, se transformant ainsi en plasma.

Problème n°2 : (∗) Quantité de mouvement et moment cinétique du photon

On considère l'interaction entre une onde électromagnétique $\left(\vec{E}(z,t), \vec{B}(z,t)\right)$ plane, progressive, harmonique, de période $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{1}{\nu}$, se propageant dans le vide selon la direction et le sens de Oz et une particule ponctuelle de charge q et de masse m, animée - sous l'action de la force de Lorentz et d'autres forces non décrites ici - d'un mouvement périodique de période T dans le plan $z = 0$ par rapport au référentiel galiléen $\mathscr{R} = (O,x,y,z)$. La polarisation de l'onde et le mouvement forcé ne sont pas *a priori* rectilignes.
On rappelle que : $\vec{a} \wedge \left(\vec{b} \wedge \vec{c}\right) = \left(\vec{a} \cdot \vec{c}\right)\vec{b} - \left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right)\vec{c}$, pour trois vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ quelconques.

1. Exprimer, en notation réelle et dans le cas d'une polarisation quelconque, les composantes du champ électrique $\vec{E}(z,t)$. En déduire les composantes du champ magnétique $\vec{B}(z,t)$. Que vaut $\displaystyle\int_{t_0}^{t_0+T} \vec{E}(z,t)\,\mathrm{d}t$ où t_0 est un instant quelconque ?

2. a. Exprimer la force de Lorentz $\vec{F}$ subie par la particule.
Montrer que $\displaystyle\int_{t_0}^{t_0+T} \vec{F}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{c}\left(\int_{t_0}^{t_0+T} \left(q\vec{E}(0,t)\cdot\vec{v}\right)\,\mathrm{d}t\right)\vec{u}_z$, où t_0 est un instant quelconque.

b. En déduire une relation entre la quantité de mouvement $\vec{p}_{\mathrm{cd}}$ et l'énergie $\mathscr{E}_{\mathrm{cd}}$ cédées en une période par le champ à la particule.

c. En considérant que la particule absorbe des photons d'énergie $h\nu$, trouver l'expression de la quantité de mouvement des photons.

3. Pour déterminer le moment cinétique selon la direction de propagation des photons on s'intéresse à la projection sur Oz du moment cinétique cédé par l'onde à la particule en une période : $L_{Oz,\mathrm{cd}} = \displaystyle\int_{t_0}^{t_0+T} \left(\overrightarrow{OP} \wedge \vec{F}\right)\cdot\vec{u}_z\,\mathrm{d}t$ où P est toujours la position instantanée de la particule.

a. Montrer que : $L_{Oz,\mathrm{cd}} = -q\displaystyle\int_{t_0}^{t_0+T} \overrightarrow{OP}\cdot\left(\vec{u}_z \wedge \vec{E}(0,t)\right)\,\mathrm{d}t$.

On utilisera la propriété suivante : $\left(\vec{a} \wedge \vec{b}\right)\cdot\vec{c} = \left(\vec{c} \wedge \vec{a}\right)\cdot\vec{b}$ pour trois vecteurs quelconques $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$.

Dans la suite de cette question, on considère le cas où l'onde est polarisée circulairement gauche.

b. Relier dans ce cas $\dfrac{\mathrm{d}\vec{E}(0,t)}{\mathrm{d}t}$ à $\vec{u}_z \wedge \vec{E}(0,t)$.

c. Trouver, en intégrant par parties l'intégrale précédente, une relation entre $L_{Oz,\mathrm{cd}}$, $\mathscr{E}_{\mathrm{cd}}$ et ω.

d. En déduire l'expression du moment cinétique selon Oz des photons associés à cet état de polarisation.

4. Donner, sans nouveau calcul, le moment cinétique selon Oz des photons associés à l'état de polarisation circulaire droit.