Généralités sur les ondes

Dans ce chapitre, nous allons faire le lien entre l'observation des signaux qui se propagent et la traduction mathématique de cette propagation.

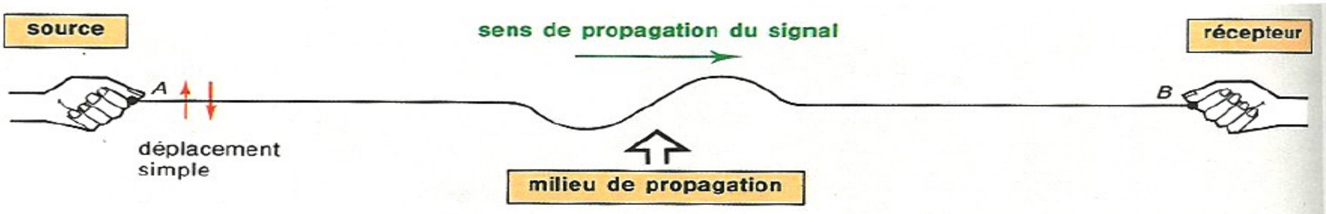
1. Signal et onde

1.1. Exemples et Définitions

■ **Exemple d'un signal mécanique non entretenu:**

Une corde élastique AB est tendue. On veut envoyer un message de A vers B.

Pour cela, on soulève et descend rapidement l'extrémité A, puis on la ramène à sa position initiale. Après un certain intervalle de temps, la personne en B ressent la secousse produite en A (schéma ci-dessous)

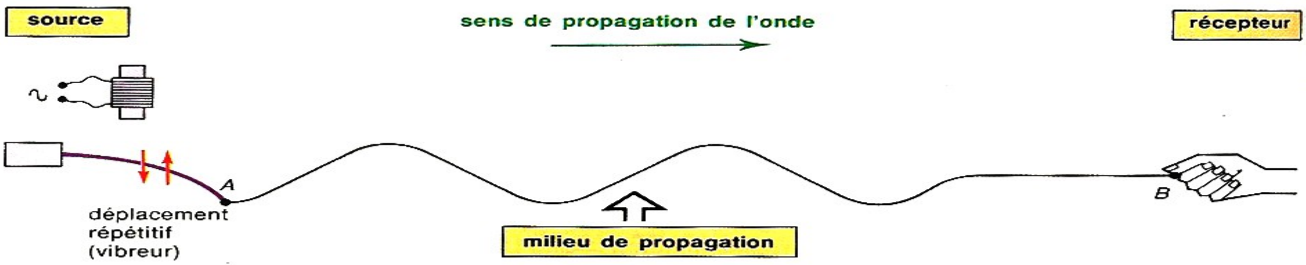


On dit qu'un signal s'est propagé le long de la corde.

■ **Définitions:**

- Un signal est **une déformation de courte** durée émise par une source et reçue par un récepteur.
- La corde qui permet de transmettre le signal constitue ________.
- La personne en A qui crée le signal s'appelle ________.
- La personne en B est ________ du signal.

■ **Exemple d'un signal mécanique entretenu:**



On relie l'extrémité A à un vibreur. A est alors animé **d'un mouvement vibratoire entretenu**. On observe alors la progression d'une déformation sinueuse d'une extrémité à l'autre.

On a obtenu une ________.

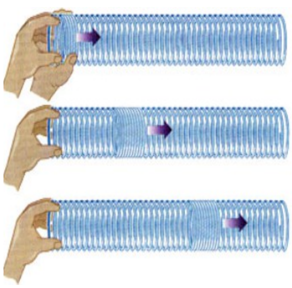
■ **Définitions:**

- **Une onde progressive** est un phénomène vibratoire entretenu qui se propage de proche en proche.
- Une onde est **élastique** quand elle se propage dans un milieu élastique.
- Une onde est **longitudinale quand la déformation est parallèle à la direction de propagation.**
- Une onde est transversale **quand la déformation est orthogonale à la direction de propagation.**

■ **Exemples d'ondes transversales ou longitudinales :**

Un ressort est tenu droit et horizontal, on envisage 2 situations (Fig. ci-dessous) :

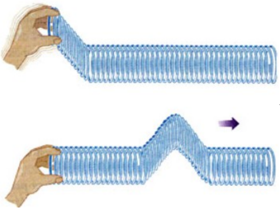
Situation 1



On comprime périodiquement plusieurs spires à gauche et on les lâche simultanément.

Il apparaît une onde ________

Situation 2

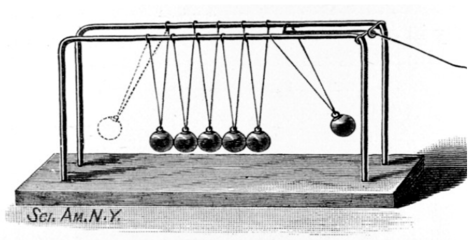


On déplace périodiquement l'extrémité gauche du ressort verticalement vers le haut puis vers le bas,

Il apparaît une onde

Dans les deux situations le milieu de propagation est

■ **Aspect énergétique : expérience du pendule de Newton :**



Collision Balls.

Observation :

La bille de droite vient percuter sa voisine, la bille de gauche est projetée , les billes au centre restant quasiment

Interprétation :

Lorsque la bille vient frapper sa voisine, elle lui transfert son énergie cinétique.

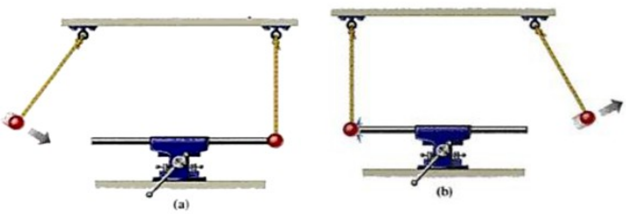
Une onde de compression se propage dans les billes accolées et, lorsqu'elle atteint l'autre extrémité, elle projette la dernière bille.

L'onde est due à la vibration des atomes qui se transfèrent l'énergie cinétique de proche en proche.

Propriété :

Une onde progressive transporte de l'énergie sans transporter de matière.

Autre expérience possible:



Il existe deux grands types d'ondes, les ondes mécaniques et les ondes électromagnétiques.

1.2.Ondes mécanique ou électromagnétique

• **Les ondes mécaniques ont besoin d'un milieu matériel pour se propager.** Au cours de la propagation, c'est la déformation du milieu qui se propage. Pour que cela puisse se faire le milieu doit être élastique .

Les ondes mécaniques sont des ondes élastiques.

■ **Exemples d'ondes mécaniques :**

Ondes	Nature de la perturbation	Milieu de propagation	Longitudinale ou transversale
Le long d'une corde			
sismiques			
sonores			
À la surface de l'eau			

■ :

a)Le son se propage t-il dans le vide ?

➔ *Rep :*

b) Quelles sont les limites des fréquences audibles par l'oreille humaine ?

➔ *Rep :*

c) Quelle est la fréquence du La musical ?

➔ *Rep :*

d) Une fréquence faible correspond à un son grave, une fréquence élevée à un son aigu. Vraie ou faux ?

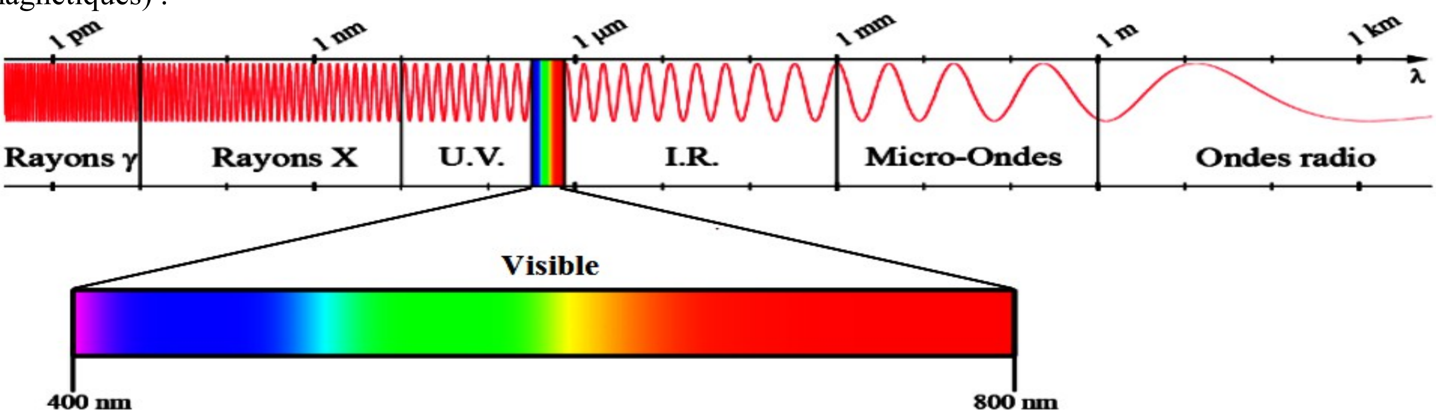
➔ *Rep :*

b) La neige est-elle un milieu élastique ?

➔ *Rep :*

• **Les ondes électromagnétiques** regroupent tous les rayonnements du tableau ci-dessous. Contrairement aux ondes mécaniques, les ondes électromagnétiques n'ont pas besoin d'un milieu matériel pour se propager: la lumière du soleil, de la lune et des étoiles se propage jusqu'à nous à travers le vide interstellaire. Pour ce type de signaux , nous admettrons que :

C'est la variation du champ électrique qui se propage. (accompagnée d'une variation des propriétés magnétiques) .



2. Célérité des ondes

■ **Définition**

On appelle célérité *c* la vitesse de propagation d'un signal ou d'une onde.

■ **Propriétés :**

- La célérité ne dépend pas du mouvement de la source ou de la forme du signal.
- Dans un milieu homogène, la célérité est constante.
- Dans un milieu isotrope à 2 ou 3 dimensions, la célérité est la même dans toutes les directions.
- La célérité d'une onde dépend des propriétés physiques du milieu de propagation.

■ :

a) Les sont aigus se propagent-ils a la même vitesse que les sons graves ? Rep :

b) Dans l'expérience avec le ressort l'onde transversale et l'onde longitudinale ont-elles même vitesse ? Rep :

■ **Valeurs numériques :**

Signal	Milieu	c en $m.s^{-1}$
Son	Air à 0°C sous 1bar	319
	Air à 20°C sous 1 bar	344
	Air à 40°C sous 1 bar	355

	Eau salée à 25°C sous 1bar	1530
	Cuivre	3800
	granite	6000
Lumière	vide	3.10^8
	eau	$2{,}24.10^8$
	verre	$1{,}86.10^8$

Remarques sur la vitesse du son dans l'air :

La vitesse du son dans l'air dépend uniquement de la température de l'air, elle est pratiquement indépendante de la pression et de l'humidité de l'air. La vitesse du son augmente d'environ 0.6m/s pour une augmentation de température de 1 °C

Célérité des ondes dans une corde tendue :

Le long d'une corde tendue, la célérité augmente avec la tension F_T de la corde et diminue avec la masse linéique μ de la corde. La masse linéique représente la masse par unité de longueur, et son unité est donc le

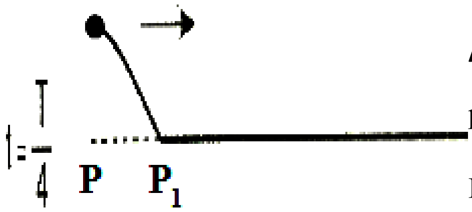
On admet la formule suivante : $\boxed{c=\sqrt{\dfrac{F_T}{\mu}}}$.

3. Onde progressive sinusoïdale

3.1. Analyse : définition de la longueur d'onde

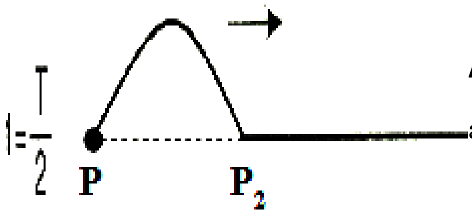
Considérons la propagation d'une onde le long d'une corde tendue, et supposons que le mouvement de **la source en P** soit sinusoïdal de période T. La figure suivante montre l'aspect de la corde à différents instants :

A l'instant t = 0: la corde est immobile. Le point P commence à osciller.



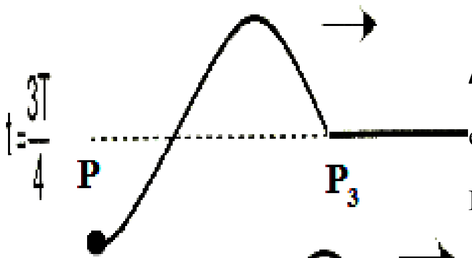
A l'instant $t=\dfrac{T}{4}$: le point P est à son élongation maximale. La perturbation produite en P à t = 0 se trouve maintenant en P_1 .

La perturbation initiale a parcouru la distance $d_1=$



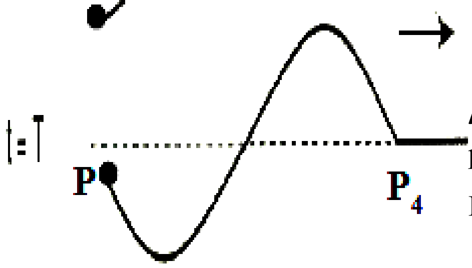
A l'instant $t=\dfrac{T}{2}$: l'élongation du point P est nulle. La perturbation produite en P à t=0 se trouve maintenant en P_2 .

La perturbation initiale a parcouru la distance $d_2=$



A l'instant $t=\dfrac{3T}{4}$: l'élongation du point P est minimale. La perturbation produite en P à t = 0 se trouve maintenant en P_3 .

La perturbation initiale a parcouru la distance $d_3=$



A l'instant $t=T$: la source a effectué une oscillation complète. La perturbation produite en P à t=0 se trouve maintenant en P_4 .

La perturbation initiale a parcouru la distance $d_4=$

Cette distance d_4 s'apelle la longueur d'onde, on la note λ .

■ **Définition de la longueur d'onde:**

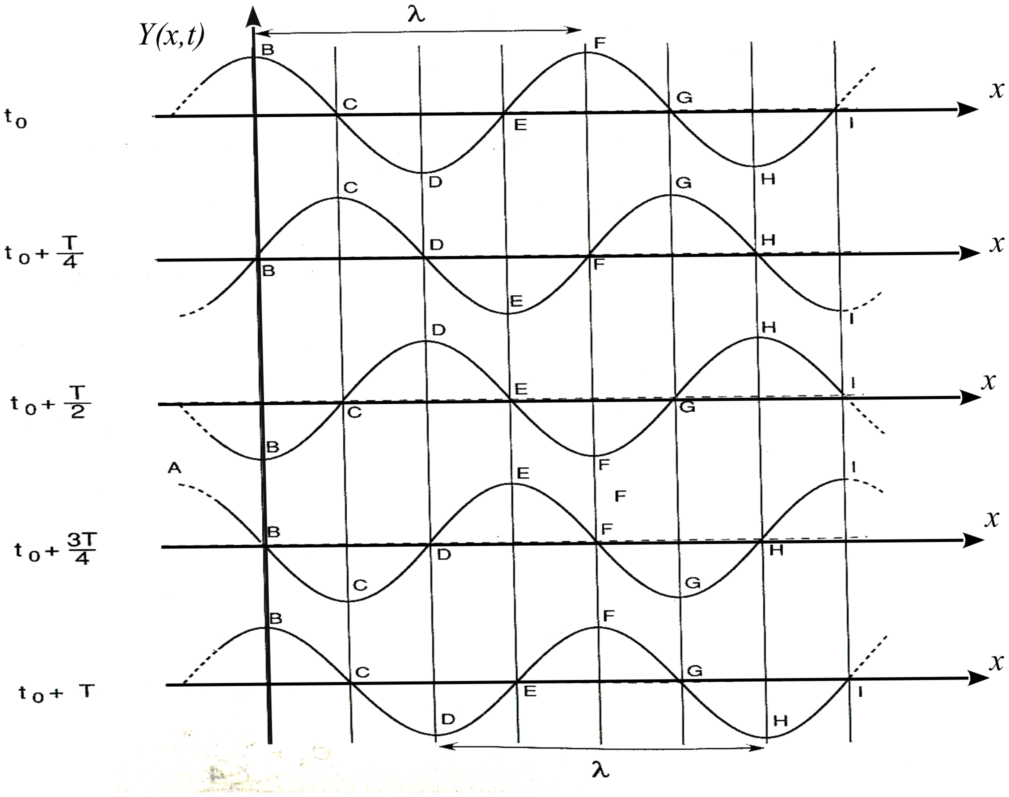
La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde en une période d'oscillation *T* de la source :

Relation mathématique associée:

Une onde possède une double périodicité : spatiale et temporelle :

3.2.Périodicité spatiale

La figure suivante montre **des photographies de la corde à différents instants**.



Certains points sont toujours dans le même état d'élongation :

Exemples :

■ **Définition :**

Les points ayant toujours le même état d'élongation oscillent en phase ou en concordance de phase.

■  **:** Quelle est la distance d séparant les points ci dessus vibrant en phase ? Rep : d =

■ **Propriété :**

La distance d séparant des points vibrant en phase est toujours un multiple entier de la longueur d'onde.

Relation mathématique :

La longueur d'onde λ s'appelle la période spatiale.

Certains points ont à chaque instant des élongations opposées.

Exemples :

■ **Définition :**

Les points ayant toujours des élongations opposées vibrent en opposition de phase.

■ **:** Quelle est la distance d séparant les points ci dessus vibrant en opposition de phase ?

Rep :

Propriété :

La distance d séparant deux points oscillant en opposition de phase est un multiple impaire de la demie longueur d'onde .

Relation mathématique :

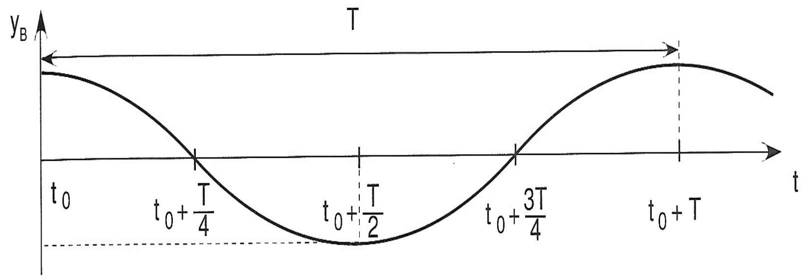
Expression mathématique des oscillations pour $t_0 = 0$:

Si l'on suppose la déformation de la corde sinusoïdale, $x_B = 0$, $t_0 = 0$ et l'amplitude des oscillations égale à Y_m alors : , l'élongation en fonction de x est de la forme :

On vérifie dans ce cas que B et F ont l'amplitude maximum et D une amplitude minimale.

3.3.Périodicité temporelle

Considérons maintenant **un seul point de la corde**, par exemple le point B, et représentons **son élongation au cours du temps**. On obtient la figure suivante :



Cette figure représente donc $Y_B(t)=Y_M(0,t)$. On constate que ce point déterminé de la corde reprend la même élongation et se déplace dans le même sens, à intervalles de temps réguliers T.

Propriété :

La période T est la période temporelle.

Tout point de la corde vibre avec la même période d'oscillation que la source.

Expression mathématique :

Si l'on suppose la déformation de la corde sinusoïdale, $t_0 = 0$ et l'amplitude des oscillations égale à Y_m alors : , l'élongation en fonction du temps pour le point B est de la forme:

.

4. Expression mathématique de la propagation

On se limite au cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive.

4.1. Analyse temporelle

on étudie l'élongation des oscillations en un point donné.

Cas d'une propagation dans le sens des *x* croissants

Soit une onde se propageant selon un axe Ox dans le sens des x croissants.

L'élongation des oscillations est du type : $Y^+(x,t)$.

Propriété

Si l'élongation des oscillations à l'abscisse *x = 0* est donnée par la fonction *f(t),* c'est à dire $Y^+(0,t)=f(t)$, alors pour x ≠ 0 l'élongation des oscillations est donnée par $Y^+(x,t)=f(t-\frac{x}{c})$.

Démonstration

On suppose que l'élongation des oscillations en O est une fonction du temps *f(t)* telle que de la forme : $Y^+(0,t)=f(t)$.

Pour atteindre un point M situé à l'abscisse *x>0* l'onde met le temps : $\Delta t=\frac{x}{c}$.

M reproduit le mouvement de O avec un retard Δt.

L'élongation du point M à la date *t* est égale à celle de la source en O à la date $t-\Delta t=t-\frac{x}{c}$:

$$\boxed{Y^+(x,t)=Y^+(O,t-\frac{x}{c})=f(t-\frac{x}{c})}.$$

Cette relation établie dans le cas où x> 0 est valable pour x <0 (il y a dans ce cas une avance de phase).

Cas d'une propagation dans le sens des *x* décroissants

Si l'élongation des oscillations à l'abscisse *x = 0* est donnée par la fonction *f(t),* c'est à dire $Y^-(0,t)=f(t)$, alors pour x ≠ 0 l'élongation des oscillations est donnée par $Y^-(x,t)=f(t+\frac{x}{c})$.

4.2. Analyse spatiale

on étudie l'élongation des oscillations à t fixé.

Cas d'une propagation dans le sens des *x* croissants

Soit une onde se propageant selon un axe Ox dans le sens des x croissants.

L'élongation des oscillations est du type : $Y^+(x,t)$.

Propriété

Si l'élongation des oscillations à t=0 est donnée par la fonction *g(x)* , c'est à dire $Y^+(x,0)=g(x)$, alors pour t ≠ 0 l'amplitude des oscillations est donnée par $Y^+(x,t)=g(x-ct)$.

Démonstration

A t = 0 on suppose que tout point M d'abscisse *x* a une élongation de la forme $Y^+(x,0)=g(x)$.

A l'instant t l'onde aura parcouru la distance : $\boxed{d = ct}$.

L'élongation du point M d'abscisse *x à l'instant t* est égale à celle du point M' à l'abscisse *x- ct à t = 0*:

$\boxed{Y^+(x,t) = Y^+(x-ct,0) = g(x-ct)}$.

<u>Cas d'une propagation dans le sens des *x* décroissants</u>

Si l'élongation des oscillations à t=0 est donnée par la fonction *g(x)* , c'est à dire $Y^-(x,0) = g(x)$, alors pour t ≠ 0 l'élongation des oscillations est donnée par $Y^+(x,t) = g(x+ct)$.

<u>Conclusion générale</u>

Toute onde se propageant à la vitesse c :

- **dans le sens des x croissants est définie par une fonction du type: $f(t-\frac{x}{c})$ ou $g(x-ct)$.**
- **dans le sens des x décroissants est définie par une fonction du type: $f(t+\frac{x}{c})$ ou $g(x+ct)$.**

<u>Rem :</u> $Y^+(x,t)$ représente une grandeur physique (élongation, surpression....).

f et *g* sont des fonctions analytiques (sin, exp...) qui représentent les variations de $Y^+(x,t)$

4.3.<u>Analyse spatiale et temporelle d'une onde progressive sinusoïdale</u>

(exemple de cours 1)

<u>Énoncé</u>

Une onde progressive sinusoïdale se propage le long d'une corde dans le sens des *x* croissants.

1) On relève l'ordonnée du point d'abscisse $x = 0$ pour différents instants. La modélisation des valeurs expérimentales conduit à l'expression mathématique de l'onde en $x=0$: $Y^+(0,t) = X_m \sin \omega t$.

a) Quelle type d'analyse fait-on ?

b) Montrer que l'onde en tout point d'abscisse *x* s'écrit : $Y^+(x,t) = X_m \sin(\omega t - kx)$ ou *k* est un paramètre à déterminer appelé vecteur d'onde.

2) On photographie la corde à t = 0. La modélisation mathématique de l'onde conduit à l'expression mathématique : $Y^+(x,0) = -X_m \sin(2\pi \frac{x}{\lambda})$.

a) Quelle type d'analyse fait-on ?

b) En déduire l'élongation de la corde en tout point d'abscisse *x :* $Y^+(x,t)$.

3) Montrer l'égalité des expressions établies au 1) et au 2). Commenter

5. Déphasage du à la propagation

5.1. Détermination d'un déphasage à partir de l'expression mathématique

Soit un signal se propageant dans le sens des x croissants tel que $\boxed{Y^+(x,t)=X_m\cos(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{\lambda}x)}$.

Soient 2 points :

M_1 d'abscisse x_1 : $\boxed{Y^+_{M_1}(x,t)=X_m\cos(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{\lambda}x_1)=X_m\cos(\frac{2\pi}{T}t+\varphi_1)}$

M_2 d'abscisse x_2 : $\boxed{Y^+_{M_2}(x,t)=X_m\cos(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{\lambda}x_2)=X_m\cos(\frac{2\pi}{T}t+\varphi_2)}$

- **Définitions :**

  - **$\varphi_2-\varphi_1$ représente le déphasage le l'onde en M_2 par rapport à M_1 .**
  - **Un déphasage est défini à 2π près. On l'exprime entre -π et +π .**
  - **Si $-\pi<\varphi_2-\varphi_1<0$ l'onde en M_2 est en retard de phase par rapport à l'onde en M_1**
  - **Si $\pi>\varphi_2-\varphi_1>0$ l'onde en M_2 est en avance de phase par rapport à l'onde en M_1**
  - **Si $\varphi_2-\varphi_1=0$ l'onde en M_2 est en phase par rapport à l'onde en M_1**
  - **Si $\varphi_2-\varphi_1=\pm\pi$ l'onde en M_2 est en opposition de phase par rapport à l'onde en M_1**

- **Application :**

  - Soit M_1 tel que : $x_{01}=0$ conduit à l'expression : $\boxed{Y^+(x_{01},t)=5\cos(\frac{2\pi t}{T})}$
  - Soit M_2 tel que $x_{02}=\frac{\lambda}{4}$ conduit à l'expression : $\boxed{Y^+(x_{02},t)=5\cos(\frac{2\pi t}{T}-\frac{\pi}{2})}$

Dans ce cas p : $\varphi_2-\varphi_1=-\frac{\pi}{2}<0$ L'onde en M_2 est en retard de phase.

De part la valeur particulière du déphasage on dit que l'onde en M_2 est en **quadrature retard** par rapport à l'onde en M_1.

5.2. Détermination graphique d'un déphasage

- **Propriété**

  - **La courbe en avance de phase s'annule en premier.**

Le déphasage est du au temps de propagation entre les deux points.

Si le temps de propagation est T, le déphasage est 2π. Pour Δt *(par proportionnalité)* **la valeur absolue du déphasage est $2\pi\frac{\Delta t}{T}$.**

5.3. Détermination du déphasage à partir de la distance entre les 2 points :

- **Propriété**

On peut relier le déphasage à la distance $d=x_{02}-x_{01}$ . .

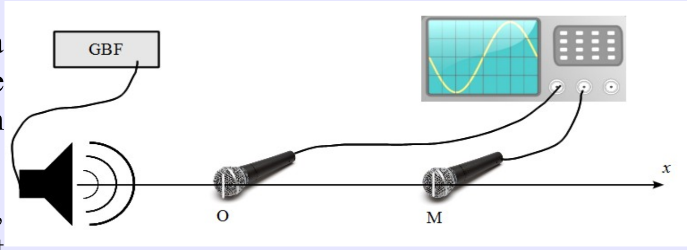
Si les 2 points sont distants de λ, le déphasage est 2π. Pour une distance d, *(par proportionnalité)* **la valeur absolue du déphasage est $2\pi\frac{d}{\lambda}$.**

5.4. Application : émission-réception *(exemple de cours 2)*

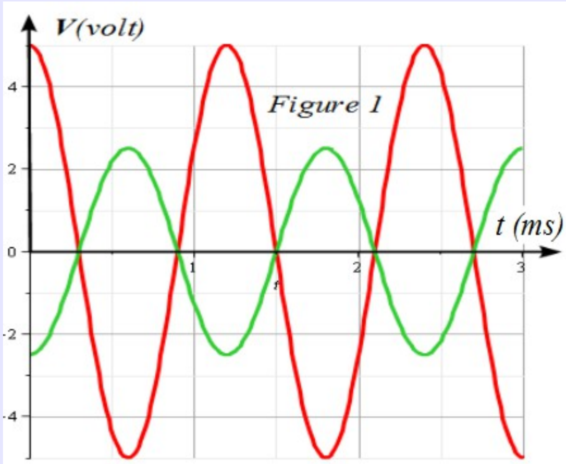
Énoncé :

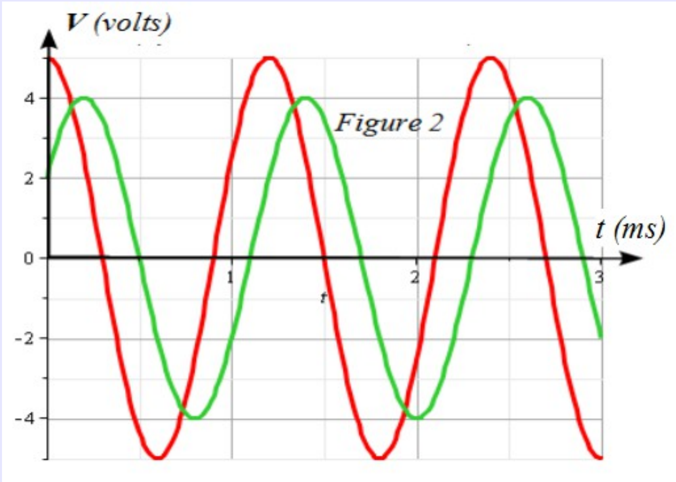
Un haut parleur transforme un signal électrique (tension) en un signal acoustique de même fréquence. Un micro effectue l'opération inverse, il transforme un signal acoustique en un signal électrique de même fréquence (tension).

On observe par l'intermédiaire d'un oscilloscope la tension délivrée par 2 microphones **un fixe en O** et l'autre **mobile en M** captant une onde progressive émise par un haut parleur comme l'indique le schéma ci-dessous.



On suppose que dans les conditions de l'expérience, la vitesse de propagation de l'onde sonore est $c=340 m.s^{-1}$. On a modélisé les tensions délivrées par chacun des micros pour 2 positions x_1 *(figure 1)* et x_2 *(figure 2)* du micro mobile.





1. Quelle est la fréquence et la longueur d'onde de l'onde sonore ?

2. Comment reconnaît-on la tension $V_O(t)$ aux bornes du micro en O et celle du micro en M $V_M(t)$.

3. Sur la *figure 1* que peut-on dire des 2 signaux. Donner l'expression des abscisses x_n donnant ce déphasage. La figure 1 correspond à la plus petite valeur de x_n on la note on la note x_{min}, calculer x_{min}.

4. Déterminer le déphasage $\varphi_O - \varphi_M$ entre les 2 tensions de la figure 2 en fonction de π. Déterminer la plus petite valeur de x notée x'_{min} donnant ce déphasage.