

Préparation devoir surveillé n°3 sciences physiques

Formules susceptibles d'être utiles pour le devoir : formules de conjugaison de Descartes

Soit un objet AB orthogonal à l'axe optique et tel que A est un point de l'axe optique . Si $A'B'$ est son image par la lentille supposée mince de distance focale image f' et de centre O :

- Les distances **algébriques** \overline{OA} et $\overline{OA'}$ sont données par la relation : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$
- Les dimensions **algébriques** \overline{AB} et $\overline{A'B'}$ sont données par le grandissement transversal: $G_T = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

PROBLEME 1 : Constructions géométriques

(barème sur 20 points)

Un choix de réponses est proposé pour chaque question.

Cet exercice ne nécessite aucun calcul. Toute réponse choisie doit être accompagnée d'une construction claire et commentée à l'échelle .

Toutes les questions sont indépendantes.

1. Un objet AB mesurant $2m$ et orthogonal à l'axe optique est placé $40cm$ derrière une lentille L convergente de centre O et de distance focale $f'=10 cm$

1.1. Déterminer graphiquement la position de $A'B'$, image de AB par la lentille L .

A) $\overline{OA'} = 10 cm$	B) $\overline{OA'} = -5 cm$	C) $\overline{OA'} = 8 cm$	D) $\overline{OA'} = -25 cm$
-----------------------------	-----------------------------	----------------------------	------------------------------

1.2 Déterminer les caractéristiques de l'image $A'B'$

A) L'image est droite et virtuelle	B) L'image est renversée et réelle	C) L'image est renversée et virtuelle	D) L'image est droite et réelle
-------------------------------------	-------------------------------------	--	----------------------------------

2. Un système optique centré est constitué de deux lentilles convergentes distantes de $d=4cm$.

La première lentille L_1 de centre O_1 , a une distance focale $f'_1=6cm$.

La deuxième lentille L_2 de centre O_2 , a une distance focale $f'_2=2cm$.

Déterminer graphiquement la position du foyer image F' du système optique.

A) $\overline{O_2F'} = 3 cm$	B) $\overline{O_2F'} = 1 cm$	C) $\overline{O_2F'} = -2 cm$	D) $\overline{O_2F'} = -1 cm$
------------------------------	------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

PROBLEME 2 : Caméra de contrôle des plaques d'immatriculation

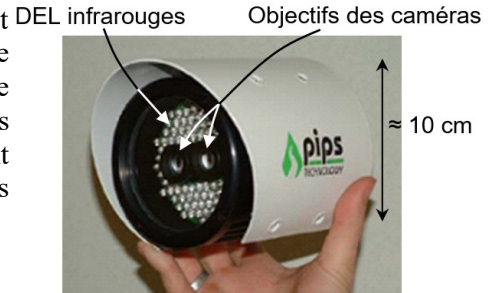
(barème sur 70 points)

Pour diminuer le nombre de véhicules circulant dans le centre ville et réduire ainsi les embouteillages, la pollution et le bruit qu'ils engendrent, plusieurs grandes agglomérations (Londres, Singapour, Stockholm) utilisent un système de péage urbain.

Différentes technologies sont mises en oeuvre pour détecter les véhicules entrant dans la zone de circulation taxée. Le système londonien, appelé London Congestion Charge (mis en place en 2003) utilise un réseau de 500 caméras installées à chaque point permettant d'entrer ou de sortir de la zone payante.

Les images obtenues sont ensuite analysées par un algorithme LAPI (Lecture Automatique des Plaques d'Immatriculation) qui génère une liste des véhicules ayant circulé dans le centre ville, ce qui déclenche la facturation d'une taxe.

Ces systèmes doivent être robustes, peu coûteux, ne nécessiter aucun réglage et être fonctionnels dans des conditions de luminosité très variées. Le modèle retenu (ci-contre) comporte deux caméras identiques : l'une enregistrant dans le domaine visible et l'autre dans le proche infrarouge grâce à un filtre stoppant les radiations visibles. Un ensemble de diodes électroluminescentes (DEL) émettant des flashes de longueur d'onde respective 810 nm et 950 nm entoure les caméras et permet d'illuminer la plaque d'immatriculation.



caméra P362 de la société PIPS®

Les spécifications du constructeur sont les suivantes :

Le capteur CCD (Charge Coupled Device) de ces caméras est un rectangle de diagonale notée $e = 0,635$ cm et découpé en 752×582 pixels (largeur \times hauteur) ; les pixels sont des carrés tous identiques, de côté a .

Pour réduire le coût, les risques de panne et les réglages lors de l'installation, ces caméras ont une distance focale image fixe. Le constructeur propose différents modèles destinés à enregistrer les plaques d'immatriculation à une distance de mesure déterminée L . Le tableau suivant résume les modèles disponibles :

Modèle de caméra	1	2	3	4	5
Focale	35,0 mm	25,0 mm	16,0 mm	12,0 mm	8,00 mm
Distance de mesure L	20,0 m	14,5 m	9,0 m	7,0 m	4,5 m

Tableau 1

La norme britannique concernant les plaques d'immatriculation est la suivante :

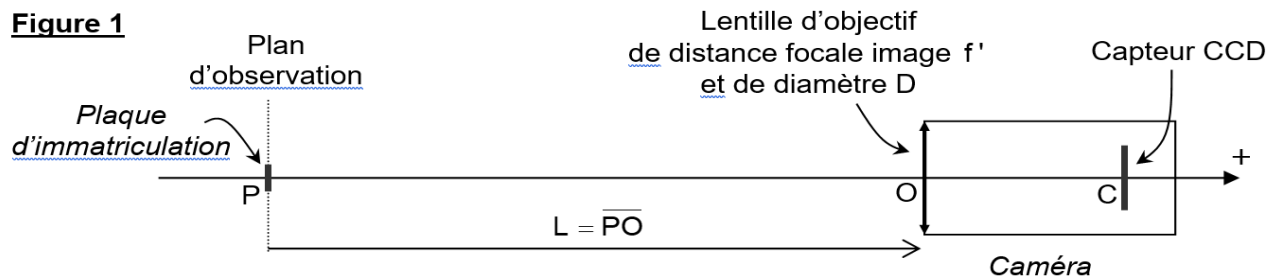
Les plaques doivent mesurer 110 mm de hauteur et 520 mm de largeur. Les caractères doivent avoir une hauteur de 79 mm et une largeur de 50 mm, l'épaisseur du trait étant fixée à 14 mm.



A. Dimensionnement des caméras :

Les caméras sont identiques et constituées d'une lentille d'objectif de distance focale image qui forme sur le capteur CCD une image de la plaque d'immatriculation.

La figure 1 illustre cette configuration (les échelles relatives ne sont pas respectées).



1. Donner la condition que doivent vérifier f' (distance focale image de la lentille) et PC (distance entre l'objet réel et son image réelle) pour que cette opération soit possible. Comment s'appelle la réalisation de l'image réelle d'un objet réel ?
2. Etablir l'expression de la distance algébrique \overline{OC} en fonction de $L = \overline{PO}$ et f' . Justifier pourquoi la lentille doit nécessairement être convergente.
3. Ecrire le grandissement γ en fonction de L et f' .

4. En tenant compte des ordres de grandeurs des valeurs numériques du Tableau 1, simplifier l'expression de \overline{OC} obtenue à la question 1. Commenter.
5. Simplifier de même l'expression de γ . Calculer la valeur numérique du grandissement γ pour ces cinq modèles de caméras (répondre avec 3 chiffres significatifs). Commenter.

Pour les questions suivantes, γ sera pris égal $-1,75 \cdot 10^{-3}$.

6. A partir des spécifications du constructeur, déterminer la valeur numérique de la longueur a du côté d'un pixel de ce capteur en μm . En déduire la largeur l et la hauteur h du capteur CCD en millimètres .
7. En déduire les dimensions $L_v \times H_v$ du champ de vue dans le plan d'observation. Est-il suffisant d'installer une caméra par rue permettant d'accéder au centre-ville ?
8. Déterminer la taille de l'image d'un des caractères de la plaque d'immatriculation sur le capteur CCD en micromètres, puis en pixels.
9. Quels problèmes se poseraient si le dispositif ne filmait que dans le domaine visible? Quels sont les avantages à filmer une seconde image en infrarouge?

B. Profondeur de champ

Bien que ces caméras ne disposent pas de dispositif de mise au point (leur distance focale est fixe), il est néanmoins possible de visualiser des plaques d'immatriculation qui ne sont pas rigoureusement situées à la distance L spécifiée par le constructeur (cf. Tableau 1).

Le but de cette partie est de déterminer la profondeur de champ Z , c'est-à-dire la longueur de la zone de l'espace où l'objet peut être placé afin que la caméra en fournisse une image considérée comme nette.

Le document-réponse « Optique », à rendre avec la copie , comporte différentes figures sur lesquelles un objet ponctuel est situé sur l'axe optique (les constructions ne sont pas à l'échelle et ont pour seul but d'illustrer le phénomène). Le diamètre de la lentille est $D=1,00 \text{ cm}$.

Sur la première figure, l'objet est situé en P_0 , à la distance L spécifiée par le constructeur.

10. Compléter cette figure en représentant le trajet des deux rayons lumineux issus de P_0 et frappant la lentille en deux points extérieurs diamétralement opposés. Représenter la position de l'image C_0 de ce point P_0 par la lentille d'objectif. (Un soin particulier est attendu dans la réalisation de la construction dont la démarche doit être rigoureusement justifiée.)

Le capteur CCD est positionné dans le plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par C_0 . L'objet ponctuel P_1 est maintenant placé à une distance $\Delta_1 = \overline{P_0 P_1} > 0$ de P_0 .

11. Compléter la seconde figure du document-réponse en y représentant :
- a) le plan du capteur CCD (en reportant le point C_0 de la construction de la question 10.)
- b) le trajet des deux rayons lumineux issus de P_1 et frappant la lentille en deux points extérieurs diamétralement opposés. Son image est notée C_1 .

Ce faisceau ne forme pas une image ponctuelle sur le capteur mais un disque de diamètre $d_1 > 0$ qui doit être inférieur à la taille a d'un pixel pour que l'image soit nette : $0 < d_1 < a$.

12. Placer d_1 sur la figure précédente, puis montrer que le diamètre de la tache image, noté d_1 , peut s'exprimer sous la forme : $d_1 = \beta \frac{f' \Delta_1}{(L - f')(L - \Delta_1)}$, où β est un facteur à expliciter.

13. Compléter la troisième figure, dans le cas où $\overline{P_0 P_2} = -\Delta_2 < 0$ ($\Delta_2 > 0$ est une distance). Le diamètre de la tache image peut alors s'exprimer sous la forme : $d_2 = \beta \frac{f' \Delta_2}{(L - f')(L + \Delta_2)}$.

14. Simplifier les expressions de d_1 et d_2 sachant que $f' \ll L$.

On conservera ce cas simplificateur $f' \ll L$ dans la fin du problème.

15. Exprimer, en fonction de a, L, D et f' , les distances Δ_{lim} et Δ_{2lim} telles que la tache image sur le capteur ait un diamètre égal à la taille d'un pixel.
16. Calculer les valeurs numériques des distances Δ_{lim} et Δ_{2lim} pour la caméra 3, en prenant $a = 7,00 \mu\text{m}$.
17. Déterminer l'expression de la profondeur de champ $Z = \Delta_{lim} + \Delta_{2lim}$ en fonction de $, D, a$ et L , puis la calculer.

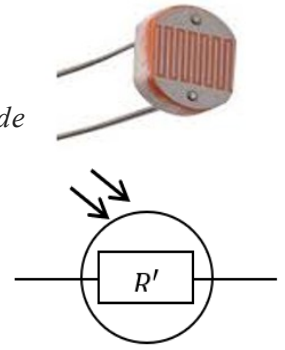
Fin de l'énoncé

PROBLEME 3 : Etude d'une photorésistance

(barème sur 30 points)

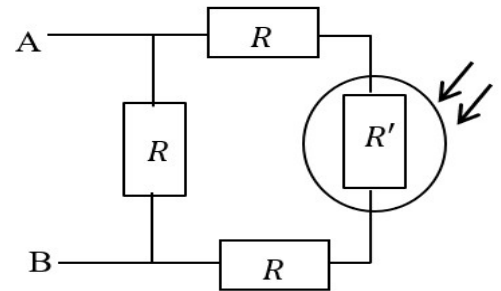
Une photorésistance est composant électronique (comme photographié ci-contre) de type conducteur ohmique, dont la résistance décroît lorsque l'intensité lumineuse augmente.

Les applications de ce composant sont donc très variées, que ce soit dans le monde industriel ou domestique. Étant peu cher, il présente un bon rapport qualité pour les industriels souhaitant l'intégrer dans leurs systèmes. On les retrouve par exemple dans les détecteurs de flamme ou de présence, dans les systèmes d'allumage des lumières lorsque l'intensité lumineuse diminue, dans les appareils photographiques pour mesurer la luminosité extérieure...



I – Etude d'un dipôle résistif AB :

Soit le dipôle AB schématisé ci-contre contenant la photorésistance de résistance R' et des conducteurs ohmiques de résistances R .



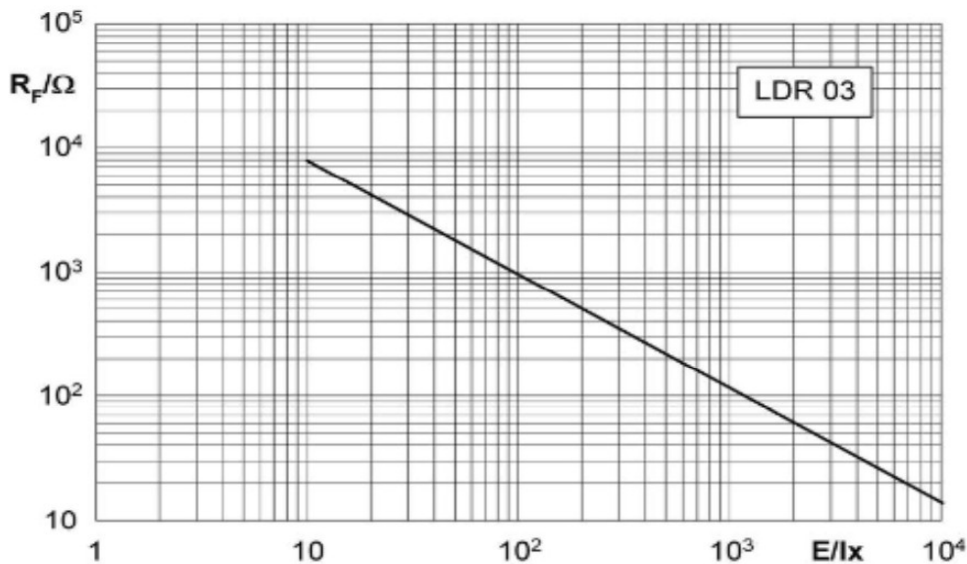
Q1 – Etablir l'expression de la résistance équivalente R_{eq} au dipôle AB ci-contre en fonction de R et R' .

Q2 – On souhaite que R_{eq} soit égale à la résistance R' . Quelle expression faut-il donner à R (en fonction de R') pour qu'il en soit ainsi ? On donnera le résultat sous forme d'un polynôme du second degré en R' que l'on résoudra ensuite.

Q3 – On suppose que la photorésistance a été placée sur un banc d'optique. On donne ci-dessous la courbe d'étalonnage de la photorésistance en fonction de l'intensité lumineuse avec doubles échelles logarithmiques.

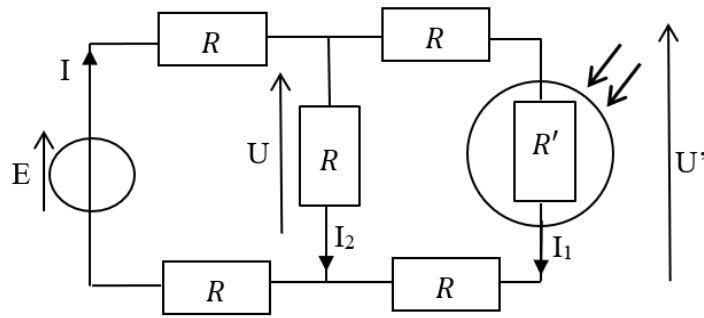
On suppose que $R=10\text{ k}\Omega$ et on prendra $\sqrt{3}\approx 1,7$.

Quelle doit être la valeur de l'intensité lumineuse au niveau de l'axe optique pour que la résistance équivalente R_{eq} soit égale à la résistance R' ? Quelle serait l'allure de la caractéristique courant-tension de cette photorésistance ? Quelles sont ses propriétés ?



II – Etude d'un réseau linéaire :

On considère le réseau linéaire ci-dessous.



Q4 – En utilisant le pont diviseur de courant, exprimer I_1 en fonction de I , R et R' .

Q5 - En utilisant le pont diviseur de tension, exprimer U' en fonction de U , R et R' .

Q6 – Etude du réseau global par deux méthodes ; On cherche à exprimer I_1 dans R' en fonction de E , R et R' .

6.a - En utilisant les lois des mailles et des noeuds sur le réseau non simplifié.

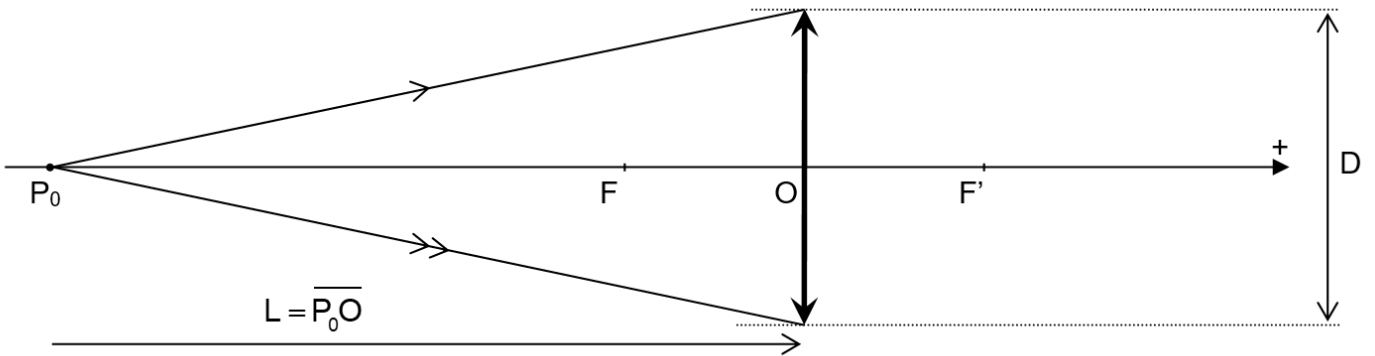
6.b – En faisant intervenir une simplification du réseau à une seule maille .

6.c - Indiquer une méthode graphique qui permettrait d'obtenir la valeur de I_1 et de U' . On attend une réponse précise.

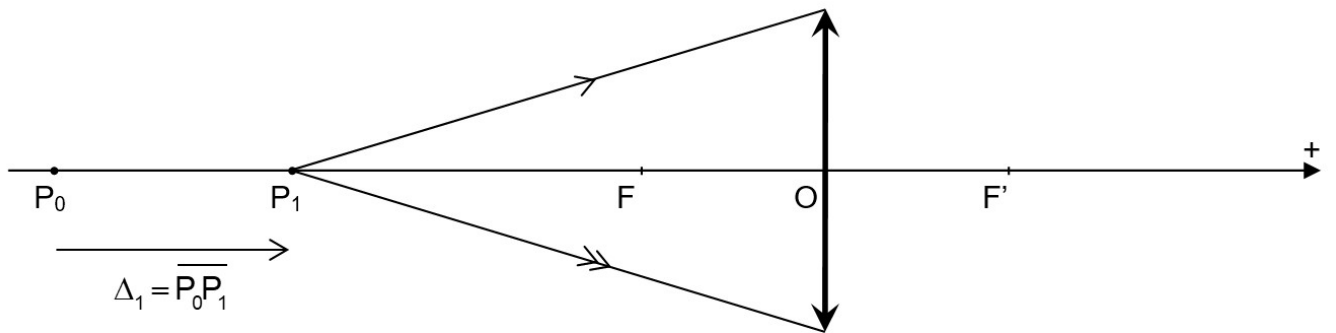
Document réponse à rendre avec la copie

Nom prénom :

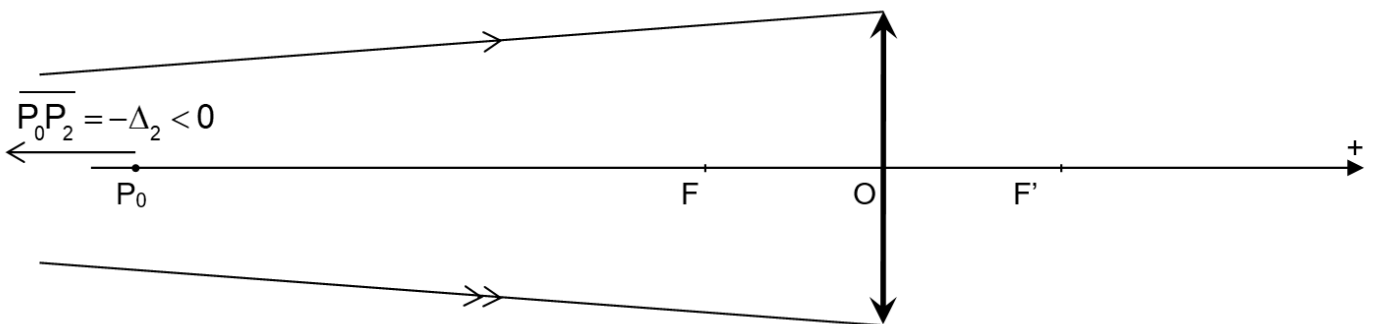
Question 10 :



Question 11 :



Question 13 :

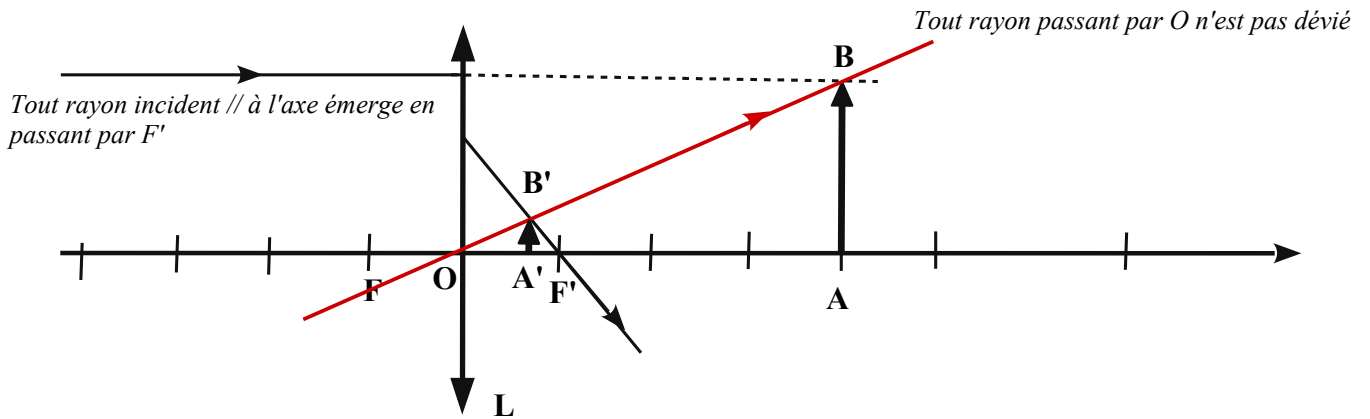


Remarque : P_2 est en dehors de la figure

Correction

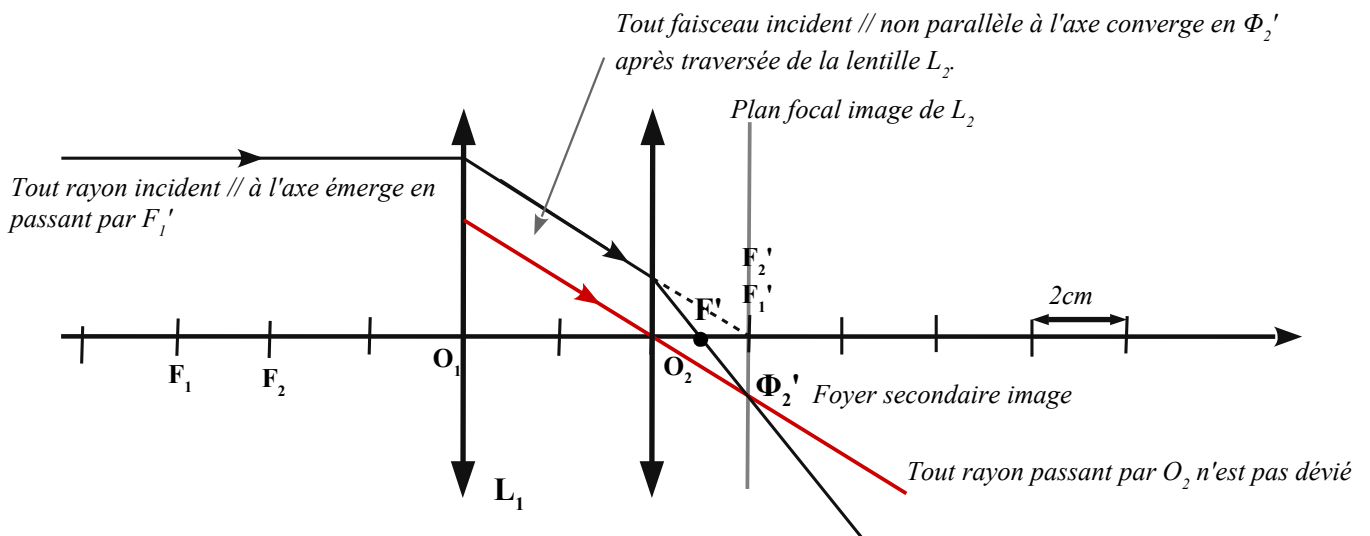
Problème 1: (d'après ENAC 2017)

1) 1.1 réponse C et 1.2 réponse D



2) réponse B

On utilise pour cette question le fait que tout rayon incident // à l'axe passe par F' (foyer image du système optique) après traversée du système optique.



Problème 2: (E3A MP 2012)

A. Profondeur de champs :

1) Cette opération n'est possible que si $PC > 4f'$ (la démonstration n'est pas demandée). Cette opération s'appelle une projection.

2) L'objet est P. $\overline{OP} = -L$. L'image est C. En utilisant la relation de Descartes on obtient : $\frac{1}{\overline{OC}} - \frac{1}{-L} = \frac{1}{f'}$, d'où

$$\frac{1}{\overline{OC}} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{L} = \frac{L - f'}{L f'}$$

d'où $\overline{OC} = \frac{L f'}{L - f'}$. Pour que l'image soit réelle, il faut que $\overline{OC} > 0$ d'où $\frac{1}{\overline{OC}} > 0$. Or $\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OC}} + \frac{1}{L}$ comme $L > 0$ on en déduit que $f' > 0$.

3) $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OP}} = \frac{\frac{L f'}{L - f'}}{-L}$ d'où $\gamma = \frac{f'}{f' - L}$.

4) D'après le tableau, on voit que $L \gg f'$ d'où $\overline{OC} \approx f'$. L'image se forme dans le plan focal image de la lentille.

5) $\gamma = -\frac{f'}{L}$.

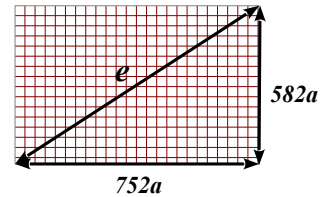
Modèle de caméra	1	2	3	4	5
γ	$-1,75 \cdot 10^{-3}$	$-1,72 \cdot 10^{-3}$	$-1,78 \cdot 10^{-3}$	$-1,71 \cdot 10^{-3}$	$-1,78 \cdot 10^{-3}$

Le grandissement est quasiment le même pour les 5 modèles de caméra, c'est normal car dans tous les cas l'objet et l'image ont même dimension.

6) La plaque est représentée ci-contre. On utilise le théorème de Pythagore pour déterminer a .

$$e = \sqrt{(582a)^2 + (752a)^2}$$

$$a = \frac{e}{\sqrt{(582)^2 + (752)^2}} = \frac{0,635 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{(582)^2 + (752)^2}} = 6,68 \mu m$$



La hauteur du capteur est ainsi $h = 582a = 3,89 \text{ mm}$ et la largeur $l = 5,02 \text{ mm}$.

7) On détermine le champ de vue grâce au grandissement : $H_v = \frac{h}{\gamma} = \frac{3,89 \cdot 10^{-3}}{1,75 \cdot 10^{-3}} = 2,22 \text{ m}$ et

$L_v = \frac{l}{\gamma} = \frac{5,02 \cdot 10^{-3}}{1,75 \cdot 10^{-3}} = 2,87 \text{ m}$. La largeur est de l'ordre de grandeur de la largeur d'un véhicule. Il faut une caméra bien placée par voie.

8) Un caractère mesure $50 \text{ mm} \times 79 \text{ mm}$. Pour obtenir les dimensions sur la plaque il faut multiplier les dimensions du caractère par γ . D'où les dimensions sur la plaque : $(50 \times 1,75) \times (79 \times 1,75) = 87,5 \mu m \times 138 \mu m$.

Pour avoir le nombre de pixels il faut diviser les résultats précédent par la dimension d'un pixel soit :

$$\frac{87,5}{6,68} \times \frac{138}{6,68} = 13 \times 21 = 273 \text{ pixels}$$

L'image est très pixelée.

9) Les images dans le domaine visible ne sont pas exploitables dans la pénombre ou la nuit quand les phares sont allumés. L'utilisation d'un flash visible le temps de la photographie serait optiquement envisageable mais inconfortable pour les automobilistes.

Les images dans le domaine infrarouge :

- permettent d'éclairer la scène grâce à des LED sans éblouir le conducteur.
- Ne sont pas sujettes à l'éblouissement des phares de nuit.
- Présentent un contraste identique quelque soit les conditions d'utilisation.

Illustration :



infrarouge (jour ou nuit)



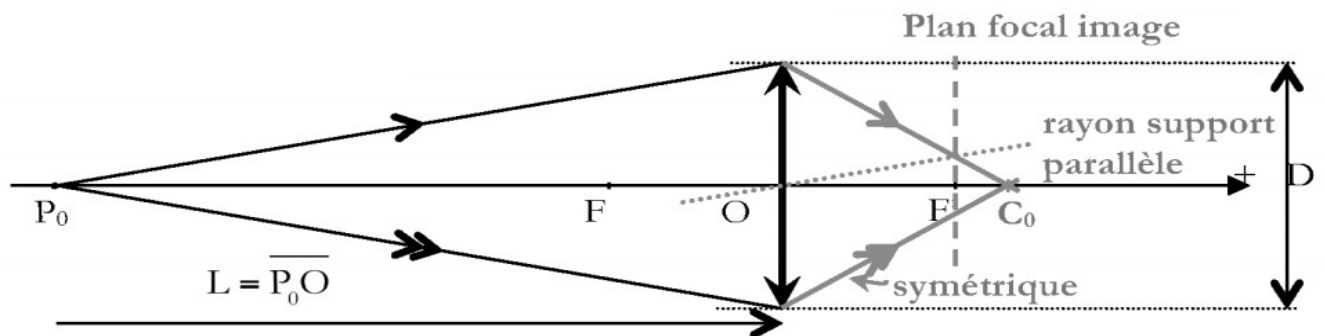
visible (jour)



visible (nuit)

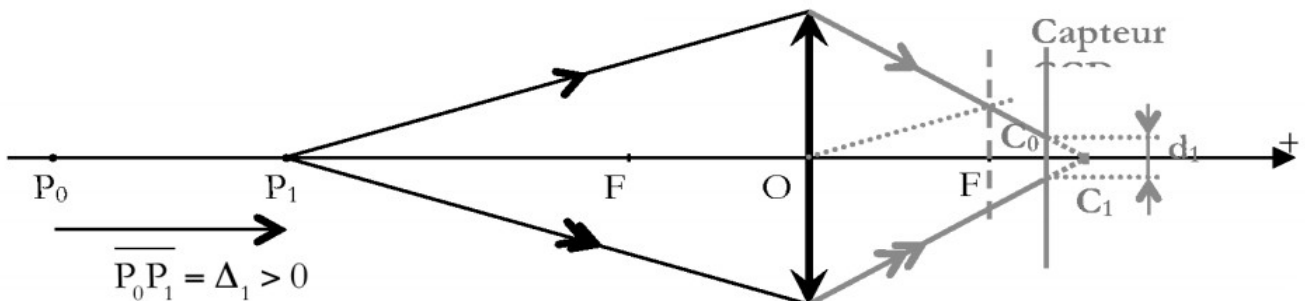
B. Profondeur de champs :

10)



Le rayon en pointillé, parallèle au rayon haut, coupe ce dernier dans le plan focal image.

11)



12)

Théorème de Thalès : $\frac{d_1}{C_0 C_1} = \frac{D}{OC_1} \rightarrow d_1 = D \cdot \left(\frac{\overline{C_0 O} + \overline{OC_1}}{\overline{OC_1}} \right) = D \cdot \left(-\frac{\overline{OC_0}}{\overline{OC_1}} + 1 \right)$.

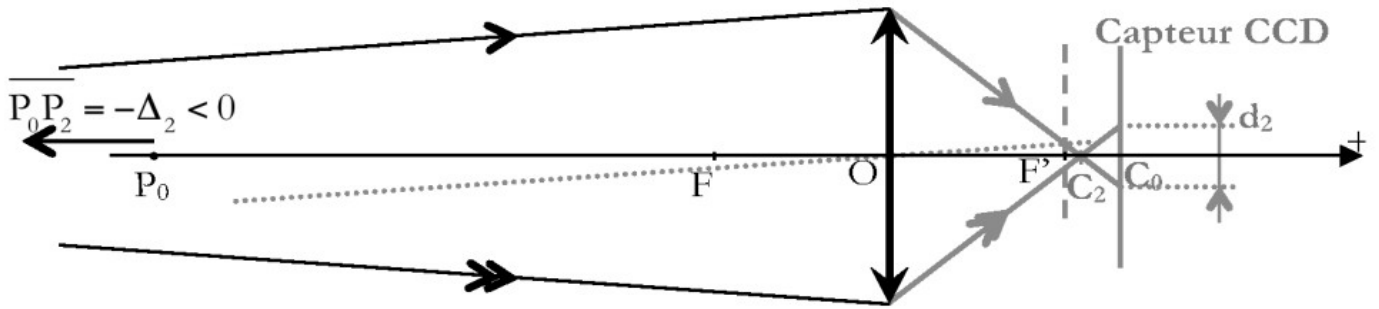
d'après **A2**, $\overline{OC_0} = \frac{\overline{OP_0} \cdot f'}{\overline{OP_0} + f'} = \frac{-L \cdot f'}{-L + f'}$, de même $\overline{OC_1} = \frac{(\overline{OP_0} + \overline{P_0 P_1}) \cdot f'}{\overline{OP_0} + \overline{P_0 P_1} + f'} = \frac{(-L + \Delta_1) f'}{-L + \Delta_1 + f'}$.

$$d_1 = D \cdot \left(1 - \frac{L \cdot f'}{L - f'} \cdot \frac{-L + \Delta_1 + f'}{(-L + \Delta_1) \cdot f'} \right) = D \cdot \left(\frac{(L - f')(L - \Delta_1) + L \cdot (-L + \Delta_1 + f')}{(L - f')(L - \Delta_1)} \right)$$

$$d_1 = D \cdot \left(\frac{L^2 - L \cdot \Delta_1 - f' L + f' \cdot \Delta_1 - L^2 + L \cdot \Delta_1 + L \cdot f'}{(L - f')(L - \Delta_1)} \right)$$

et $d_1 = \frac{D \cdot f' \cdot \Delta_1}{(L - f')(L - \Delta_1)} \rightarrow \beta = D$.

13)



14)

$$d_1 \approx \beta \cdot \frac{f' \cdot \Delta_1}{L \cdot (L - \Delta_1)} \quad \text{et} \quad d_2 \approx \beta \cdot \frac{f' \cdot \Delta_2}{L \cdot (L + \Delta_2)}$$

15)

$$\Delta_{1\text{lim}} \text{ est telle que } d_1 = a, \text{ soit } \beta \cdot \frac{f' \cdot \Delta_1}{L \cdot (L - \Delta_1)} = a \rightarrow \beta \cdot f' \cdot \Delta_1 = a \cdot L \cdot (L - \Delta_1)$$

$$\rightarrow \Delta_1 \cdot (\beta \cdot f' + a \cdot L) = a \cdot L^2 \rightarrow \Delta_{1\text{lim}} = \frac{a \cdot L^2}{\beta \cdot f' + a \cdot L} = \frac{a \cdot L^2}{D \cdot f' + a \cdot L}$$

$$\Delta_{2\text{lim}} \text{ est telle que } d_2 = a, \text{ soit } \beta \cdot \frac{f' \cdot \Delta_2}{L \cdot (L + \Delta_2)} = a \rightarrow \beta \cdot f' \cdot \Delta_2 = a \cdot L \cdot (L + \Delta_2)$$

$$\rightarrow \Delta_2 \cdot (\beta \cdot f' - a \cdot L) = a \cdot L^2 \rightarrow \Delta_{2\text{lim}} = \frac{a \cdot L^2}{\beta \cdot f' - a \cdot L} = \frac{a \cdot L^2}{D \cdot f' - a \cdot L}$$

16)

L'application numérique donne $\Delta_{1\text{lim}} = 2,54 \text{ m}$ et $\Delta_{2\text{lim}} = 5,84 \text{ m}$. La caméra est donc en mesure de filmer des voitures situées entre de 6,46 m et 14,85 m ce qui est tout à fait satisfaisant.

17)

Par définition de la profondeur de champ, $Z = \Delta_{1\text{lim}} + \Delta_{2\text{lim}}$ soit

$$Z = \frac{a \cdot L^2}{D \cdot f' + a \cdot L} + \frac{a \cdot L^2}{D \cdot f' - a \cdot L} \quad \text{ou} \quad Z = a \cdot L^2 \cdot \left(\frac{D \cdot f' - a \cdot L + D \cdot f' + a \cdot L}{(D \cdot f')^2 - (a \cdot L)^2} \right) \rightarrow Z = \frac{2 \cdot f' \cdot D \cdot a \cdot L^2}{(D \cdot f')^2 - (a \cdot L)^2}$$

A.N. : $D \cdot f' = 1,60 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ et $a \cdot L = 6,30 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ donc $(D \cdot f')^2 \gg (a \cdot L)^2$ et la

profondeur de champ se simplifie en $Z \approx \frac{2 \cdot a \cdot L^2}{D \cdot f'}$.

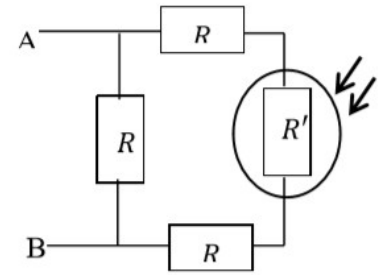
A.N. $\rightarrow Z = 0,9 \text{ m}$, ce qui est cohérent avec la somme $\Delta_{1\text{lim}} + \Delta_{2\text{lim}} = 8,38 \text{ m}$

L'écart s'explique par l'approximation faite à cette question.

Problème 3 :

I – Etude d'un dipôle résistif AB :

Q1 – Les deux résistances R de droite et la résistance R' sont en série.
Alors $R_1 = 2R + R'$; Puis R_1 est en parallèle sur la résistance R de gauche,
soit $R_{eq} = \frac{R R_1}{R + R_1} = \frac{R(2R + R')}{R + 2R + R'}$ Ainsi $R_{eq} = \frac{R(2R + R')}{3R + R'}$.



Q2 – On veut $R_{eq} = R'$; Soit $\frac{R(2R + R')}{3R + R'} = R'$;

Ou encore $R(2R + R') = R'(3R + R')$; Alors $R'^2 + 2RR' - 2R^2 = 0$;

Résolution du polynôme : Discriminant : $\Delta = 4R^2 + 8R^2 = 12R^2 = (2R\sqrt{3})^2$

Alors $R_1' = \frac{-2R + 2\sqrt{3}R}{2}$ ou $R_2' = \frac{-2R - 2\sqrt{3}R}{2}$; Mais cette 2^{ème} valeur est négative, ce qui n'est pas possible pour une résistance. Soit $R' = (\sqrt{3} - 1)R$.

Q3 – Alors $R' \approx 0,7 \times 10000$; Soit $R' \approx 7000 \Omega$.

D'après la courbe d'étalonnage fournie, il faudrait l'éclairer avec **11 ou 12 lux** environ.

La caractéristique courant-tension $U = f(I)$ serait ainsi une droite passant par l'origine de coefficient directeur $a = 7000 \Omega$, comme pour tout conducteur ohmique. C'est un dipôle **passif, linéaire**.

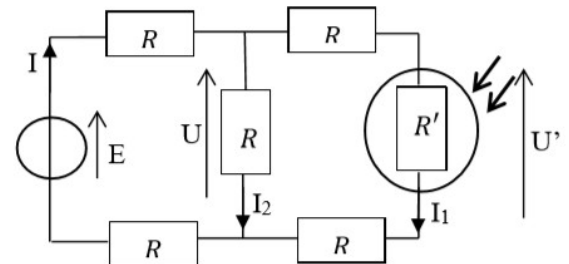
II – Etude d'un réseau linéaire :

Q4 - Dans la partie droite du réseau, les résistances $2R + R'$ et R sont en parallèle et I est l'intensité globale avant le nœud.

Formule du pont diviseur de courant : $\frac{I_1}{I} = \frac{R}{2R + R' + R} = \frac{R}{R' + 3R}$;

Soit : $I_1 = \frac{R}{R' + 3R} I$;

Penser à prendre la résistance de l'autre branche dans la formule !!



Q5 - Les résistances $2R$ et R' de la maille de droite sont en série et U est la tension globale.

Formule du pont diviseur de tension : $\frac{U'}{U} = \frac{R'}{R' + 2R}$; ; Soit : $U' = \frac{R'}{R' + 2R} U$;

Q6 – Etude du réseau global :

Q6.a. – On cherche I_1 .

Loi des nœuds : $I = I_1 + I_2$; Soit $I_1 = I - I_2$.

Loi des mailles ds la grande maille : $E - 2RI - 2RI_1 - R'I_1 = 0$; Soit : $I = \frac{E - (2R + R')I_1}{2R}$;

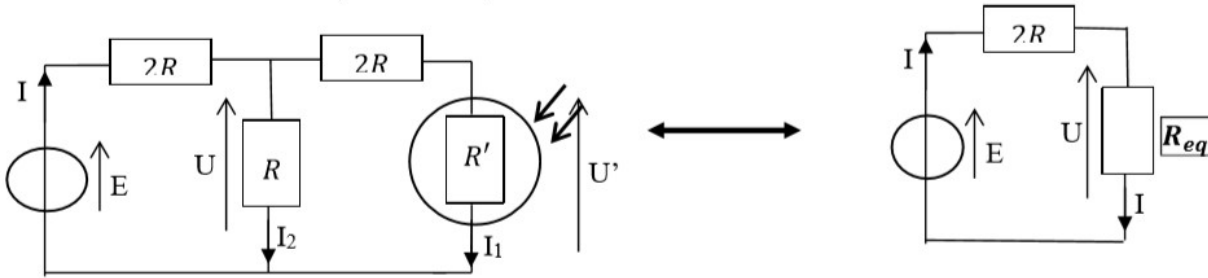
Loi des mailles ds la maille de droite : $2RI_1 + R'I_1 - RI_2 = 0$; Soit : $I_2 = \frac{(2R + R')I_1}{R}$;

En appliquant la loi des nœuds, il vient : $I_1 = \frac{E - (2R + R')I_1}{2R} - \frac{(2R + R')I_1}{R}$

Soit $2R I_1 = E - (2R + R')I_1 - 2(2R + R')I_1$

On factorise par I_1 : $I_1(2R + 2R + R' + 4R + 2R') = E$; Soit $I_1 = \frac{E}{8R+3R'}$.

Q6.b. – On détermine dans un premier temps I en se ramenant à une maille.



Grâce à la loi de Pouillet, on établit : $I = \frac{E}{2R+Req} = \frac{E}{2R+\frac{R(2R+R')}{3R+R'}} = \frac{E(3R+R')}{2R(3R+R')+R(2R+R')}$ d'où

$$I = \frac{E(3R+R')}{R(8R+3R')}$$

On détermine I_1 en utilisant la formule du pont diviseur de courant établie question 4.

$$I_1 = \frac{R}{R' + 3R} I = \frac{R}{(R' + 3R)} \frac{E(3R + R')}{R(8R + 3R')} = \frac{E}{(8R + 3R')}$$

Q6.d. Il faut tracer les caractéristiques du dipôle équivalent à gauche de R' en convention générateur et la caractéristique de R' en convention récepteur ($U \approx 7000 I_1$) sur le même système d'axes.

Le point d'intersection de ces caractéristiques est appelé **point de fonctionnement** et donnera les valeurs de U' et I_1 après raccordement.