

## Probabilités

Exercices : opérations sur les ensembles finis ( $E$  et  $F$  de cardinal fini, connaître le cardinal de  $E \cup F$ ,  $E \cap F$ ,  $E \times F$ ;  $E$  et  $F$  dénombrables, alors  $E \cup F$  et  $E \times F$  sont dénombrables, etc.)

Dénombrements usuels ( $E$  et  $F$  de cardinal fini) :  $p$ -listes d'éléments (distincts ou non) de  $F$ , injections de  $E$  dans  $F$ , applications de  $E$  dans  $F$ , permutations de  $E$ , etc.

Vocabulaire des probabilités : expérience aléatoire, univers, issues, évènements certain, impossible, incompatibles, système complet d'évènements.

Une **Probabilité** sur un ensemble fini  $\Omega$  est une application de  $P(\Omega)$  dans  $[0, 1]$  telle que

1.  $P(\Omega) = 1$

2. Si  $A$  et  $B$  sont deux parties disjointes, alors :  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  (additivité).

Le couple  $(\Omega, P)$  est alors un espace probabilisé fini.

### Formule des probabilités totales

Soit  $(A_1, \dots, A_n)$  un système complet fini d'évènements de probabilité non nulle. Pour tout évènement  $B$ , on a :

$$P(B) = \sum_{k=1}^n P(B \cap A_k) = \sum_{k=1}^n P(B|A_k)P(A_k)$$

Soit  $(A_n)_n$  un système complet dénombrable d'évènements de probabilité non nulle. Pour tout évènement  $B$ , la série  $\sum P(B \cap A_n)$  converge et on a :

$$P(B) = \sum_{k=1}^{+\infty} P(B \cap A_k) = \sum_{k=1}^{+\infty} P(B|A_k)P(A_k)$$

Exercices : dénombrement, calcul de probabilités (utilisant le complémentaire, les probabilités conditionnelles, les évènements indépendants), éventuellement dans un ensemble dénombrable.