

Les questions de cours qui suivent sont des questions ou des démonstrations essentielles et très classiques que vous pouvez avoir à l'écrit comme à l'oral. Les maîtriser toutes ou au moins une grande majorité vous assurera de pouvoir aborder beaucoup de choses au cours des différentes épreuves : c'est donc une priorité ! On rappelle que le contenu des deux années de cours est évalué aux concours, et que des questions de première années apparaissent très régulièrement dans les différentes épreuves. Attention, il ne s'agit pas d'une liste exhaustive ; on se rapportera pour cela aux compétences détaillées de chaque chapitre. Les questions plus difficiles sont repérées par (\*) ou (\*\*) ; certaines sont dans le programme de PCSI ou peuvent être faites dans le cadre du programme, d'autres sont hors programme (HP).

## MÉCANIQUE

### M1 - Cinématique

1. Illustrer par un dessin le repérage d'un point  $M$  en coordonnées cartésiennes. Même chose pour les coordonnées cylindriques et sphériques. Bien indiquer dans chacun des trois cas les distances et les angles.
2. À l'aide de schémas, montrer que les expressions des déplacements élémentaires en coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques s'écrivent respectivement :

$$\vec{dl} = dx \vec{u}_x + dy \vec{u}_y + dz \vec{u}_z$$

$$\vec{dl} = dr \vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + dz \vec{u}_z$$

$$\vec{dl} = dr \vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + r \sin(\theta) d\phi \vec{u}_\phi$$

3. Établir les expressions du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération en coordonnées cartésiennes.
4. Une voiture se déplace en ligne droite suivant  $\vec{u}_x$  avec un vecteur accélération constant  $\vec{a} = a\vec{u}_x$ . A l'instant initial elle se situe en  $x = 0$  m avec une vitesse  $v_0$ . Établir l'expression de sa vitesse  $v_x(t)$  et de sa position  $x(t)$  en fonction du temps.
5. Établir les expressions du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération en coordonnées cylindriques. Comment se simplifient ces expressions en coordonnées polaires ? Comment se simplifient-elles pour un mouvement circulaire de rayon  $R$  ? Pour un mouvement circulaire uniforme ?

### M2 - Dynamique

6. Donner la définition de la quantité de mouvement d'un point matériel. Établir l'expression de la quantité de mouvement pour un système de deux points, en fonction de la vitesse du centre de masse  $G$ .
7. Citer les trois lois de Newton.
8. On lance une bille dans l'air avec un vecteur-vitesse initial faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale. Son altitude est nulle à  $t = 0$  et on néglige les frottements de l'air. Déterminer les équations paramétriques du mouvement, l'équation de la trajectoire, exprimer la flèche (altitude maximale atteinte) et la portée (distance atteinte).
9. Une bille chute verticalement dans un fluide visqueux. Sa vitesse initiale est nulle, et au cours de sa descente elle subit en particulier une force de frottement fluide  $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ . Établir l'équation différentielle pour la composante verticale de sa vitesse  $v_z$  (on prendra un axe orienté vers le bas). Donner la solution de cette équation en tenant compte des conditions initiales. Donner l'expression de la vitesse limite atteinte.

10. (\*) On considère le mouvement d'un volant de badminton, étudié dans un plan  $(xOz)$  où  $Oz$  correspond à un axe vertical ascendant. Le volant est frappé initialement à un point de coordonnées  $(0, h)$ , avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale. Le volant est soumis à une force de frottement fluide du type  $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ . Établir les équations différentielles vérifiées par  $v_x$  et  $v_y$ . Introduire un temps caractéristique  $\tau$  et donner les solutions, en tenant compte des conditions initiales. En déduire les expressions de  $x(t)$  et  $z(t)$ . Est-ce facile de déterminer le temps  $t_s$  auquel le volant touche le sol? Proposer alors une résolution graphique ou numérique.
11. (\*\*) On reprend le contexte de la question précédente, avec  $\vec{f} = -\alpha \|\vec{v}\| \vec{v}$ . Elaborer puis mettre en oeuvre une résolution numérique grâce à la méthode d'Euler.
12. Établir l'équation du mouvement d'un pendule simple à l'aide de la deuxième loi de Newton (ou principe fondamental de la dynamique, PFD). Faire l'approximation des petits angles, et montrer qu'on obtient une équation de type oscillateur harmonique. Exprimer la période  $T_0$  des oscillations.
13. Mêmes questions pour la masse d'un système masse – ressort horizontal.
14. Mêmes questions pour la masse d'un système masse – ressort vertical. On pourra commencer par déterminer la position d'équilibre statique.
15. *Pour cette question les lois de Coulomb du frottement solide doivent être fournies.* On fait glisser un livre sur une table en lui donnant une vitesse initiale  $\vec{v}_0$ . On note  $\mu$  le coefficient de frottement (constant) du livre sur la table. Faire un bilan des forces et mettre en équation pour exprimer le temps au bout duquel le livre s'arrête.

### M3 - Énergétique

16. Définir : le travail élémentaire d'une force, le travail d'une force le long d'un chemin  $(AB)$ , et la puissance d'une force.
17. Citer le théorème de l'énergie cinétique (TEC) et le théorème de la puissance cinétique (TPC).
18. Citer le lien entre travail élémentaire d'une force  $\delta W$  et variation élémentaire d'énergie potentielle  $dE_p$  qui définit la notion de force conservative. À partir de cette relation, établir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur  $E_p = m.g.z + \text{cte}$  (valable pour un champ de pesanteur uniforme).
19. En utilisant la méthode de la question précédente, établir les expressions de l'énergie potentielle gravitationnelle (champ créé par un astre ponctuel), l'énergie potentielle élastique, l'énergie électrostatique (champ uniforme et champ créé par une charge ponctuelle).
20. Citer le théorème de l'énergie mécanique (TEM).
21. On considère un pendule simple, sans frottements. L'énergie mécanique du pendule se conserve-t-elle? Justifier. En déduire l'équation du mouvement. Retrouve-t-on la même équation qu'avec le PFD?
22. Déterminer l'équation du mouvement de la masse d'un système masse – ressort horizontal à l'aide du TEM. Retrouve-t-on la même équation qu'avec le PFD? Donner la forme des solutions de cette équation.
23. Un pendule simple (à tige rigide) est repéré par l'angle  $\theta$  qu'il fait par rapport à sa position de repos. Exprimer son énergie potentielle en fonction de  $\theta$ . Tracer le graphe de  $E_p(\theta)$  sur l'intervalle  $[-2\pi, +2\pi]$ . Indiquez les positions d'équilibre stable et instable en rappelant leur caractérisation mathématique.

### M4 - Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique

24. Donner l'expression de la force de Lorentz. Exprimer la puissance de cette force et montrer que la force magnétique ne travaille pas (autrement dit que sa puissance est nulle). En conséquence, un champ magnétique peut (choisir la ou les bonne(s) réponse(s)) : augmenter la norme du vecteur-vitesse / diminuer la norme du vecteur-vitesse / courber la trajectoire sans changer la valeur de la vitesse.

25. Un électron est accéléré entre deux plaques  $A$  et  $B$  d'un condensateur plan portées respectivement au potentiel  $V_A = 0$  et  $V_B > 0$ . L'électron possède initialement, au niveau de la plaque  $A$ , une vitesse nulle. Exprimer, à l'aide du TEC, sa vitesse au niveau de la plaque  $B$ . Dépend-elle de la distance entre les deux plaques ?
26. On considère le mouvement circulaire d'une particule chargée dans un champ magnétostatique uniforme dans le cas où le vecteur-vitesse initial est perpendiculaire au champ magnétique. Déterminer le rayon de la trajectoire sans gros calcul, en admettant que celle-ci est circulaire.
27. (\*) (HP) En coordonnées cartésiennes, un proton est initialement à l'origine du repère, et a une vitesse initiale  $v_0 \vec{u}_x$ . Tout l'espace est plongé dans un champ magnétique  $\vec{B} = B \vec{u}_z$ . Etablir les équations différentielles pour  $v_x(t)$ ,  $v_y(t)$ ,  $v_z(t)$ . On introduira la pulsation  $\omega = eB/m$ . Montrer que le mouvement est plan. On introduit la grandeur complexe  $V = v_x + iv_y$ . Montrer que  $\dot{V} + i\omega V = 0$ . Intégrer pour en déduire  $v_x(t)$  et  $v_y(t)$ , puis  $x(t)$  et  $y(t)$ , en tenant compte des conditions initiales. En déduire finalement que la trajectoire est circulaire (on précisera le centre et le rayon). On rappelle que l'équation d'un cercle de centre  $M(a, b)$  et de rayon  $R$  s'écrit  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ .

### M5 - Théorème du moment cinétique

28. Définir le moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point, puis le moment d'une force par rapport à un point. Énoncer le théorème du moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point.
29. Mêmes questions que précédemment, cette fois-ci par rapport à un axe orienté.
30. Expliquer, schéma à l'appui, comment on exprime le moment d'une force à l'aide de la notion de bras de levier.
31. Établir l'équation du mouvement d'un pendule simple à l'aide du TMC. Donner la forme des solutions de cette équation.

### M6 - Mouvement dans un champ de force central conservatif

32. Point matériel soumis à un seul champ de force centrale : montrer que le moment cinétique se conserve, que le mouvement est plan, et que le produit  $r^2 \dot{\theta}$  est une constante du mouvement.
33. On considère un point matériel (masse  $m$ ) soumis à l'attraction gravitationnelle d'un astre ponctuel (masse  $M$ ). Montrer que l'énergie mécanique du point matériel peut se mettre sous la forme :  $E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + E_{\text{peff}}(r)$  en introduisant une fonction  $E_{\text{peff}}(r)$  (appelée énergie potentielle effective) dont on précisera l'expression. Tracer l'allure de  $E_{\text{peff}}$  en fonction de  $r$ , et préciser l'état du point matériel (lié ou diffusion) et la nature de son mouvement (circulaire, elliptique, parabolique, hyperbolique) selon la valeur de son énergie mécanique.
34. Énoncer les lois de Kepler pour les planètes.
35. On suppose qu'un satellite terrestre a un mouvement circulaire. Montrer qu'il est uniforme. Établir l'expression de la vitesse du satellite en orbite. Démontrer la troisième loi de Kepler pour cette situation.
36. Donner la définition d'un satellite géostationnaire. Justifier qu'un tel satellite doit nécessairement se situer dans le plan équatorial de la Terre. Déterminer l'expression de son altitude en détaillant le raisonnement.
37. (\*) On considère un satellite terrestre en orbite elliptique. Exprimer son énergie mécanique en fonction du demi-grand axe de l'ellipse.
38. Établir les expressions des deux vitesses cosmiques : vitesse en orbite basse, et vitesse de libération.

### M7 - Solide en rotation autour d'un axe fixe

39. Décrire la trajectoire d'un point quelconque du solide et exprimer la vitesse d'un point quelconque en fonction de sa distance à l'axe et de la vitesse angulaire. Préciser toutes les unités.

40. On note  $\Delta$  l'axe de rotation. Donner l'expression du moment cinétique  $L_\Delta$  du solide en rotation par rapport à cet axe (il s'agit d'un moment cinétique *scalaire* donc). Donner l'expression du moment d'une force  $M_\Delta$  par rapport à cet axe (à nouveau, il s'agit d'une grandeur scalaire). Enfin, énoncer le théorème du moment cinétique par rapport à cet axe (TMC scalaire).
41. Donner la définition d'un couple. Donner la définition d'une liaison pivot.
42. A l'aide du TMC scalaire, établir l'équation du mouvement d'un pendule pesant.
43. Établir de même l'équation du pendule de torsion.
44. Donner l'expression de l'énergie cinétique d'un solide en rotation en précisant le nom des grandeurs qui interviennent. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique et de la puissance cinétique pour le solide.
45. A l'aide du TEC pour un solide, établir l'équation du mouvement d'un pendule pesant.

## THERMODYNAMIQUE

### T1 - Descriptions microscopique et macroscopique d'un système à l'équilibre

46. Proposer une définition du libre parcours moyen. Donner un ODG du libre parcours moyen dans un liquide, puis dans un gaz.
47. (\*) En précisant les hypothèses du modèle et les simplifications de calcul, montrer que la pression (dite « cinétique ») dans un gaz parfait peut s'écrire  $P = \frac{1}{3}mn^*v^{*2}$ . Indiquer le nom et l'unité de chaque terme, et donner la définition mathématique de  $v^*$ .
48. On rappelle que pour un gaz parfait monoatomique l'énergie cinétique moyenne des particules est reliée à la température (dite « cinétique ») par la relation  $\langle E_c \rangle = \frac{3}{2}k_B T$ . Comment s'appelle la constante  $k_B$ ? Exprimer la vitesse quadratique moyenne en fonction de  $T$ . AN : la calculer pour l'hélium (masse molaire de 4,00 g/mol, à une température de 300 K).
49. Définir un système ouvert, un système fermé, et un système isolé.
50. Citer l'équation d'état des gaz parfaits. Préciser le nom et l'unité de toutes les grandeurs.
51. Définir par une relation mathématique l'énergie interne d'un système thermodynamique de manière générale. On considère le cas particulier d'un gaz parfait monoatomique. Montrer alors, avec les hypothèses du GP, que son énergie interne s'écrit  $U = \frac{3}{2}nRT$ . Généralisation à tous les gaz parfaits : citer la première loi de Joule.
52. Donner la définition de la capacité thermique à volume constant.
53. Phase condensée (solide ou liquide) dans le modèle incompressible et indilatable : citer l'équation d'état et l'équivalent de la première loi de Joule.

### T2 - Corps pur diphasé

54. Tracer le diagramme de phases ( $P, T$ ) de l'eau et indiquer : les domaines solide / liquide / gaz, le point triple  $T$ , le point critique  $C$ , et les courbes de fusion / vaporisation / sublimation.
55. Tracer le diagramme de Clapeyron ( $P, v$ ) de l'eau pour l'équilibre liquide-vapeur. Comment appelle-t-on la grandeur  $v$ ? Quelle est sa définition et son unité? Indiquer sur le diagramme la courbe d'ébullition / de rosée, le point critique  $C$ , les domaines liquide / liquide + gaz / gaz, et quelques isothermes.
56. Énoncer le théorème des moments.

### T3 - Energie échangée

57. Définir une transformation monobare / isobare / isochore, puis monotherme / isotherme / adiabatique.

58. Donner l'expression du travail élémentaire  $\delta W$  des forces de pression en fonction de la pression extérieure au système. Exprimer, à l'aide d'un calcul, le travail  $W$  des forces de pression dans chaque cas particulier (« classique ») suivant :
- transformation isochore (telle que  $V = \text{cte}$ );
  - transformation monobare (telle que  $P_{\text{ext}} = \text{cte}$ );
  - transformation mécaniquement réversible (telle que  $P_{\text{ext}} = P$ , où  $P$  est la pression du système) d'un gaz parfait.
59. Dessiner un cycle quelconque dans un diagramme de Clapeyron. Donner une interprétation de l'aire intérieure du cycle. Préciser si le système reçoit ou cède du travail selon le sens de parcours du cycle. Attribuer les termes *cycle moteur* et *cycle récepteur* à chaque situation.
60. Citer les trois types de transferts thermiques, et donner dans chaque cas un exemple accompagné d'un schéma.

#### T4 - Premier principe

61. Énoncer le premier principe de la thermodynamique, d'abord en version complète (avec les énergies de type macroscopique), ensuite en version « purement thermodynamique ». Dans chaque cas, on précisera bien toutes les hypothèses, ainsi que le nom et l'unité de toutes les grandeurs.
62. Donner la définition de l'enthalpie, et donner la formulation du premier principe avec cette fonction d'état. Préciser les hypothèses.
63. Donner la définition de la capacité thermique à pression constante.
64. Citer la deuxième loi de Joule.
65. Donner la définition d'une enthalpie de changement d'état.
66. (Bonus, pas explicitement au programme, mais bon à connaître / savoir faire) : donner la relation de Mayer entre  $C_P$  et  $C_V$  pour un gaz parfait. On note  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ . Montrer que :  $C_V = \frac{nR}{\gamma-1}$  et que  $C_P = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}$ .

#### T5 - Deuxième principe

67. Énoncer le deuxième principe de la thermodynamique. Préciser les hypothèses, ainsi que le nom et l'unité de toutes les grandeurs.
68. Énoncer les lois de Laplace en précisant les hypothèses. Démontrer celles sur les couples de variables  $(T, V)$  et  $(T, P)$  à partir de celle sur le couple  $(P, V)$ .
69. Citer le lien entre enthalpie massique de changement d'état et entropie massique de changement d'état. Préciser les unités.

#### T6 - Machines thermiques

Cas des machines thermique cycliques dithermes :

70. *Moteur thermique* : expliquer en une phrase à quoi il sert ; dessiner un schéma faisant apparaître les échanges énergétiques ; préciser dans ce cas le signe des grandeurs  $W$ ,  $Q_C$  et  $Q_F$  ; définir le rendement  $r$  du moteur en fonction de ces grandeurs ; à l'aide des deux principes sur un cycle, montrer que  $r \leq r_{\text{max}}$  avec l'expression de  $r_{\text{max}}$  à préciser (théorème de Carnot) ; donner un ODG de  $r$  pour un moteur à essence ou diesel.
71. *Machine frigorifique* : même questions (en remplaçant *rendement* par *efficacité*, notée  $e$ ).
72. *Pompe à chaleur* : même questions (en remplaçant *rendement* par *efficacité*, notée  $e$ ).

Outils essentiel pour l'étude des machines réelles :

73. Citer le premier principe industriel (PPI, aussi appelé premier principe pour un fluide en écoulement) en précisant les hypothèses et les unités des grandeurs.

## MÉCANIQUE DES FLUIDES

### MF1 - Statique des fluides

74. À l'aide de schémas, montrer :

- qu'en coordonnées cartésiennes, les surfaces élémentaires sur les faces d'un parallélépipède s'écrivent :  $dS = dx dy$ ,  $dS = dx dz$  et  $dS = dy dz$ .
- qu'en coordonnées cylindriques, les surfaces élémentaires sur un cylindre s'écrivent  $dS = r d\theta dr$  sur les deux disques (haut et bas) ; et  $dS = r d\theta dz$  sur la surface latérale du cylindre.
- qu'en coordonnées sphériques, la surface élémentaire sur une sphère s'écrit  $dS = r^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$ .

Vérifier que dans chaque cas les surfaces sont bien en  $m^2$ .

75. (Bonus, HP, mais utile en PC). Si vous avez bien compris la question précédente, reprenez-la cette fois-ci en exprimant les volumes élémentaires dans les trois situations.
76. Donner la définition et des exemples de forces surfaciques et volumiques.
77. Donner l'expression de la poussée d'Archimède.
78. Établir l'équivalent volumique des forces de pression, et en déduire l'équation locale de la statique des fluides.
79. Cas d'un fluide incompressible dans le champ de pesanteur supposé uniforme. On étudie la pression dans l'eau d'un océan. On choisit un axe vertical orienté vers le bas, et la pression à la surface dans le plan  $z = 0$  sera égale à la pression atmosphérique  $P_0$ . Montrer que la pression satisfait alors la relation fondamentale de la statique des fluides :  $\frac{dP}{dz} = \rho g$ . Intégrer cette relation pour obtenir l'expression de la pression  $P$  en fonction de la profondeur  $z$ . Calculer la pression de l'eau à 10m de profondeur. Reprendre ce qui précède avec un axe vertical orienté vers le haut.
80. Cas de l'air dans le modèle de l'atmosphère isotherme. On étudie la pression dans l'air atmosphérique, considéré comme un gaz parfait, en faisant l'hypothèse d'une température uniforme, indépendante de l'altitude. On choisit un axe vertical orienté vers le haut, et la pression au sol dans le plan  $z = 0$  sera notée  $P_0$ . Établir l'expression de  $P(z)$  dans le cadre de ce modèle. Identifier le facteur de Boltzmann. Donner une interprétation physique en identifiant deux formes d'énergie.
81. (\*\*) A l'aide de l'expression de  $P$  établie à la question précédente, déterminer la masse de l'atmosphère dans ce modèle. Comparer à la valeur réelle.
82. (\*) On considère un barrage semi circulaire, avec l'eau du côté concave, et l'air du côté convexe. Déterminer la résultante de toutes les forces de pression (eau et air) sur ce barrage. Vérifier l'homogénéité de l'expression obtenue.

## OPTIQUE

### O1 - Onde lumineuse

83. (Plus explicitement au programme, mais important pour la deuxième année) La diffraction par un trou est caractérisée par la relation  $\sin \theta \approx \lambda/d$ . Faites un schéma de la situation, et expliquer en une phrase le phénomène en précisant le nom des trois grandeurs intervenant dans cette relation.
84. Proposer schématiquement le spectre d'une source de lumière monochromatique puis polychromatique en précisant l'abscisse et l'ordonnée. Donner des exemples de telles sources.
85. Quelle est la grandeur associée à la couleur d'une lumière monochromatique : sa fréquence ou sa longueur d'onde ? Laquelle de ces deux grandeurs change-t-elle lorsque la lumière change de milieu ? Donner les ODG de longueurs d'onde dans le vide pour le bleu, le vert, le jaune/orange et le rouge.

### O2 - Bases de l'optique géométrique

86. Donner la définition de l'indice d'un milieu transparent. Préciser la signification et les unités des différentes grandeurs. Donner l'indice de réfraction du vide et un ODG de l'indice du verre.
87. (Bonus, HP) Établir le lien entre longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$  et longueur d'onde dans un milieu  $\lambda$ .
88. Définir le modèle de l'optique géométrique.
89. Citer les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et les réfraction. Les illustrer avec des schémas.
90. Établir la condition de réflexion totale.

### O3 - Miroir plan

91. Une personne mesure 170 cm et ses yeux sont à une hauteur 160 cm du sol. À l'aide d'un schéma, déterminer la hauteur minimale que doit avoir un miroir pour que cette personne s'y voit en entier. Cette hauteur minimale dépend-elle de la distance entre la personne et le miroir ?

### O4 - Lentilles minces

92. Énoncer les conditions de Gauss.
93. Lentille mince convergente : faire 4 schémas de tracé de rayons pour un objet  $AB$  perpendiculaire à l'axe optique pour 4 situations particulières de positionnement de cet objet sur l'axe. Faire un 5ème schéma avec  $AB$  placé en  $-\infty$  (avec  $A$  sur l'axe) et un 6ème avec  $AB$  placé dans le plan focal objet de la lentille.
94. Rappeler le théorème de Thalès pour une configuration triangle ou papillon (faire des schémas). Expliquer sur un exemple (schéma) pourquoi le théorème de Thalès peut permettre d'exprimer / calculer un grandissement.
95. Établir la condition  $D \geq 4f'$  pour former l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.

### O5 - Modèles de dispositifs optiques

96. Proposer un modèle de l'œil ; donner un ODG de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation. Application : déterminer la taille des plus petits détails visibles sur la Lune à l'œil nu. Donnée : distance Terre-Lune :  $3,8 \cdot 10^5$  km.
97. Proposer un modèle d'appareil photographique. Faire un schéma. Construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné.
98. (\*) Proposer, en le justifiant, un schéma qui modélise une lunette astronomique. Faire la construction du devenir d'un ensemble de rayons parallèles arrivant avec un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe optique. Définir la notion de grossissement  $G$ , et montrer qu'il peut s'exprimer en fonction des distances focales des deux lentilles.
99. (\*) Fibre à saut d'indice : établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale.

## ÉLECTROCINÉTIQUE

### EC1 - Circuits électriques dans l'ARQS

100. Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence.
101. Énoncer la loi des nœuds et la loi des mailles (faire des schémas).
102. Écrire les relations courant-tension pour les dipôles suivants : résistance, condensateur, bobine. Préciser le nom et l'unité de toutes les grandeurs qui interviennent.
103. Citer des ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application.
104. Citer des ordres de grandeur de résistance, capacité et inductance.

105. Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance. Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.
106. Donner les règles d'association de résistances en série et en parallèle.
107. Démontrer les formules du pont diviseur de tension et du pont diviseur de courant.

### EC2 - Circuits linéaires du premier ordre

108. Circuit  $R$  et  $C$  série :
- *réponse à un échelon de tension* (avec un générateur, on ferme l'interrupteur à  $t = 0$  et condensateur initialement déchargé) : schéma du circuit avec flèches de courant et flèches de tension, équation différentielle pour  $u_C(t)$  pour  $t > 0$ , expression du temps caractéristique  $\tau$ , solution  $u_C(t)$  de l'équation en tenant compte de la condition à  $t = 0$ , expression du courant  $i(t)$ , graphe de  $u_C(t)$  faisant apparaître le temps caractéristique  $\tau$  et les régimes transitoire et permanent, graphe de  $i(t)$ .
  - *régime libre* (sans générateur, on ferme l'interrupteur à  $t = 0$  et condensateur initialement chargé, de charge  $q_0 = C.U_0$ ) : même questions.
109. Circuit  $R$  et  $L$  série en *régime libre* (sans générateur, à  $t \leq 0$  le circuit est parcouru par un courant  $I_0$ ) : schéma du circuit avec flèches de courant et flèches de tension, équation différentielle pour  $i(t)$  pour  $t > 0$ , expression du temps caractéristique  $\tau$ , solution  $i(t)$  de l'équation en tenant compte des conditions à  $t = 0$ , expression de la tension  $u_L(t)$ , graphe de  $i(t)$  faisant apparaître le temps caractéristique  $\tau$  et les régimes transitoire et permanent, graphe de  $u_L(t)$ .
110. Faire un bilan de puissance pour la réponse à un échelon de tension d'un circuit  $R$  et  $C$  série, et montrer que la puissance délivrée par le générateur se répartit entre puissance dissipée par effet Joule et puissance stockée dans le condensateur (on mettra en évidence le terme d'énergie stockée par ce dernier).

### EC3 - Circuits linéaires du deuxième ordre, oscillateurs

111. Donner l'équation d'un oscillateur harmonique sous sa forme canonique. Donner la forme des solutions.
112. Montrer qu'un circuit  $L$  et  $C$  en régime libre (sans générateur, avec le condensateur initialement chargé, de charge  $q_0 = C.U_0$ ) se comporte comme un oscillateur harmonique. Préciser l'expression de la pulsation propre.
113. Circuit  $RLC$  série en régime libre (sans générateur, avec le condensateur initialement chargé, de charge  $q_0 = C.U_0$ ) : établir l'équation différentielle pour  $u_C(t)$ , identifier à la forme canonique pour donner les expressions de la pulsation propre  $\omega_0$  et du facteur de qualité  $Q$ . Donner la forme mathématiques des solutions de l'équation différentielle en fonction de la valeur du facteur de qualité. Tracer leur allure.
114. Analogie mécanique. On considère un système un système masse – ressort horizontal. La masse est soumise à des frottements de type fluide  $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ . On écarte la masse de sa position initiale et on la lâche sans vitesse initiale. Etablir l'équation du mouvement pour l'abscisse de la masse. Faire une analogie avec le système électrique de la question précédente.
115. Circuit  $RLC$  soumis à un échelon de tension (avec un générateur, on ferme l'interrupteur à  $t = 0$  et condensateur initialement déchargé) : établir l'équation différentielle pour  $u_C(t)$ , identifier à la forme canonique pour donner les expressions de la pulsation propre  $\omega_0$  et du facteur de qualité  $Q$ . Donner la forme mathématiques des solutions de l'équation différentielle en fonction de la valeur du facteur de qualité. On mettra à chaque fois en évidence la solution particulière et la solution homogène. Des deux, quelle est celle qui correspond au régime permanent (quand  $t \rightarrow +\infty$ ) ?

### EC4 - Régime sinusoïdal forcé



116. Énoncer la loi d'Ohm complexe en faisant apparaître l'impédance complexe  $\underline{Z}$  (dont on précisera l'unité). Établir alors les expressions des impédances complexes des dipôles : résistance, condensateur, bobine.
117. Donner les règles d'association d'impédances en série et en parallèle.
118. Définir la notion de résonance. Expliquer le lien entre acuité de la résonance et facteur de qualité.

### EC5 - Filtrage linéaire

119. Expliquer la notion de fréquence fondamentale et d'harmoniques. Dessiner un spectre pour l'illustrer.
120. Définir la valeur moyenne et la valeur efficace d'un signal périodique. Application : établir l'expression de la valeur efficace d'un signal sinusoïdal.
121. Définir mathématiquement les grandeurs suivantes associées à un filtre (en précisant les unités) : fonction de transfert  $\underline{H}$ , gain linéaire  $G$ , gain en décibel  $G_{dB}$ , déphasage  $\phi$ . (Bonus) (limite hors programme, mais important) : pulsation de coupure (à  $-3$  dB)  $\omega_c$ , bande passante (à  $-3$  dB).
122. Filtre  $RC$  (avec tension de sortie prise aux bornes du condensateur) : déterminer la nature du filtre sans calculs (par une étude basse et haute fréquence), établir l'expression de la fonction de transfert, la mettre sous forme canonique en faisant notamment apparaître une pulsation réduite  $x$ , donner les expressions limites de la fonction de transfert  $\underline{H}$  puis de  $G_{dB}$  quand  $x \rightarrow 0$  et  $x \rightarrow +\infty$  (étude asymptotique), en déduire l'allure du diagramme de Bode en gain en décibel ( $G_{dB}(\omega)$ ).
123. Filtre  $CR$  (avec tension de sortie prise aux bornes de la résistance) : mêmes questions.
124. Filtre  $RL$  (avec tension de sortie prise aux bornes de la bobine) : mêmes questions.
125. Filtre  $LR$  (avec tension de sortie prise aux bornes de la résistance) : établir l'expression de la fonction de transfert puis mener l'étude asymptotique afin d'obtenir le diagramme de Bode en phase.
126. (\*) Filtre  $LCR$  (avec tension de sortie prise aux bornes de la résistance) : déterminer la nature du filtre sans calculs, et montrer que la fonction de transfert peut s'écrire sous les formes :

$$\underline{H}(jx) = \frac{j \frac{x}{Q} H_0}{1 - x^2 + j \frac{x}{Q}} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

avec  $x = \omega/\omega_0$ . Préciser les expressions et les unités de  $H_0$ ,  $Q$ , et  $\omega_0$ . Donner le nom de ces deux dernières grandeurs. Montrer que  $G_{\max} = H_0$ , et en déduire les expressions des deux pulsations de coupures  $\omega_{c1}$  et  $\omega_{c2}$ . Montrer alors que la largeur de la bande passante s'écrit  $\Delta\omega = \omega_0/Q$ . Décrire l'influence de  $Q$  sur cette largeur de la bande passante.

127. À l'aide de deux composants parmi  $R$ ,  $L$  et  $C$ , proposer un filtre (en précisant la gamme de fréquences d'utilisation) qui joue le rôle de dérivateur. Justifier par un calcul.
128. Même question, pour obtenir un intégrateur.
129. Même question, pour obtenir un moyenneur. On pourra par exemple proposer un filtre qui donne la moyenne du signal  $u_e(t) = U_0 + U_1 \cos(\omega_1 t) + U_2 \cos(2\omega_1 t)$ .
130. Filtres actifs (incluant un ALI) : Établir la relation entrée-sortie des montages non inverseur, suiveur, inverseur, intégrateur. Déterminer les impédances d'entrée de ces montages.

## INDUCTION

### FAIT PARTIE DE L'« ÉLECTROMAGNÉTISME » EN 2ÈME ANNÉE

#### I1 - Champ magnétique

131. Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue. Indiquer le sens des lignes de champ. Préciser dans quel cas (et où) on peut obtenir un champ magnétique quasi uniforme. Peut-on également obtenir un champ quasi uniforme avec un aimant ? Si oui, préciser la géométrie.
132. Donner des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
133. Définir à l'aide d'un schéma le moment magnétique associé à une boucle de courant plane. Préciser son unité. Donner un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.
134. Donner l'expression de la force élémentaire de Laplace. En déduire l'expression de la résultante des forces de Laplace sur la barre conductrice dans l'expérience des rails de Laplace.
135. (\*) On considère une spire rectangulaire, parcourue par un courant  $i$ , susceptible de tourner autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$  uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe. Montrer que les forces de Laplace constituent un couple sur la spire, de moment  $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ , où  $\vec{m} = i\vec{S}$  est le moment magnétique de la spire. Montrer également que la puissance des actions mécaniques de Laplace s'écrit  $P = \Gamma\omega$ .
136. Un aimant de moment magnétique  $\vec{m}$  plongé dans un champ magnétique uniforme stationnaire  $\vec{B}$  subit un couple de moment  $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ . En le justifiant, déterminer les positions d'équilibre de l'aimant. Indiquer laquelle est stable et laquelle est instable. Faire des schémas pour illustrer les deux cas.
137. (Bonus) On reprend la question précédente. Etudier les petites oscillations de l'aiguille aimantée autour de sa position d'équilibre stable : mise en équation, période, solution.

## I2 - Lois de l'induction

138. Définir le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan. Citer la loi de Faraday en précisant le nom et l'unité de chaque grandeur.

## I3 - Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps

### *Auto-induction*

139. Donner la relation mathématique qui définit l'inductance propre  $L$  d'un circuit siège d'auto-induction ou d'une bobine et préciser les unités. Donner l'ODG de l'inductance d'une bobine usuelle de laboratoire. À l'aide de la loi de Faraday, montrer que la bobine se comporte comme un générateur de fem  $e = -L\frac{di}{dt}$ , et montrer que si l'on considère la bobine en convention récepteur, on retrouve la tension à ses bornes bien connue en électrocinétique :  $u_L = L\frac{di}{dt}$ . Finalement, donner l'expression de l'énergie stockée dans une bobine.

### *Cas de deux bobines en interaction : couplage magnétique*

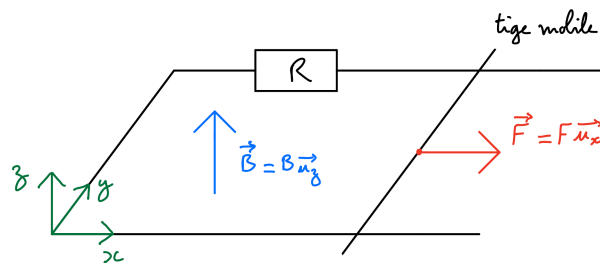
140. Donner les deux relations qui définissent l'inductance mutuelle  $M$  de deux bobines en interaction. Préciser l'unité de  $M$ .
141. (\*) On rappelle le champ magnétique créé à l'intérieur d'une bobine longue (seule) :  $\vec{B} = \mu_0\frac{N}{L}i\vec{u}$ , où  $\vec{u}$  est un vecteur colinéaire à l'axe de la bobine, orienté par le sens du courant  $i$  (règle du pouce de la main droite). Montrer que l'inductance mutuelle entre deux bobines longues, de même axe, et en « influence totale » (préciser la signification de cette expression) s'écrit  $M = \sqrt{L_1L_2}$ . Remarque : il s'agit du meilleur couplage possible entre les deux bobines.
142. On considère un circuit  $C_1$  comportant un générateur de tension  $u_e(t)$ , une résistance  $R_1$  et une bobine  $L_1$ , le tout en série. Un deuxième circuit comporte une résistance  $R_2$  et une bobine  $L_2$ . Les bobines de chaque circuit sont couplées par une inductance mutuelle  $M$ . Faire un schéma. Écrire les deux équations différentielles satisfaites par les courants  $i_1$  et  $i_2$  de chaque circuit. Pourquoi parle-t-on d'équations couplées ?

143. Aspect énergétique (suite de la question précédente) : à quelle « astuce » a-t-on recours pour faire un bilan de puissance à partir de ces équations ? Faire ce bilan pour expliquer ce que devient la puissance fournie par le générateur. On fera notamment apparaître les énergies stockées dans les bobines, et l'énergie de couplage magnétique  $E_{\text{couplage}} = Mi_1i_2$ .
144. Établir la loi des tensions pour un transformateur idéal en précisant les hypothèses simplificatrices.

#### I4 - Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire

*Conversion de puissance mécanique en puissance électrique*

145. On considère le dispositif des rails de Laplace ci-dessous. Il n'y a pas de générateur extérieur, le circuit est conducteur, de résistance  $R$ , avec une tige mobile de masse  $m$  tirée par une force constante  $\vec{F}$ . Le tout est plongé dans un champ uniforme et stationnaire  $\vec{B}$ .



Faire un schéma du circuit électrique équivalent en faisant apparaître la fem d'induction. Établir ensuite les deux équations (électrique et mécanique, notées  $(E)$  et  $(M)$ ) qui gouvernent ce dispositif. Découpler les équations, et les résoudre pour exprimer l'intensité du courant dans le circuit  $i(t)$ , ainsi que la vitesse de la tige  $v(t)$ , supposée immobile initialement.

146. Aspect énergétique (suite de la question précédente) : à partir des équations  $(E)$  et  $(M)$ , faire un bilan de puissance du système pour montrer qu'il réalise une conversion de puissance mécanique  $\rightarrow$  électrique. Citer des exemples de systèmes qui, dans la vie courante, réalisent ce type de conversion.

*Conversion de puissance électrique en puissance mécanique*

147. Reprendre si besoin le cours de première année, puis expliquer qualitativement, à l'aide de schémas, et avec vos mots, le principe simplifié de fonctionnement :
- d'un moteur à courant continu ;
  - d'un haut-parleur électrodynamique.

## SIGNAUX PHYSIQUES

FAIT PARTIE DES « ONDES » ET DE L'« OPTIQUE » EN 2ÈME ANNÉE

### SP1 - Propagation d'un signal

148. Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.
149. Ondes progressives sinusoïdales : donner la relation entre fréquence, longueur d'onde et célérité. Préciser les unités.
150. Ondes progressives sinusoïdales : relier le déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts au retard dû à la propagation.
151. Définir un milieu dispersif. Citer des exemples de propagation dispersive et non dispersive.

### SP2 - Phénomène d'interférences

152. Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.

153. Interférences entre deux ondes lumineuses de même fréquence : relier le déphasage entre les deux ondes à la différence de chemin optique ; et établir l'expression littérale de la différence de chemin optique entre les deux ondes.

### SP2 - Ondes stationnaires mécaniques

154. Faire un schéma pour expliquer le concept d'onde stationnaire. Définir les notions de nœud et de ventre, et les indiquer sur le schéma.
155. Ondes stationnaires sur une corde (type Melde) : dessiner les 3 premiers modes et indiquer les ventres et les nœuds et la longueur d'onde par une double flèche. Établir l'expression des fréquences des modes propres en fonction de la célérité des ondes et de la longueur de la corde.

## PHYSIQUE QUANTIQUE

### FAIT PARTIE DES « ONDES » EN 2ÈME ANNÉE

### Q1 - Introduction au monde quantique

156. Donner les relations de Planck-Einstein et de De Broglie, en précisant le nom des grandeurs et les unités associées.
157. À l'aide d'une analogie avec la diffraction des ondes lumineuses, établir l'inégalité en ordre de grandeur :  $\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar$ .
158. Dans le cadre du modèle de Bohr, utiliser l'hypothèse de quantification du moment cinétique orbital pour obtenir l'expression des niveaux d'énergie électronique de l'atome d'hydrogène.
159. Modèle du puits de potentiel de profondeur infinie à 1D : utiliser l'inégalité de Heisenberg spatiale pour mettre en évidence l'existence d'une énergie minimale pour la particule quantique confinée.
160. Modèle du puits de potentiel de profondeur infinie à 1D : obtenir les niveaux d'énergie de la particule quantique confinée par analogie avec les modes propres d'une corde vibrante.