

Correction préparation_3 concours blanc pb 3 et 4

PROBLÈME 3 : L'exploration martienne : Le rover Perseverance d'après CCINP TSI 2023

L'atterrissage

Q1. $E_c(A) = \frac{1}{2} m v_A^2$

Q2. La variation d'énergie cinétique entre A et B est : $E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$

Q3. $E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2} \times 3000 (160^2 - 420^2) = -2,26 \cdot 10^8 \text{ J}$

Q4. Le théorème de l'énergie cinétique : la variation d'énergie cinétique d'un point matériel dans un référentiel galiléen est égale à la somme des travaux des forces extérieures appliquées soit

$$E_c(B) - E_c(A) = \sum W_{\vec{F}_i}(A \rightarrow B)$$

Q5. $W_{\vec{P}}(A \rightarrow B) = +mg h_{AB} = 3000 \times 3,7 \times (1,6 \cdot 10^3 - 7,5 \cdot 10^3) = 3,44 \cdot 10^7 \text{ J}$

Q6. Ce travail est positif, il est donc moteur.

Q7. La sonde n'est soumise qu'à deux forces lors de la descente de A à B, le poids et les frottements. Le référentiel martien étant galiléen pour cette étude, on peut appliquer le théorème de l'énergie cinétique :

$$E_c(B) - E_c(A) = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) \text{ d'où}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = E_c(B) - E_c(A) - W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -2,26 \cdot 10^8 - 3,44 \cdot 10^7 = -2,60 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Q8. Si cette force était constante alors $W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{AB} = -f \times h_{AB}$ d'où $f = \frac{-W_{A \rightarrow B}(\vec{f})}{h_{AB}}$

soit $f = \frac{2,6 \cdot 10^8}{10^3 (10,6 - 7,5)} = 84 \cdot 10^3 \text{ N}$

Q9. ci-contre

Q10. La sonde n'étant pas soumise uniquement à son propre poids (il y a des frottements), on ne peut pas qualifier ce mouvement de chute libre.

Q11. On applique la seconde loi de Newton (PFD) à la sonde dans le référentiel martien considéré

comme galiléen et projeté sur l'axe z, on a alors $m \frac{dv}{dt} = mg - hv$ soit $\frac{dv}{dt} + \frac{h}{m} v = g$ une équation

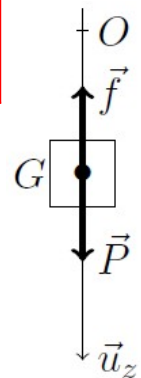
différentielle qui se met sous la forme demandée en posant $A = \frac{h}{m}$ et $B = g$.

Q12. Quand la vitesse limite théorique v_{lim} est atteinte, on a $\frac{dv}{dt} = 0$ donc $v_{\text{lim}} = \frac{B}{A} = \frac{mg}{h}$

Q13. $\lambda_0 = \frac{c}{f}$ d'où $\lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{30 \cdot 10^9} = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}$

Q14. La distance parcourue par l'onde sur un aller-retour est $2H$ à la célérité c pendant une

durée Δt , on a donc $H = \frac{c \Delta t}{2}$.



Q15. En appliquant la formule précédente pour $H = 7,5$ km on trouve :

$$\Delta t = \frac{2H}{c} = \frac{2 \times 7,5 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ s} = 50 \mu\text{s}$$

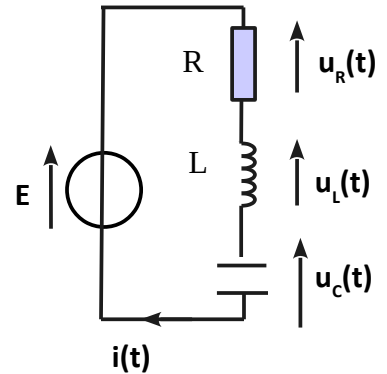
Communication

Q16. A $t < 0$ on a $u_c(t) = 0$ puisque le condensateur est déchargé. Or la tension aux bornes d'un condensateur est continue on a donc $u_c(0^+) = 0$ par continuité. A $t < 0$ on a $i(t) = 0$ puisque le circuit est ouvert. Or le courant qui traverse une bobine est continu on a donc $i(0^+) = 0$ par continuité.

Q17. D'après la loi des mailles: $u_c + u_R + u_L = E$. Or $u_R = Ri$ et $i = C \frac{du_c}{dt}$ donc

$$u_R = RC \frac{du_c}{dt} \text{ de plus } u_L = L \frac{di}{dt} = LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} \text{ donc :}$$

$$LC \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = E$$



On écrit l'équation sous sa forme canonique: $\ddot{u}_c + \frac{\omega_0}{Q} \dot{u}_c + \omega_0^2 u_c = \omega_0^2 E$ avec

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

la pulsation propre du circuit et

$$Q = \frac{L \omega_0}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

le facteur de qualité du circuit.

$$Q18. f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{40 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^{-9}}} = 7,96 \text{ kHz} ; Q = \frac{1}{2 \cdot 10^3} \sqrt{\frac{40 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-9}}} = 1 > \frac{1}{2}$$

Le régime est pseudo-périodique.

$$Q19. Z_{eq} = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)$$

Q20. Les amplitudes complexes associées respectivement à $e(t)$ et $i(t)$ sont : $\underline{E} = E$ et $\underline{I} = I e^{j\varphi}$.

Q21. On notation complexe $\underline{E} = Z_{eq} \underline{I}$ d'où $\underline{I} = \frac{\underline{E}}{Z_{eq}}$ d'où $\underline{I} = \frac{E}{R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}$. Pour obtenir I, il faut prendre

le module de l'expression soit : $I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}$.

Q22. L'intensité I passe par un maximum quand le terme sous la racine est minimal c'est à dire quand

$$L\omega_r - \frac{1}{C\omega_r} = 0 \text{ soit } \omega_r = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ d'où } f_r = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ et } I_{max} = \frac{E}{R}$$

Q23. Les ondes radios étant des ondes électromagnétiques (qui se propagent dans le vide entre

Mars et la Terre), leur vitesse de propagation est $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

$$\tau = \frac{d}{c} = \frac{300 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^8} = 1000 \text{ s} \approx 16,6 \text{ min}$$

soit un peu plus de un quart d'heure de délai. Il n'est ainsi pas possible de piloter l'atterrissage de la sonde depuis la Terre puisque le temps que les premières données (lors de la séparation) arrivent, la sonde doit déjà être posée depuis 10 minutes.

Q24. Il y a 8 bits dans un octet, le nombre d'octets de l'image est : $\frac{4096 \times 2160 \times 32}{8 \cdot 10^6} = 35,4 \text{ Mo}$.

Q25. L'envoi d'une image en 4K prend ainsi un temps d'environ $\frac{35,4}{0,25} = 141 \text{ s}$, donc $\frac{141 \times 24}{6} = 57 \text{ min}$, donc une seconde de vidéo (correspondant à 24 images) nécessitera une durée de transmission d'environ 57 minutes. Il est ainsi peu probable qu'une telle résolution de vidéo ait été choisie pour équiper le rover.

PROBLÈME 4 : Améliorations des performances en cyclisme : du casque classique vers le casque profilé en goutte d'eau

I . Etude de la phase de démarrage

Q1. Bilan des actions sur le système cycliste + vélo : \vec{P} , \vec{N} , \vec{F}_r , \vec{F}_N

On applique le théorème du centre de masse au système cycliste + vélo :

Projection sur Ox :

$$m \frac{dv}{dt} = mg \sin \alpha - \mu_r N - \frac{1}{2} \rho S C_x v^2$$

Projection sur Oy

$$0 = mg \cos \alpha - N$$

D'où

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\rho S C_x}{2m} v^2 = g (\sin \alpha - \mu_r \cos \alpha)$$

$$a = \frac{\rho S C_x}{2m} = \frac{1,225 * 0,30}{2 * 80} = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}; \quad b = g (\sin \alpha - \mu_r \cos \alpha) = 9,8 (\sin 0,1 - 6,4 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 0,1) = 0,92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Q2. En régime permanent $\frac{dv}{dt} = 0$

d'où

$$v_{\text{lim}}^2 = b/a = \frac{2mg(\sin \alpha - \mu_r \cos \alpha)}{\rho S C_x}$$

$$K = \frac{2mg(\sin \alpha - \mu_r \cos \alpha)}{\rho}$$

Q3. $v_{\text{lim}} = \sqrt{b/a} = \sqrt{0,92/2,3 \cdot 10^{-3}} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ plutôt rapide mais plausible.

Q4. Lignes 1 et 2 : importation des bibliothèques.

Ligne 3 à 7 : définit une fonction r ayant comme arguments f, v et t.

L'argument t est la liste des instants successifs, v est la vitesse initiale, et f l'accélération.

Cette fonction renvoie la liste des vitesses V aux instants successifs de la liste t à partir de la méthode d'Euler appliquée à l'équation différentielle (I.1) discrétisée.

Lignes 8 et 9 : Renvoie $F/m = 0,92 - 2,2 \cdot 10^{-3} v^2$ fonction trouvée en Q1

Ligne 10 définit une liste des temps

Ligne 11 : calcule la liste des vitesses avec les données de l'exercice.

Lignes 12 et 13 : tracé du graphe v(t)

Q5. Le vecteur x est un array numpy qui contient 1000 valeurs du temps également réparties entre 0 et 120 (secondes)

Courbe 1 : échantillonnage correct, correspond à la courbe cherchée, $v_{\text{lim}} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Courbe 2 : échantillonnage 100 fois plus faible que le précédent, on obtient une courbe affine de 12 morceaux,

Courbe 3 : échantillonnage correct, mais un intervalle de temps 10 fois plus faible que celui de la courbe 1, la vitesse limite n'est pas atteinte.

Courbe 4 : échantillonnage trop faible, courbe à 10 segments, intervalle de temps plus important, sur le 1^{er} segment la vitesse finale est supérieure à la vitesse limite, donc sur le 2^e segment l'accélération est négative, d'où la courbe en dents de scie. La méthode d'Euler ne converge pas.

Q6. $L_{\text{RP}} = \int_0^{t_f} v(t) dt$ où t_f est environ égal à 40 s si on se place à 95% de v_{lim} , soit $v = 19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

En assimilant l'accélération en régime transitoire à une constante d'après la courbe 3

$$V = a * t; \quad L_{\text{RP}} = a * t_f^2 / 2 = (10/12) * 40^2 / 2 = 670 \text{ m}$$

Cette valeur surestime L_{RP} , c'est un majorant.

On peut calculer un minorant en assimilant la courbe 1 à une courbe affine entre les points $t = 0, v = 0$ et $t = 40 \text{ s}, v = 38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On a alors : $L_{\text{RP}} = 40 * 19 / 2 = 380 \text{ m}$.

Q7. def $L_{\text{RP}}(v,t)$:

$$L=0$$

```

i=0
while v[i]<.95*v[-1]: #v[-1] est la vitesse limite.
    L+=v[i+1]*(t[i+1]-t[i])
    i+=1
return L

```

Remarque : ce script suppose que la vitesse limite est atteinte ! Avec les valeurs du texte, il calcule :
 LRP = 506 m pour 95 % de V_{limite} . C'est à peu près la moyenne des deux valeurs que nous avons à la question précédente.

II Étude du régime permanent dans la descente de Laffrey

Q9. Sur le tableur de la calculatrice pour chaque valeur de T_c pour le casque classique il faut calculer $v_c = L / T_c$; résultats affichés $\langle v_c \rangle = 18,526 \text{ m.s}^{-1}$ et l'écart-type affiché est $\sigma_v = 0,1143 \text{ m.s}^{-1}$ d'où :

$$u(\langle v_c \rangle) = \sigma_v / \sqrt{10} = 0,036 \text{ m.s}^{-1}$$

soit $\langle v_c \rangle = 18,526 \pm 0,036 \text{ m.s}^{-1}$

Q10 : Puissance du poids	$P_p = m\vec{g} \cdot \vec{v} = mgv\sin\alpha;$
Puissance de \vec{N}	$P_N = 0$ (perpendiculaire au mouvement)
Puissance de \vec{F}_r	$P_r = -\mu_r mg\cos\alpha \cdot v$
Puissance de \vec{F}_T	$P_T = -\frac{1}{2} \rho S C_x v^3$

Q11. Le gain en puissance n'est pas défini ; disons qu'il s'agit de calculer pour la vitesse donnée, constante, la différence relative :

$$\begin{aligned}
 G &= [P_T(\text{classique}) - P_T(\text{profilé})] * 100 / P_T(\text{classique}) \\
 &= [S C_x(\text{classique}) - S C_x(\text{profilé})] * 100 / S C_x(\text{classique}) \\
 &= [0,3484 - 0,3227] * 100 / 0,3484 = 7,4 \%
 \end{aligned}$$

Le « gain en puissance » du au casque profilé est 7,4 % , cohérent avec les 2 à 8% de l'introduction