

Com :

- * la situation diffère du plasma de la
domaine réactif pour lequel l'onde était
stationnaire !

- * l'OEM pénètre d'autant moins dans le conducteur ohmique (δ petit) que sa fréquence est grande
ou que la conductivité du conducteur est grande.
- * $\delta = \sqrt{\epsilon} t$ donc les courants sont localisés en surface!

épaisseur

ODG :

- * pour $f = 50 \text{ Hz}$ (réseau domestique) et pour
la cuivre ($\gamma = 5,96 \cdot 10^3 \text{ S.m}^{-1}$), avec
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$:

$$\boxed{\delta \sim 1 \text{ cm}}$$

$$(50 \text{ Hz})$$

$$\Rightarrow$$

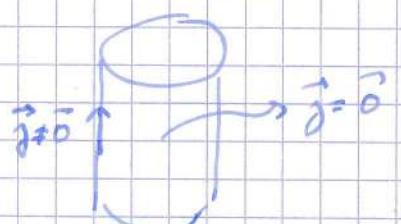
courant volumique
si $\delta < 1 \text{ cm}$

$$\star \delta \sim 10 \mu\text{m}$$

$$(50 \text{ MHz})$$

courant superficiel

Consequence : augmentation
de la résistance à
haute fréquence.



III / Réflexion et transmission d'une OEPH à l'interface entre deux milieux

1) Cas général

② Postion du plan normal



On considère une OEPH de type OEPH se propageant dans le sens des x croissants, incidente sur le plan $n=0$.

Pour simplifier les calculs, on se restreint au cas de l'incidence normale.

On admet que dans cette configuration, le champ électromagnétique $\{\vec{E}, \vec{B}\}$ est continu à l'interface à tout instant

On cherche donc des ondes, dans les milieux 1 et 2, de mêmes pulsations ω et avec $k_1 = \frac{\omega}{c} n_1$ et $k_2 = \frac{\omega}{c} n_2$.

③ Expressions des champs

les deux \vec{E} et \vec{B} et reliés dans chaque milieu par :

$$\vec{\omega}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ soit } -i\vec{k} \wedge \vec{E} = -i\omega \vec{B}$$

ou encore $\vec{B} = \frac{i\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$

Rq: de la sorte on pourrait écrire $\omega = kc$ et donc

$$\vec{B} = \frac{i\vec{n} \wedge \vec{E}}{c}, \text{ mais pas ici!}$$

Def: coeff. de réflexion et transmission en amplitude (idem ondes acoustiques) pour le champ électrique:

$$\boxed{\begin{aligned} r &= \frac{E_r}{E_i} \xrightarrow[v_m^{-1}]{} & \text{et} & \quad t = \frac{E_t}{E_i} \\ \checkmark \end{aligned}}$$

Dans la suite on prendra $E_i = E_0$, et donc
 $E_r = r E_0$ et $E_t = t E_0$.

* Onde incidente

$$\vec{E}_i = E_0 e^{i(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{x})} \xrightarrow{\vec{n}_i}$$

$$\vec{B}_i = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_i}{\omega} = n_i \frac{E_0}{c} e^{i(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{x})} \xrightarrow{\vec{n}_i} \left(n = \frac{kc}{\omega} \right)$$

* Onde réfléchie

$$\vec{E}_r = r E_0 e^{i(\omega t + \vec{k}_r \cdot \vec{x})} \xrightarrow{\vec{n}_r}$$

$$\vec{B}_r = -\vec{k}_r \wedge \vec{E}_r = -n_r r \frac{E_0}{c} e^{i(\omega t + \vec{k}_r \cdot \vec{x})} \xrightarrow{\vec{n}_r}$$

Onde transmise

$$\vec{E}_t = \underline{\epsilon} E_0 e^{i(\omega t - k_z n)} \vec{n_y}$$

$$\vec{B}_t = \frac{\vec{k}_z \wedge \vec{E}_t}{\omega} = \underline{n}_z \cdot \underline{\epsilon} \frac{E_0}{c} e^{i(\omega t - k_z n)} \vec{n_y}$$

④ Expressions des coefficients de réflexion/transmission

* continuité du champ \vec{E} en $n=0$, en projection sur $\vec{n_y}$:

$$E_i(0, t) + E_r(0, t) = E_t(0, t)$$

$$E_0 e^{i\omega t} + \underline{\epsilon} E_0 e^{i\omega t} = \underline{\epsilon} E_0 e^{i\omega t} \quad \text{rg: impossible}$$

$$\text{avec } \boxed{1 + \underline{\epsilon} = \underline{\epsilon}} \quad (1)$$

$\underline{\epsilon} \neq 0$
et $\omega \neq \omega_c$

(les ϵ forment une famille libre)

* continuité du champ \vec{B} en $n=0$, en projection sur $\vec{n_y}$:

$$B_i(0, t) + B_r(0, t) = B_t(0, t)$$

$$\underline{n}_1 \frac{E_0}{c} e^{i\omega t} - \underline{n}_1 \underline{\epsilon} \frac{E_0}{c} e^{i\omega t} = \underline{n}_2 \underline{\epsilon} \frac{E_0}{c} e^{i\omega t}$$

$$\text{avec } \boxed{\underline{n}_2 - \underline{n}_1 \cdot \underline{\epsilon} = \underline{n}_1 \cdot \underline{\epsilon}} \quad (2)$$

$$\underline{n}_2 \cdot (1) - (2) \text{ donne : } \underline{n}_2 + \underline{n}_2 \underline{\epsilon} - \underline{n}_1 - \underline{n}_1 \underline{\epsilon} = 0$$

Finallement :

$$\boxed{\underline{\epsilon} = \frac{\underline{n}_1 - \underline{n}_2}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2} \quad \text{et} \quad \underline{\epsilon} = \frac{2 \underline{n}_1}{\underline{n}_1 + \underline{n}_2}}$$

BT Savoir retenir

2) Cas d'une interface vide-plasma

(ou air-plasma car indice de l'air proche de celui du vide)

② Du domaine de transparence ($\omega > \omega_{\text{pi}}$)

Dans ce cas, $n_1 = 1$ et n_2 est réel :

$$n_2 = \frac{c}{\omega} k_x \rightarrow n_2 = \sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{pi}}^2}{\omega^2}}$$

Et α et ϵ sont réels : $\alpha = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$ et $\epsilon = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$

Def : on appelle coefficient de réflexion et transmission en puissance (surface) les grandeurs :

$$R = \frac{\langle \vec{\Pi}_r \cdot (-\vec{n}_u) \rangle}{\langle \vec{\Pi}_i \cdot \vec{n}_u \rangle} \quad \text{et} \quad T = \frac{\langle \vec{\Pi}_t \cdot \vec{n}_u \rangle}{\langle \vec{\Pi}_i \cdot \vec{n}_u \rangle}$$

* onde incidente : (passage en grandeurs réelles)

$$\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - k_z z) \vec{u}_y$$

$$\vec{B}_i = n_1 \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - k_z z) \vec{u}_z$$

$$\vec{\Pi}_i : \vec{\Pi}_i = \frac{\vec{E}_i \wedge \vec{B}_i}{\mu_0}$$

$$\vec{\Pi}_i = n_1 \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - k_z z) \vec{u}_x$$

$$\text{et } \langle \vec{\Pi}_i \cdot \vec{n}_u \rangle = \frac{n_1 E_0^2}{2 \mu_0 c}$$

* Onde réfléchie:

(en raisonnement)

$$\langle \vec{\Pi}_r \cdot (-\vec{n}_n) \rangle = \frac{n_1 n^2 E_0^2}{2 \mu_0 c}$$

* Onde transmise

$$\langle \vec{\Pi}_t \cdot \vec{n}_n \rangle = \frac{n_2 t^2 E_0^2}{2 \mu_0 c}$$

D'après: $R = n^2$ et $T = \frac{n_2 t^2}{n_1}$

Finalement:

~~$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$ et $T = \frac{4 n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$~~

Exercice: montrer $R + T = 1$ (conservation d'énergie)

Application:

pour $\omega \gg \omega_p$, $n_2 \approx 1$, d'après

$R \approx 0$ et $T \approx 1$

les OEN sont totalement transmises à travers

un plasma ou l'ionosphère \rightarrow communication possible avec l'espace ! (satellite, sonde spatiale, rover sur Mars...)

① Dans le domaine réactif ($\omega < \omega_p$)

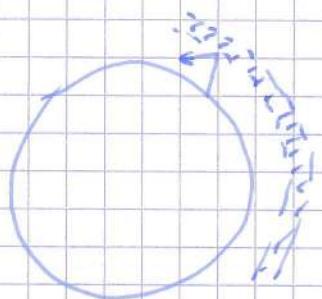
Dans ce cas, on a déjà montré que dans le plasma, $\langle \vec{\Pi} \cdot \vec{n}_n \rangle = 0 = \langle \vec{\Pi}_t \cdot \vec{n}_n \rangle$

(voir § I.4). ②

$$\text{D'où } T = 0 \text{ et } R = 1 - T = 1$$

Dans ce cas les OEW sont totalement réfléchies sur le plasma.

Application: communication terrestre (il faudrait tt de m faire l'étude en incidence oblique ...)



3) Cas d'une interface vide - conducteur homogène
(conductivité nulle constante)

② Dans la limite du conducteur parfait

On a toujours $n_1 = n_2 = 1$

On a monté, avec l'hyp. $\omega \ll \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (basse frq.)
que $k_2 = \frac{1}{\delta} (1-i)$ avec $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$

$$\text{Donc } n_2 = \frac{c k_2}{\omega} = \frac{c}{\omega \delta} (1-i)$$

$$\text{D'où } \Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_1 - \frac{c}{\omega \delta} (1-i)}{n_1 + \frac{c}{\omega \delta} (1-i)}$$

Finalelement

$$\boxed{\Delta = \frac{n_1 \cdot \frac{\omega \delta}{c} - (1-i)}{n_1 \cdot \frac{\omega \delta}{c} + (1-i)}}$$

On va montrer que $T = \frac{2n}{n + \frac{\omega\delta}{c} + (1-i)}$

$$\text{Donc } T = \frac{2n \cdot \frac{\omega\delta}{c}}{n + \frac{\omega\delta}{c} + (1-i)}$$

Déf : lorsque on considère que la conductivité γ d'un conducteur "tend vers l'infini", on le qualifie de parfait (cas limite)

À ω fixé, la conséquence est que $\delta \rightarrow 0$

Dans cette limite, $\begin{cases} \gamma \rightarrow -1 \\ T \rightarrow 0 \end{cases}$

Dans la limite d'une épaisseur de peau nulle (conducteur parfait), à ω fixé, l'OPH incidente ne génère pas à l'intérieur du conducteur. Elle est totalement réfléchie, avec un déphasage de π .

① Dans le domaine visible ("hauts fréquences")

L'approximation $\omega \ll \frac{\delta}{\epsilon_0}$ n'est alors plus valable (exercice: le montre)

Il faut dans ce cas reprendre une étude détaillée faite ls l'ex 6 du chap. EM1.

On montre alors que la conductivité du

métal dépend de la pulsation réel:

$$\Sigma = \frac{\gamma_0}{1 + i \frac{\omega}{\omega_c}}$$

Dans la limite "hauts fréquences" $\omega \gg \omega_c$:

$$\Sigma = \frac{\gamma_0}{i \frac{\omega}{\omega_c}} = \boxed{-i \gamma_0 \frac{\omega_c}{\omega}} \quad (\text{imaginaires pur})$$

On retrouve le même type de conductivité que pour un plasma:

$$\boxed{\Sigma = -i \frac{n e^2}{m \omega}}$$

A.N. dans le visible, la "pulsation plasma" du cuivre vaut de ($n \approx 10^{23} \text{ m}^{-3}$)
 $\omega_p = \sqrt{\frac{n e^2}{\epsilon_0 m}} = 1,8 \cdot 10^{16} \text{ rad.s}^{-1}$.

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$
$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ SI}$$
$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

On dans le domaine visible, $\omega < 7,7 \cdot 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$ (valeur max pour le violet). Donc $\omega < \omega_p$.

Dans le domaine visible, un métal a le même comportement qu'un plasma dans son domaine réactif ($\omega < \omega_p$)

En particulier, en moyenne, l'onde transmise ne transporte pas d'énergie, d'où $T=0$ et $R=1$. La réflexion de l'onde lumineuse sur la surface du métal est totale.

Application: miroirs !