A-Moteur thermique (Banque PT 2002)

Ce problème aborde différents aspects de l'étude d'un moteur thermique.

On suppose, pour simplifier, que le moteur est constitué d'un cylindre unique de volume égal à un litre.
Les contraintes de fabrication et d'utilisation imposent de ne pas dépasser une pression de 50 bars dans le cylindre. On rappelle que $1\ bar = 10^5\ Pa$.

Dans tout le problème les gaz, quels qu'ils soient, sont assimilés à des gaz parfaits de rapport $\gamma = 1,4$. Le piston est couplé à un système mécanique de sorte que les transformations seront considérées comme **mécaniquement** **réversibles**.
La constante molaire des gaz parfaits vaut : $R = 8,314\ J.mol^{-1}.K^{-1}$.

I . Moteur de Carnot

L'air enfermé dans un cylindre subit la suite de transformations réversibles suivantes :

- $A \to B$: isotherme
- $B \to C$: adiabatique
- $C \to D$: isotherme
- $D \to A$: adiabatique.

Les coordonnées de l'état A sont : $P_A = 1\ bar$, $V_A = 1L$, $T_A = 300\ K$.
Dans l'état B, $V_B = V_A / 8$ et, dans l'état C, $P_C = 50\ bars$.

I.1 Représenter, sur la copie, l'allure du cycle dans le diagramme de Clapeyron

I.2 **a.** Déterminer et calculer la valeur de la pression en B
b. Déterminer et calculer la valeur de la température en C.
c. Etablir la relation $P_A . P_C = P_B . P_D$.
d. Calculer la valeur de la pression en D .

I.3 Calculer le travail fourni **par le gaz au système mécanique** sur un cycle.

I.4 Calculer la chaleur fournie par la source chaude au gaz sur un cycle.

I.5 Calculer le rendement $r = \left| \frac{W_{total}}{Q_{CD}} \right|$

I.6 Calculer la puissance du moteur, sachant que le fluide effectue 5000 cycles par minute.
Exprimer cette puissance en chevaux-vapeur ($1\ Ch = 735\ W$).

I.7 Que pensez vous des performances de ce moteur de Carnot ?

II . Moteur à explosion.

Au point A le cylindre contient maintenant un **mélange** supposé homogène gazeux d'air **et** de n' = $2 . 10^{-4}$ mol d'essence.

On a toujours , en A : $P_A = 1\ bar$, $V_A = 1\ L$, $T_A = 300\ K$; en B , $V_B = V_A / 8$.

Le mélange gazeux subit la suite de transformations suivantes :

- $A \to B$: compression adiabatique réversible ;
- $B \to C$: combustion isochore de <u>toute</u> l'essence ; cette évolution est également adiabatique pour l'ensemble du système réactif ;
- $C \to D$: détente adiabatique réversible ; on donne $V_D = V_A$;
- $D \to A'$: refroidissement isochore ; on donne $T_{A'} = T_A$.

Dans toute l'étude de ce modèle de moteur à explosion, on suppose constant le nombre <u>total</u> de moles gazeuses .

II.1 **a.** Déterminer la pression du mélange dans l'état B .
b. Déterminer la température du mélange dans l'état B .

II.2 Le "pouvoir calorifique" de l'essence est $\Pi' = 5910\ kJ.mol^{-1}$.
a. Calculer la température en fin de combustion au point C .
b. Calculer la pression Pc .
c. Respecte-t-on les contraintes mentionnées en introduction ?

Dans la réalité, la combustion n'est pas instantanée, d'où une valeur moins élevée de la pression maximale.

Dans la suite de l'étude de notre modèle, on supposera la combustion $B \to C$ isochore , et on prendra $T_C = 2100\ K$.

II.3 Calculer la température en D

II.4 **a.** Calculer le travail fourni par le gaz au système mécanique sur un "cycle" .
b. Calculer la chaleur algébrique Q_{DA} fournie sur un "cycle" par la source froide.

II.5 **a.** Sur un aller-retour du piston, calculer la variation d'énergie interne ΔU du mélange gazeux .
b. A-t-on $\Delta U = 0$? Pourquoi ?

II.6
Calculer le rendement r=$\left|\frac{Wtotal}{Q_{BC}}\right|$ et la puissance en cheveaux-vapeur

D-Étalonnage d'un calorimètre :

Dans un calorimètre en équilibre mécanique avec l'atmosphère, on introduit une masse m_1 d'eau assimilée à une phase condensée incompressible, indilatable de capacité calorifique inconnue mais constante *Ce.* Lorsque celle-ci est en équilibre thermique avec le calorimètre et ses accessoires, on relève leur température T_1. On ajoute alors une masse m_2 d'eau à la température T_2.

m_1= 400 g m_2= 600 g T_1= 20℃ T_2= 100℃

1. Après le mélange, quelle température finale T_F, prévoit-on en négligeant la capacité calorifique du calorimètre et de ses accessoires?

2. On mesure en réalité T'_F= 63℃. Commenter le signe de l'écart avec T_F. En déduire la « masse en eau» µ du calorimètre et de ses instruments.

3. Un fois l'ensemble revenu à T_1= 20℃, on fournit, via une résistance chauffante faisant partie des accessoires, une quantité de chaleur Q_p au contenu du calorimètre.

Pour élever la température de 20℃, soit T_3 = 40℃, on mesure Qp = 93,3 kJ.

Déterminer la capacité calorifique de l'eau, puis celle du calorimètre.

A-

I Moteur de Carnot

I.1 Allure du cycle dans le diagramme de Clapeyron : (Q de cours !)

I.2

Appelons τ le taux volumique de compression : $\tau := V_A / V_B = 8$

a) A -> B isotherme (1) => $\mathbf{P_B V_B = P_A V_A}$ => $\mathbf{P_B = \tau P_A}$ **= 8 bars**

(par ailleurs $V_B = V_A / \tau$ = 0,125 L et $T_B = T_A$ = 300 K)

b) B -> C : adiabatique (4) => $\mathbf{T_C / T_B = (P_C / P_B)^{(\gamma-1)/\gamma}}$ = $(50/8)^{0,4/1,4}$ = 1,688..=> $\mathbf{T_C}$ **= 506,4 K**

c) Toujours à l'aide de la relation de Laplace (4)

$$\mathbf{(P_C / P_B)^{(\gamma-1)/\gamma} = (P_D / P_A)^{(\gamma-1)/\gamma} = (T_C/T_B) = (T_D/T_A) \Rightarrow P_C / P_B = P_D / P_A}$$

d) A.N. : $\mathbf{P_D}$ **= 6,25 bars**

I.3 Soit W , le travail **reçu par le gaz** sur un cycle. D'après le premier principe :

$$W + Q = \Delta U = 0 \text{ (cycle)} \Rightarrow -W = W_u = Q$$

Le travail "utile" **fourni par le gaz au système mécanique** est donc égal à la chaleur totale reçue par le gaz. Cette chaleur est plus rapide à calculer puisqu'elle ne comporte que deux termes : les chaleurs échangées le long des isothermes.

Pour une isotherme d'un gaz parfait, mécaniquement réversible :

$$\Delta U = 0 \to Q = -W = \int PdV = nRT\int \frac{dV}{V} = nRT\ln(\frac{V_f}{V_i})$$

$$W_u = Q_{AB} + Q_{CD} = nRT_A\ln(\frac{V_B}{V_A}) + nRT_C\ln(\frac{V_D}{V_C})$$

$$\textbf{A.N.:}\ \mathrm{W_u} = -207{,}9 + 350{,}9 = 143\, J/cycle$$

I.4 La chaleur fournie par la source chaude vient d'être calculée : $\mathbf{Q_{CD}}$ **= 350,9 J / cycle**

I.5 a) Le rendement vaut (définition et A.N.) :

$$\eta = \frac{\mathrm{W_u}}{\mathrm{Q_{CD}}} = \frac{143}{350{,}9} = 40{,}7\%$$

I.6 Puissance du moteur :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{5000 \times \mathrm{W_u}}{60} = 11,9\,kW = 16,2\,Ch$$

I-7-Conclusion : alors que le rendement est plutôt bon par rapport à un moteur thermique réel et que de plus tous les cycles sont moteurs, la puissance spécifique (puissance ramenée à la cylindrée d'environ 1000 cc) est assez modeste. Nous allons le vérifier en la comparant à celle du cycle suivant d'un moteur à essence.

II. Moteur à explosion

Les valeurs numériques au point A sont inchangées. On fait toujours l'hypothèse (plus critiquable ici !) que le nombre total de moles gazeuses est constant et que le gamma est invariable.
Les résultats généraux énoncés en début d'énoncé restent applicables.

II.1 a A -> B isentropique , d'après "Laplace" (4)

$\mathbf{P_B = P_A (V_A/V_B)^{\gamma} = P_A\, \tau^{\gamma}}$ **A.N. :** $\mathbf{P_B = 1 \times 8^{1,4} = 18,38}$ **bars**

b) Toujours d'après "Laplace" $\mathbf{T_B = T_A\, \tau^{\gamma-1}}$ **A.N. :** $\mathbf{T_B = 300 \times 8^{0,4} = 689}$ **K**

II.2 a) Chaleur apportée par la combustion de l'essence :

$\mathbf{Q_{BC} = \Pi' \times n'}$ **A.N. :** $\mathbf{Q_{BC}} = 5910\,000 \times 2.10^{-4} = \mathbf{1182}$ **J**

A ce niveau, il est pratique d'assimiler la combustion de l'essence à un apport de chaleur par une source de chaleur fictive équivalente. L'insistance de l'énoncé sur le caractère adiabatique de l'évolution pour le système global « air + essence » ne peut que conduire à des difficultés stériles pour les élèves.
*Si l'on tient **vraiment** à faire prendre en compte l'aspect chimique du problème, il convient de préciser les fonctions d'état des espèces chimiques : enthalpie et entropie de l'essence et des produits de combustion !*

La transformation étant isochore pour le « gaz » recevant cette chaleur :

$\mathbf{Q_{BC} = C_V \times (T_C - T_B)}$ **A.N.** La valeur de C_V est inchangée soit $\mathbf{C_V = 1/1,2 = 0,833..}$ $\mathbf{JK^{-1}}$

On en déduit la température demandée :

=> $\mathbf{T_C = 689 + 1418 = 2107}$ **K**

Valeur satisfaisante puisque l'on nous propose d'arrondir pour la suite à : $\mathbf{T_C = 2100}$ ***K.***

b) La pression dans une isochore variant linéairement avec la température, on trouve :

$\mathbf{P_C = P_B \times (T_C/T_B)}$ **A.N. :** $\mathbf{P_C = 56,2}$ **bars**

c) On constate que l'on dépasse de 10 % la pression maximale admise (50 bars) mais heureusement nos calculs sont assez grossiers et l'énoncé nous rassure sur ce point …

II.3 Par comparaison des adiabatiques réversibles AB et CD on obtient (toujours l'invariant de Laplace) :

$\mathbf{T_D / T_C = T_A / T_B \Rightarrow T_D = 914}$ **K**

II.4 a) Par le même raisonnement qu'en I.3 on écrit, pour tout le cycle :

$\mathbf{W_u = Q_{total} = Q_{BC} + Q_{DA} = C_V(T_C - T_B) + C_V(T_A - T_D)}$

A.N. : $\mathbf{W_u = 1176 - 512 = 664}$ **J / cycle**

b) $\mathbf{Q_{DA} = -512}$ **J/ cycle**

A nouveau, nous avions effectué ce calcul dès la question précédente.
Vu l'ordre des questions l'examinateur attendait sans doute un calcul de travail (plus fastidieux) par l'intégration de $\delta W = -PdV$ *sur chaque transformation.*

$\boxed{\Delta U=0}$

II.5 On continue à définir le rendement comme le rapport du travail utile à la chaleur "payante" :

$$\mathbf{\eta = W_u / Q_{BC} = 664 / 1176 = 56,4\ \%}$$

II.6 En tenant compte du fait que seulement la moitié des cycles est "moteur" , on trouve :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{5000 \times \mathrm{W_u}}{2 \times 60} = 27,7\,kW = 37,6\,Ch$$