Correction TD

3. Battements☺

On frappe simultanément deux diapasons vibrant à la même fréquence $f_0=264Hz$ correspondant à la note de musique *do3*. On enregistre le signal reçu grâce à un microphone situé à égale distance des deux diapasons (figure ci-contre).

1) Quel phénomène présente le signal reçu ? Que peut-on en déduire ?

2) Calculer l'écart relatif de fréquence des 2 signaux.

Données : $t_1 = 0{,}26s$; $t_2 = 3{,}73s$; $t_3 = 7{,}24s$.

Solution

1. On observe un phénomène de battement. L'un des diapasons est déréglé.

2. La période des battement est $\boxed{T_{bat}=\frac{t_3-t_1}{2}=\frac{7{,}24-0{,}26}{2}=3{,}49\,s}$.

On en déduit $\boxed{f_{bat}=\Delta f=\frac{1}{T_{bat}}=\frac{1}{3{,}49}=0{,}29\,Hz}$ et l'écart relatif : $\boxed{\frac{\Delta f}{f}=\frac{1}{3{,}49\times 264}=10^{-3}=0{,}1\,\%}$.

4. Expérience avec 2 haut-parleurs ☺☺

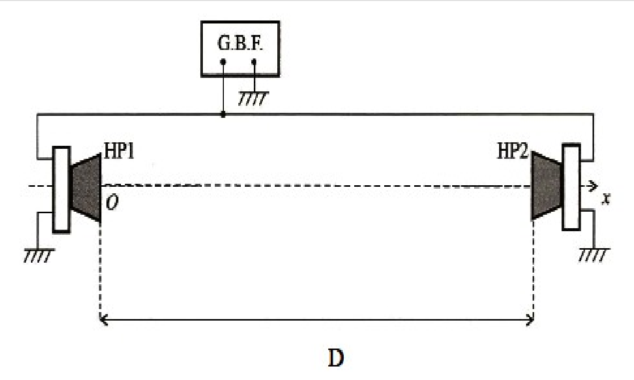
On utilise deux haut-parleurs identiques, placés face à face à une distance D l'un de l'autre : aux points O et D de l'axe Ox (cf figure ci-contre).

Les haut-parleurs sont alimentés par le GBF délivrant une tension sinusoïdale $e(t)=E\cos(\omega t)$.

On suppose que la présence d'un haut-parleur ne perturbe pas l'onde émise par l'autre haut-parleur, et n'engendre pas d'onde réfléchie.

Chaque haut-parleur émet une onde acoustique en phase avec la tension d'alimentation et d'amplitude A constante.

On négligera toute atténuation des ondes sonores émises par les haut-parleurs.



1. Donner la forme générale de l'onde sonore engendrée par le haut-parleur de gauche : $p_g(x,t)$.

2. L'onde engendrée par le haut-parleur de droite est $p_d(x,t)=A\cos\left(\omega(t+\frac{x}{c})+\phi\right)$. Justifier l'expression fournie puis déterminer ϕ grâce à la condition aux limites sur l'onde en $x=D$.

3. L'onde entre les deux haut-parleurs est la superposition des deux ondes déterminées ci-dessus. On rappelle que $\cos p+\cos q=2\cos(\frac{p+q}{2})\cos(\frac{p-q}{2})$. Montrer que l'équation de l'onde résultante peut se mettre sous la forme :

$p(x,t)=2A\cos(\omega t-\frac{kD}{2})\cos(kx-\frac{kD}{2})$ avec k est un facteur à déterminer. Quelle sorte d'onde est-ce ? Justifier.

4. On désire qu'au niveau du haut-parleur de gauche se forme un nœud de vibration. Exprimer les distances D_n que l'on doit choisir en fonction de k et d'un entier n, puis de la longueur d'onde λ et n.

5. Montrer qu'au niveau du haut-parleur de droite on a aussi un nœud de vibration.

6. Tracer la forme des ondes obtenues à t donné pour les 3 entiers les plus faibles.

Solution :

1. L'onde émise par le haut parleur de gauche est donnée par la fonction $f(t)=p_g(0,t)=A\cos(\omega t)$

$\boxed{p_g(x,t)=f(t-\frac{x}{c})=A\cos\left(\omega(t-\frac{x}{c})\right)}$.

2. L'onde émise par le haut parleur de droite est donnée par la fonction $f(t)=p_d(D,t)=A\cos(\omega t)$

$\boxed{p_d(x,t)=A\cos\left(\omega(t+\frac{x}{c})+\phi\right)}$ car l'onde se déplace dans le sens des x décroissants. *Rem:* $p_d(x,t)=f(t-\frac{(D-x)}{c})$

Grâce à la condition aux limites sur l'onde en $x=D$: $p_d(D,t)=A\cos\left(\omega(t+\frac{D}{c})+\phi\right)=A\cos(\omega t)$ ainsi par identification $\frac{\omega D}{c}+\phi=0$ d'où $\boxed{\phi=-\frac{\omega D}{c}}$ d'où $\boxed{p_d(x,t)=A\cos\left(\omega(t+\frac{x}{c}-\frac{D}{c})\right)=A\cos\left(\omega(t-\frac{D-x}{c})\right)}$

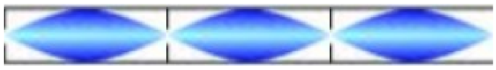
3. L'onde résultante en un point M est : $p(x,t)=A\cos\left(\omega(t-\frac{x}{c})\right)+A\cos\left(\omega(t-\frac{D-x}{c})\right)$. En utilisant la formule trigonométrique on obtient : $\boxed{p(x,t)=2A\cos(\omega t-\frac{kD}{2})\cos(kx-\frac{kD}{2})}$ avec $k=\frac{\omega}{c}$.

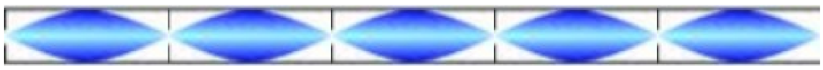
Cette vibration résulte du produit de deux fonctions l'une temporelle et l'autre spatiale. **L'onde est stationnaire.**

4. On veut que $p(0,t)=0$ soit $\cos(\frac{-kD}{2})=0$ soit $\frac{k D_n}{2}=\frac{\pi}{2}+n\pi$ soit $\boxed{D_n=\frac{\pi}{k}(1+2n)}$ or $k=\frac{\omega}{c}=\frac{2\pi}{Tc}=\frac{2\pi}{\lambda}$ d'où $\boxed{D_n=\frac{\lambda}{2}(1+2n)}$

5. $p(D_n,t)=2A\cos(\omega t-\frac{kD_n}{2})\cos(kD_n-\frac{kD_n}{2})=2A\cos(\omega t-\frac{kD_n}{2})\cos(\frac{kD_n}{2})$ or $\frac{kD_n}{2}=\frac{\pi}{2}(1+2n)$ donc $\cos(\frac{kD_n}{2})=0$ **On a bien un nœud de vibration en x=D.**

6. Si n=0, $\boxed{D_0=\frac{\lambda}{2}}$ on observe 1 fuseau : 

Si n=1, $\boxed{D_1=3\frac{\lambda}{2}}$ on observe 3 fuseaux : 

Si n=2 $\boxed{D_2=5\frac{\lambda}{2}}$ on observe 5 fuseaux : 

Rem si $D=\lambda$ *on a des ventres aux extrémités et la figure est :* 

5. Notes sur une corde de guitare ☺☺

La corde ré d'une guitare a pour fréquence fondamentale $f_{0ré}=293,7\ Hz$; la corde sol voisine vibre à $f_{0sol}=392,0\ Hz$. La longueur des parties vibrantes des deux cordes est 65,0 cm. On souhaite raccourcir la partie vibrante de l'une des deux cordes de manière qu'elle sonne à la même fréquence que l'autre.

1. Quelle corde faut-il raccourcir?

2. De combien faut-il la raccourcir ?

3. Quelle est la longueur d'onde de la vibration sonore produite alors par les deux cordes? (La célérité du son dans l'air est 340 m/s.)

Rep : 1) *La corde ré ; 2)* $L'=L\frac{f_{0ré}}{f_{0sol}}$ *ΔL = 16,3 cm ; 3) λ = 86,7 cm*

Solution :

1. La note correspond à la note du fondamental.

Pour le mode fondamental $L=\frac{\lambda}{2}$ or $\lambda=\frac{c}{f_0}$ d'où $\boxed{f_0=\frac{c}{2L}}$ (1) or $c=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ainsi en supposant la tension de chacune des 2 cordes inchangée quand on les raccourcit c ne change pas non plus.

D'après (1) Si on raccourcit une corde la fréquence augmente **il faut donc raccourcir la corde ré.**

2. $\boxed{f'_{0ré}=f_{0sol}=\frac{c}{2L'}=\frac{c}{2L}\times\frac{L}{L'}=\frac{L}{L'}f_{0ré}}$ D'où $\boxed{L'=L\frac{f_{0ré}}{f_{0sol}}}$

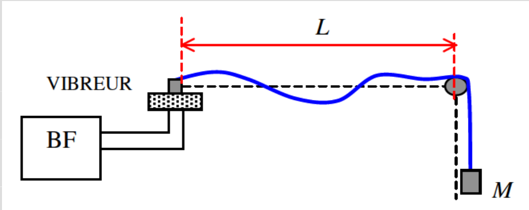
Application numérique : $\boxed{L'=\frac{65\times293,7}{392}=48,7\ cm}$ d'où $\boxed{\Delta L=16,3\ cm}$

3. $\boxed{\lambda=\frac{c}{f_0}=\frac{340}{392}=0,867\ m=86,7\ cm}$.

Rem : Attention lors de la résolution de cet exercice, la vitesse de propagation de l'onde n'est pas la même sur les deux cordes.

6. Expériences avec une corde de Melde

Lors d'une expérience avec la corde de Melde, schématisée ci-contre, on observe les résultats suivants, pour une même longueur L de la corde et une même masse M accrochée à celle-ci:



- fréquence de résonance $f_2 = 19\,Hz$ pour deux fuseaux ;
- fréquence de résonance $f_3 = 28\,Hz$ pour trois fuseaux ;

On note c la vitesse de propagation de l'onde.

1. Faire un schéma de la corde dans chaque cas en précisant les longueurs d'onde notées λ_2 et λ_3 respectivement.

2. Ces valeurs numériques des fréquences sont-elles compatibles entre elles ?

3. Exprimer les fréquences de résonance suivantes en fonction d'un entier *n*. On donnera la relation numérique qui ne dépendra que de *n*.

4. Exprimer la fréquence f_1 du mode fondamental en fonction de L et c.

5. On cherche à déterminer c. Pour cela, on fait varier L et on mesure la fréquence f_1 du mode fondamental. On obtient le tableau de valeurs ci-dessous :

L en cm	117	120	123	126	130	133
f_1 en Hz	9,50 Hz	9,16	8,94	8,73	8,46	8,27

En déduire c ainsi que son incertitude-type de type A en utilisant les données du tableau. Justifier la validité du modèle utilisé.

6. La masse M accrochée à la corde est égale à 25,0 g.

6.1. Quelle est la tension de la corde ? Faire l'application numérique.

6.2. En déduire un ordre de grandeur de la masse linéique de la corde. Quelle autre méthode peut-on utiliser pour faire cette détermination ?

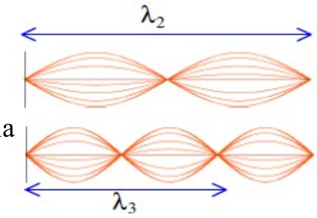
<u>Données :</u> intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\,m.s^{-2}$.

Si on réalise N fois le même protocole pour obtenir l'ensemble des points expérimentaux $\{x_i\}$.

Le résultat de l'expérience est : $\boxed{\bar{x} \pm u(\bar{x})}$ avec $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$, $u(\bar{x}) = \frac{u(x)}{\sqrt{N}}$ et $u(x) = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$

Solution

1. Schéma de la corde dans chaque cas (voir ci-contre):



2. Les longueurs d'onde vérifient, à la résonance, $\boxed{L = \lambda_2 = \frac{3}{2}\lambda_3}$. Or $\boxed{\lambda = \frac{c}{f}}$ on en déduit la relation théorique $\boxed{\frac{f_3}{f_2} = \frac{3}{2} = 1{,}5}$. Les valeurs expérimentales donnent $\boxed{\frac{28}{19} = 1{,}47}$.. Les valeurs obtenues sont compatibles entre-elles à 2% près .

3. La fréquence du mode fondamental est $\boxed{f_1 = \frac{f_2}{2} = 9{,}5\,Hz}$. Les fréquences de résonance suivantes vérifient la relation $\boxed{f_n = n\,f_1 = 9{,}5\,n}$ avec n > 3.

4. $\boxed{f_1 = \frac{c}{2\,L}}$

5. Les fréquences du mode fondamental vérifient l'équation de droite $Y = a\,X$ en posant $Y = f_1$ et $X = \frac{1}{L}$. Dans ce cas $a = \frac{c}{2}$. Le modèle est validé si les points de coordonnées (X,Y) sont alignés.

Pour chaque couple de valeurs, on calcule la vitesse. On fait ensuite la moyenne, on obtient : $\boxed{c = 22.033366\,m.s^{-1}}$. On détermine l'incertitude-type de type A grâce à l'écart-type des valeurs de c divisé par racine de n(le nombre de mesures) : $\boxed{u(c) = 0{,}039\,m.s^{-1}}$ d'où l'expression du résultat de l'expérience : $\boxed{c = 22.033 \pm 0{,}039\,m.s^{-1}}$

6. La tension de la corde est $\boxed{T = m\,g = 25.10^{-3} \times 9{,}81 = 0{,}245\,N}$.

6.1. La célérité vérifie la relation : $\boxed{c=\sqrt{\frac{T}{\mu}}}$ d'où $\boxed{\mu=\frac{T}{c^2}=\frac{0,24525}{23,033}=4,62.10^{-4}\,kg.m^{-1}}$. Une autre méthode pour déterminer μ consiste à peser une longueur L de corde, ainsi $\boxed{\mu=\frac{m}{L}}$.