

## I.B Câble coaxial

Depuis l'installation de lignes télégraphiques sous-marines, l'obligation d'isoler la ligne conduit à utiliser une forme géométrique particulière : le câble est coaxial, formé d'une armature centrale métallique formant un cylindre de rayon  $a$ , entouré d'une gaine isolante et d'un second câble métallique de rayon  $b > a$ . Les photographies de la figure 2 représentent les extrémités dénudées de deux câbles de ce type qui relient la télévision à l'antenne ; quelques éléments de la fiche technique du plus performant des deux sont repris dans la table 1.

Un tel câble est d'abord modélisé comme un milieu continu sans pertes caractérisé par une inductance linéique  $l_u$  et une capacité linéique  $c_u$ .

- – 7. Représenter le schéma équivalent à une longueur infinitésimale  $dz$  du câble. Établir les équations de propagation des ondes de courant et de tension.

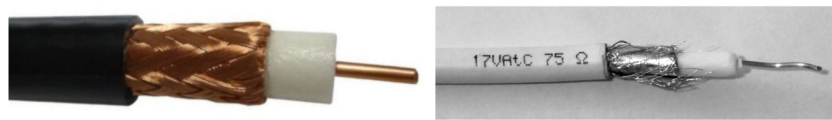


FIGURE 2 – Câble coaxial professionnel (à gauche) et bas de gamme (à droite)

Conducteur interne :	cuivre, $\varnothing 1,6$ mm	Impédance :	$75 \Omega$
Isolant :	Polyéthylène, $\varnothing 7,2$ mm	Capacité nominale :	$53$ pF/m
Tresse externe :	cuivre, couverture $> 95\%$	Inductance nominale :	$0,32$ $\mu$ H/m
Gaine :	Polyéthylène	Résistance nominale câble :	$8,5$ $\Omega$ /km
Délai :	$4,0$ ns/m	Résistance nominale tresse :	$3,6$ $\Omega$ /km

TABLE 1 – Extraits de la fiche technique du câble Belden 8213

- – 8. Définir, exprimer, calculer et commenter la célérité de propagation des ondes électriques dans le câble Belden 8213. Comparer au « délai » de la fiche technique.
- – 9. Définir et exprimer l'impédance caractéristique  $Z_0$  du câble. Les données de la fiche technique ci-dessus sont-elles compatibles avec ce modèle ?

Lorsqu'un tel câble relie un générateur (par exemple l'antenne de réception du signal TV) à un récepteur (ici, l'étage d'entrée de l'amplificateur TV) modélisé par une impédance complexe  $\bar{Z}_e$  en  $z = 0$  sur la figure 3, on observe en général la superposition d'ondes de tension et de courant incidente et réfléchie, donc la superposition d'une onde strictement progressive, d'amplitude  $u_p = U_p \cos(\omega t - kz + \varphi_p)$  et d'une onde stationnaire, d'amplitude  $u_s = U_s \cos(\omega t - \varphi_s) \sin(kz - \psi_s)$ . L'importance de cette dernière est caractérisée par le rapport  $\rho = U_s/U_p$ , qui peut être mesuré pour indiquer le degré de désaccord entre le câble et sa charge.

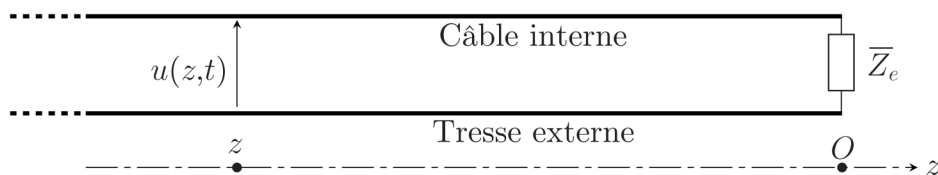


FIGURE 3 – Câble TV alimentant un étage électronique

- – 10. On impose d'abord dans la partie  $z < 0$  du câble une onde de tension incidente  $\bar{u}_+(z,t)$  d'amplitude complexe  $\bar{U}_+$ , de pulsation  $\omega$  et de vecteur d'onde  $k$ .  
Exprimer l'onde de courant  $\bar{i}_+(z,t)$  associée en fonction de  $Z_0$ ,  $\bar{U}_+$ ,  $k$  et  $\omega$ .  
Exprimer les ondes de tension  $\bar{u}_-(z,t)$  et de courant  $\bar{i}_-(z,t)$  réfléchies par le câble en fonction de  $\bar{Z}_e$ ,  $Z_0$ ,  $\bar{U}_+$ ,  $k$  et  $\omega$ .
- – 11. Exprimer  $\rho$  en fonction de  $Z_0$  et  $\bar{Z}_e$ . À quelle condition aura-t-on  $\rho = 0$ ? On parle dans ce cas d'adaptation (ou accord) entre le câble et sa charge.
- Dans tout ce qui suit, on choisit une valeur de  $\bar{Z}_e$  qui assure cet accord. On souhaite évaluer l'importance des pertes en ligne dues aux résistances électriques par unité de longueur  $r_u$  et  $r'_u$  du câble et de la tresse.
- – 12. Proposer un schéma modifié de l'élément de longueur  $dz$  de câble. Établir la nouvelle équation de propagation de l'onde de tension; définir et exprimer la longueur caractéristique d'atténuation de l'amplitude des ondes en fonction de  $Z_0$ ,  $r_u$  et  $r'_u$ .
- – 13. *A.N.* : calculer et commenter la valeur de la distance caractéristique.  
En pratique, on évite d'utiliser de tels câbles à très haute fréquence (1 GHz et plus). Pourquoi?

Dans une installation de captage de télévision, un câble coaxial ( $\mathcal{C}$ ) relie l'antenne  $P$  au décodeur  $D$ . Un voisin indélicat, souhaitant bénéficier du signal sans payer, réalise le branchement en dérivation de la figure 4 en dénudant partiellement le câble ( $\mathcal{C}$ ) pour y souder son propre câble ( $\mathcal{C}'$ ) relié à son détecteur  $D'$ . Les soudures relient entre elles les câbles centraux d'une part et les tresses externes d'autre part. Les décodeurs  $D$  et  $D'$  sont tous deux adaptés aux câbles. Tous les câbles sont assez courts pour négliger l'atténuation du signal.

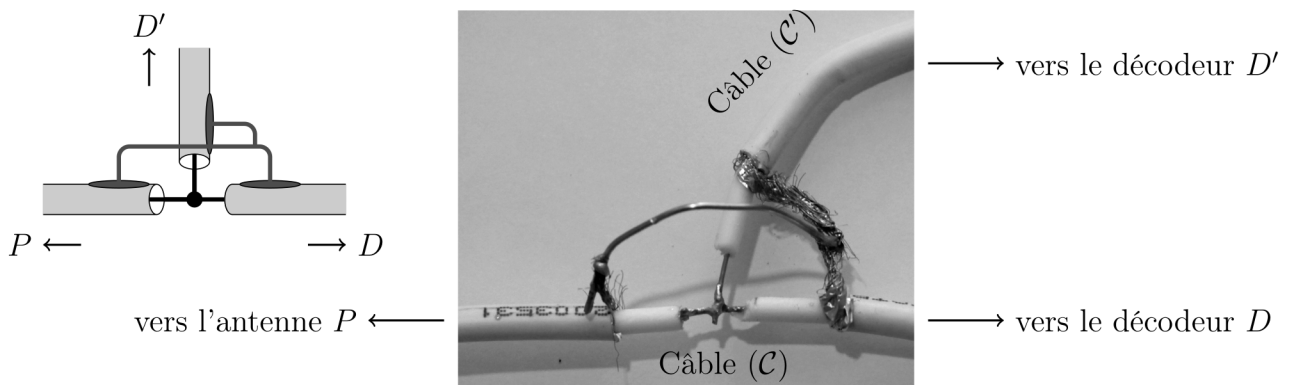


FIGURE 4 – Branchement illégal d'un câble coaxial ( $\mathcal{C}'$ ) sur une installation préexistante ( $\mathcal{C}$ )

Un onde de tension  $u_i = U_0 \cos(\omega t - kz)$  provient de l'antenne  $P$  dans la partie  $z < 0$  du câble; elle atteint en  $z = 0$  la soudure ainsi réalisée. Dans les deux câbles situés en parallèle dans le domaine  $z > 0$  apparaît la même onde de tension  $u_t = U'_0 \cos(\omega t - kz)$ , avec  $|U'_0| < |U_0|$ .

- – 14. Pourquoi n'y a-t-il pas d'onde réfléchi dans les câbles situés en  $z > 0$ ? Montrer qu'il en existe une dans le câble situé en  $z < 0$  et déterminer son amplitude.
- – 15. L'introduction de cette dérivation « pirate » est-elle détectable par une mesure de  $\rho$  ou bien par celle de l'atténuation du signal incident au niveau du détecteur  $D$ ?