

1) Le bilan d'enthalpie appliqué au fluide en écoulement stationnaire s'écrit :

$$\frac{DH}{Dt} = D_m (h_s - h_e)$$

On applique alors le Premier Principe de la thermodynamique, en négligeant les variations d'énergies cinétiques et potentielles :

$$D_m (h_s - h_e) = P_{th} + P_{méca}$$

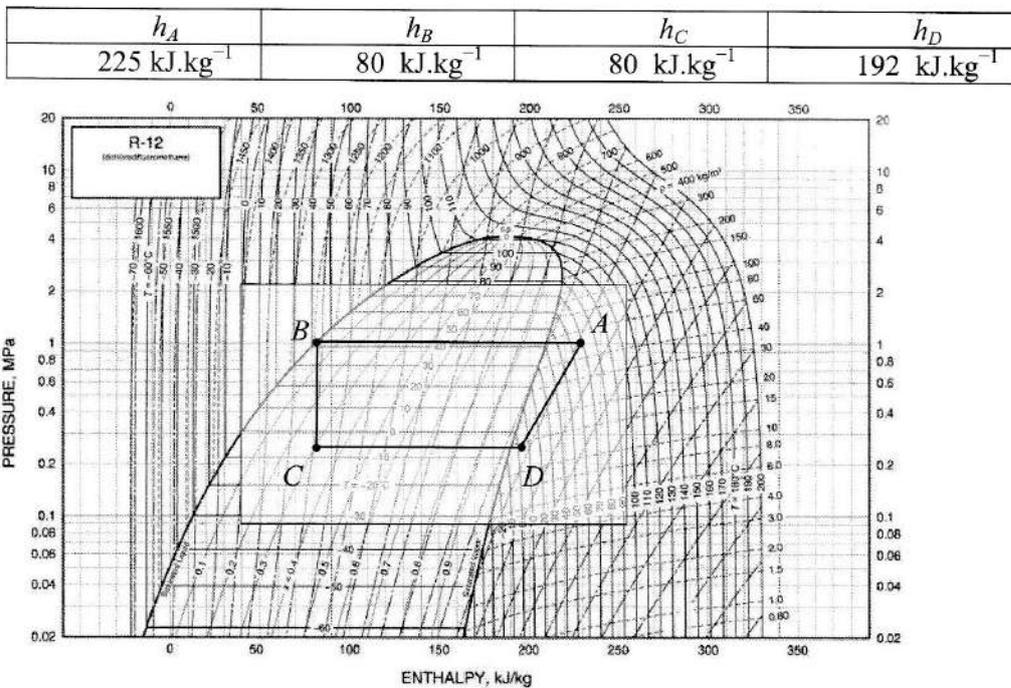
2) On utilise les caractéristiques (pression et température) mesurées expérimentalement pour placer chaque point *A*, *B*, *C* et *D* sur le diagramme enthalpique (voir page suivante). On utilise également l'évolution *BC* isenthalpique.

On en déduit l'état physique du fluide dans chaque cas :

en *A* : vapeur sèche en *B* : liquide juste saturé

en *C* : mélange liquide-vapeur en *D* : vapeur sèche

On mesure graphiquement :



3) Entre *A* et *B*, le fluide reçoit la puissance thermique P_c . D'après le Premier Principe, on a directement :

$$P_c = D_m (h_B - h_A) = -1,0 \text{ kW}$$

Cette puissance est donc cédée par le fluide à la source chaude.

4) On procède de même entre *C* et *D*, le fluide recevant la puissance thermique P_f :

$$P_f = D_m (h_D - h_C) = +0,78 \text{ kW}$$

Le fluide récupère cette puissance de la part de la source froide.

5) L'évolution *DA* est adiabatique et le fluide reçoit la puissance mécanique P_u telle que :

$$P_u = D_m (h_A - h_D) = +0,23 \text{ kW}$$

Or la puissance électrique fournie au compresseur vaut $P_{elec} = 0,50 \text{ kW}$. Le rendement du compresseur peut donc s'écrire :

$$\eta_{comp} = \frac{P_u}{P_{elec}} = 46 \%$$

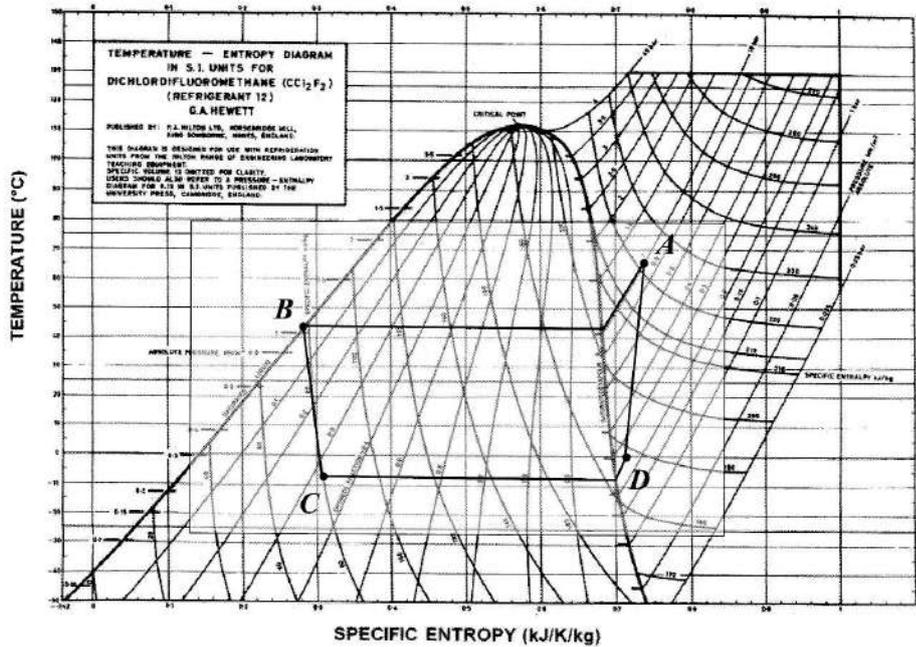
On retrouve bien le rendement prévu par le constructeur.

6) On constate que : $P_c + P_f = -0,22 \text{ kW} \approx -P_u$ aux incertitudes près. Cette relation peut donc s'écrire :

$$P_c + P_f + P_u = 0$$

ce qui traduit simplement le Premier Principe $Q + W = 0$ sur un cycle.

7) On procède comme en 2) pour placer les points sur le diagramme entropique. Entre B et C, le système suit bien la courbe isenthalpique.



On mesure graphiquement :

s_A	s_B	s_C	s_D
$0,74 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$0,28 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$0,30 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$0,71 \text{ kJ.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

8) Sur l'évolution AB isobare, on estime l'aire sous la courbe (en négligeant l'aire du petit triangle sous le point A) :

$$P_c \approx T_B D_m (s_B - s_A) = -1,0 \text{ kW}$$

On procède de même sur l'évolution CD :

$$P_f \approx T_C D_m (s_D - s_C) = +0,76 \text{ kW}$$

On retrouve pratiquement les résultats obtenus avec le diagramme enthalpique.

9) On constate que A et D ne sont pas tout à fait sur la même verticale du diagramme entropique : $s_A \neq s_D$ donc l'évolution n'est pas isentropique.

D'après le second principe :

$$\Delta S = S^{reçue} + S^{produite} = S^{produite} \text{ car } S^{reçue} = 0 \text{ pour une évolution adiabatique}$$

Pour une masse $D_m dt$ de fluide traversant le compresseur pendant dt :

$$DS = D_m dt (s_A - s_D)$$

On en déduit l'entropie produite par unité de temps :

$$D_m(s_A - s_D) = 0,21 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

L'évolution du fluide dans le compresseur est donc irréversible. L'irréversibilité est certainement due à des frottements mécaniques dans le compresseur.

10) On note dans la suite L et V respectivement les états correspondant au liquide juste saturé et à la vapeur juste saturée à la température T et à la pression P . On mesure ainsi graphiquement, à la température de 42°C et à la pression de 10 bars :

h_L	h_V	s_L	s_V
80 kJ.kg^{-1}	205 kJ.kg^{-1}	$0,28 \text{ kJ.K}^{-1}\cdot\text{k}$ g^{-1}	$0,68 \text{ kJ.K}^{-1}\cdot\text{k}$ g^{-1}

L'enthalpie massique de liquéfaction vaut, par définition :

$$h_{liq} = h_L - h_V = -125 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

L'entropie massique de liquéfaction vaut quant à elle :

$$s_{liq} = s_L - s_V = -0,40 \text{ kJ.K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Pour la température $T = 42^\circ\text{C} = 315 \text{ K}$, on vérifie ainsi numériquement la relation :

$$s_{liq} = \frac{h_{liq}}{T}$$

11) Le fluide au point C est un mélange liquide-vapeur.

Au point C , on mesure : $h = 80 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $s = 0,30 \text{ kJ.K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$. On mesure également les abscisses des points L et V dans les deux diagrammes à la même température et la même pression qu'en C :

h_L	h_V	s_L	s_V
35 kJ.kg^{-1}	180 kJ.kg^{-1}	$0,12 \text{ kJ.K}^{-1}\cdot\text{k}$ g^{-1}	$0,70 \text{ kJ.K}^{-1}\cdot\text{k}$ g^{-1}

L'enthalpie H du fluide étant une grandeur extensive :

$$H = H_{liq} + H_{vap} = m_{liq} h_L + m_{vap} h_V$$

On introduit alors la fraction massique de vapeur x_v :

$$h = (1 - x_v)h_L + x_v h_V$$

Ce qui permet d'écrire :

$$x_v = \frac{h - h_L}{h_V - h_L} = 0,31 \quad (\text{théorème des moments})$$

De la même manière on peut obtenir le titre massique en vapeur à partir des entropies massiques :

$$x_v = \frac{s - s_L}{s_V - s_L} = 0,31$$

On retrouve la même valeur pour x_v , que l'on peut également lire directement sur les deux diagrammes (« dryness fraction » ou simplement x).

12) L'efficacité est définie de manière générale comme le rapport de la puissance utile sur la puissance dépensée.

Ainsi, dans le cas de la pompe à chaleur :

$$e_{PAC} = \frac{-P_c}{P_u}$$

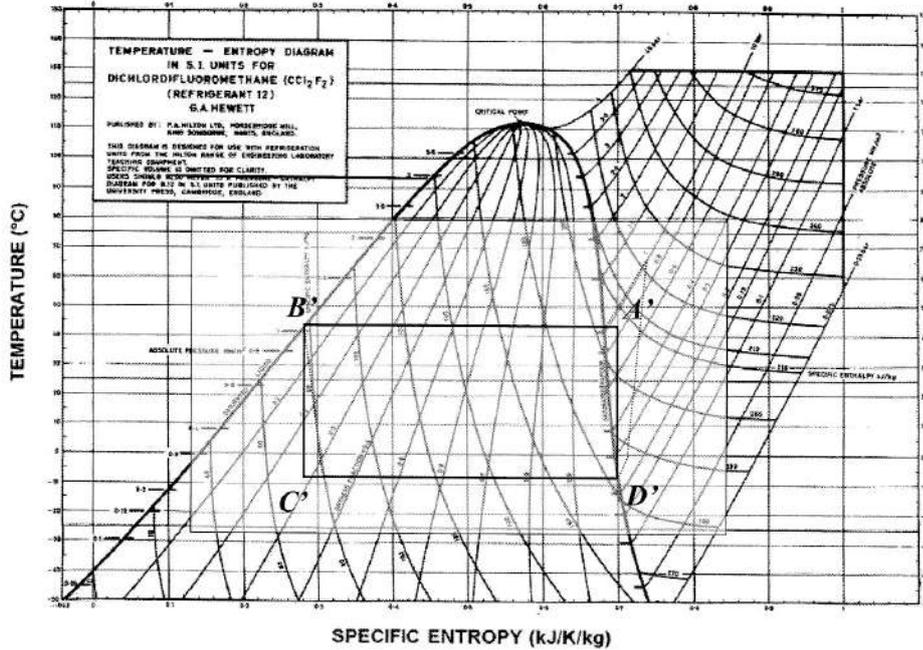
et dans le cas de la machine frigorifique :

$$e_{MF} = \frac{P_f}{P_u}$$

13) Avec les valeurs obtenues précédemment :

$$e_{PAC} = 4,3 \text{ et } e_{MF} = 3,4$$

14) On appelle $A'B'C'D'$ le cycle de Carnot le plus proche du cycle expérimental, représenté dans le diagramme entropique par un rectangle en trait plein. Le cycle $ABCD$ précédent est représenté en pointillés.



15) On mesure l'entropie massique pour chacun des points du cycle de Carnot :

$s_{A'}$	$s_{B'}$	$s_{C'}$	$s_{D'}$
$0,70 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$0,28 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$0,28 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$0,70 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

On procède comme en 8) pour déterminer les puissances reçues par le fluide lors des contacts avec la source chaude et la source froide, à partir de l'aire sous la courbe :

$$P_c' = T_{B'} D_m (s_{B'} - s_{A'}) = -0,92 \text{ kW et } P_f' = T_{C'} D_m (s_{D'} - s_{C'}) = +0,77 \text{ kW}$$

On en déduit la puissance mécanique utile transmise au fluide par le compresseur :

$$P_u' = -P_c' - P_f' = +0,15 \text{ kW}$$

Enfin, on obtient les efficacités de Carnot pour une pompe à chaleur ou une machine frigorifique :

$$e_{C,PAC} = \frac{-P_c'}{P_u'} = 6,1 \text{ et } e_{C,MF} = \frac{P_f'}{P_u'} = 5,1$$

16) L'efficacité théorique de Carnot peut être exprimée directement en fonction des températures de la source chaude et de la source froide :

$$e_{C,PAC,th} = \frac{T_B}{T_B - T_C} = 6,4 \text{ et } e_{C,MF,th} = \frac{T_C}{T_B - T_C} = 5,4$$

Aux incertitudes de mesure près, on retrouve quasiment les mêmes efficacités.

17) On évalue directement le rendement de chaque configuration :

$$\eta_{PAC} = \frac{e_{PAC}}{e_{C,PAC}} = 70 \% \text{ et } \eta_{MF} = \frac{e_{MF}}{e_{C,MF}} = 67 \%$$

La machine de Carnot donne la valeur maximale possible pour une machine thermique cyclique ditherme. La machine étudiée fonctionne donc avec une efficacité assez proche de l'efficacité maximale.

18) On applique cette fois le Premier Principe à l'eau en écoulement à la source chaude et à la source froide.

La puissance reçue par l'eau à la source chaude s'écrit :

$$P_{c,eau} = D_{m,eau} c_{eau} (T_c - T_e) = +0,79 \text{ kW}$$

De même la puissance reçue à la source froide vaut :

$$P_{f,eau} = D_{m,eau} c_{eau} (T_f - T_e) = -0,58 \text{ kW}$$

Les puissances reçues par le fluide réfrigérant lors des contacts avec la source chaude et la source froide valaient respectivement :

$$P_c = -1,0 \text{ kW} \text{ et } P_f = +0,78 \text{ kW}$$

Une partie non négligeable (environ 25 %) de l'énergie apportée par le fluide réfrigérant est perdue et n'est pas transférée à l'eau.

19) La puissance dépensée par la machine thermique l'est sous forme électrique. Les puissances $P_{c,eau}$ et $P_{f,eau}$ transférées à l'eau sont les puissances effectivement utiles. On en déduit l'efficacité globale de la machine, selon la configuration :

$$e_{PAC,global} = \frac{P_{c,eau}}{P_{elec}} = 1,6 \text{ et } e_{MF,global} = \frac{-P_{f,eau}}{P_{elec}} = 1,2$$

20) D'où le rendement global, en comparant ces efficacités à celles de la machine de Carnot :

$$\eta_{PAC,global} = \frac{e_{PAC,global}}{e_{C,PAC}} = 26 \% \text{ et } \eta_{MF,global} = \frac{e_{MF,global}}{e_{C,MF}} = 24 \%$$

Ce rendement global est bien plus faible que le rendement purement thermodynamique car il tient compte à la fois des pertes thermiques au niveau des échangeurs thermiques de la source chaude et de la source froide, et du rendement de la conversion d'énergie électrique en énergie mécanique dans le compresseur.